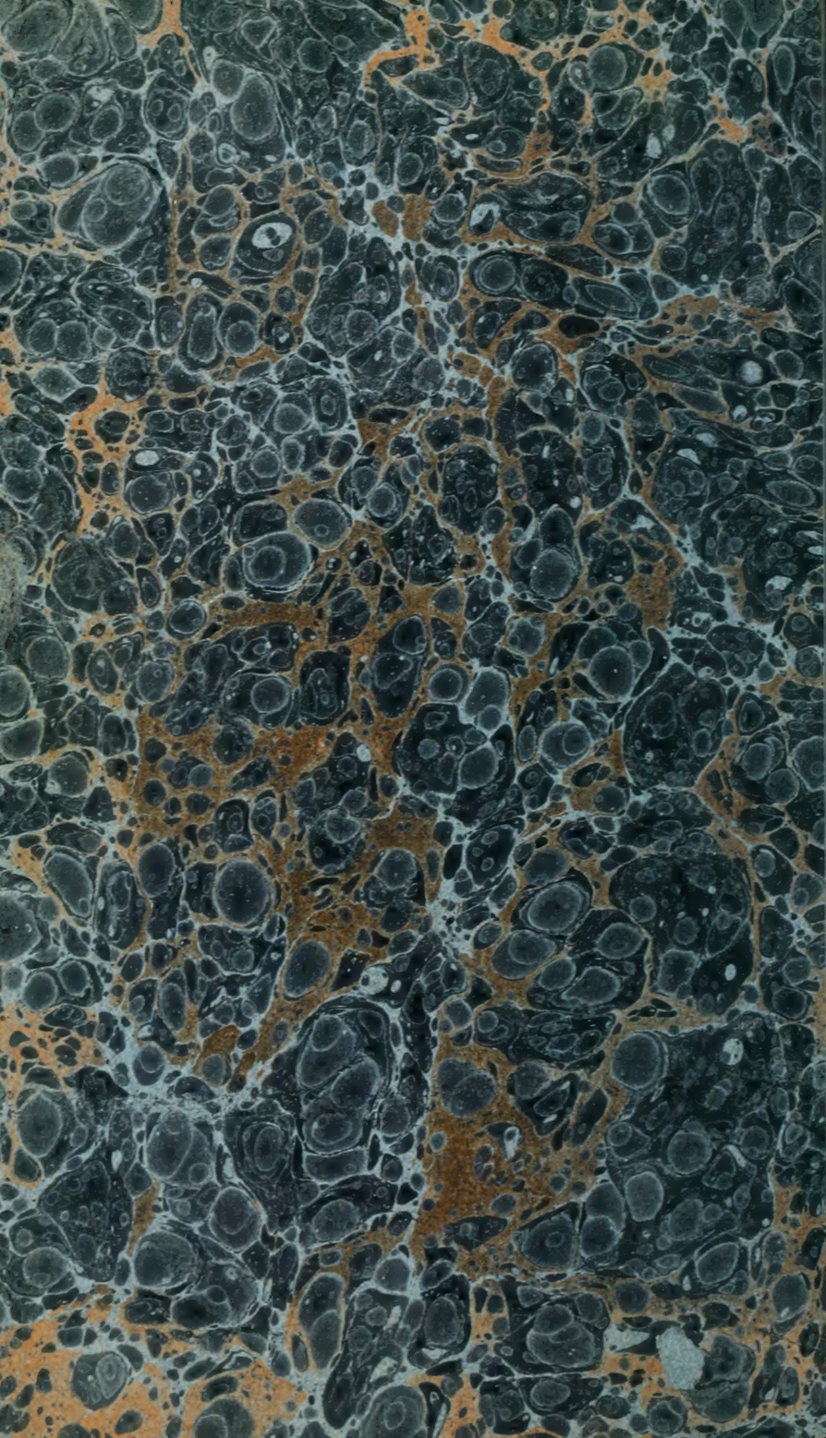
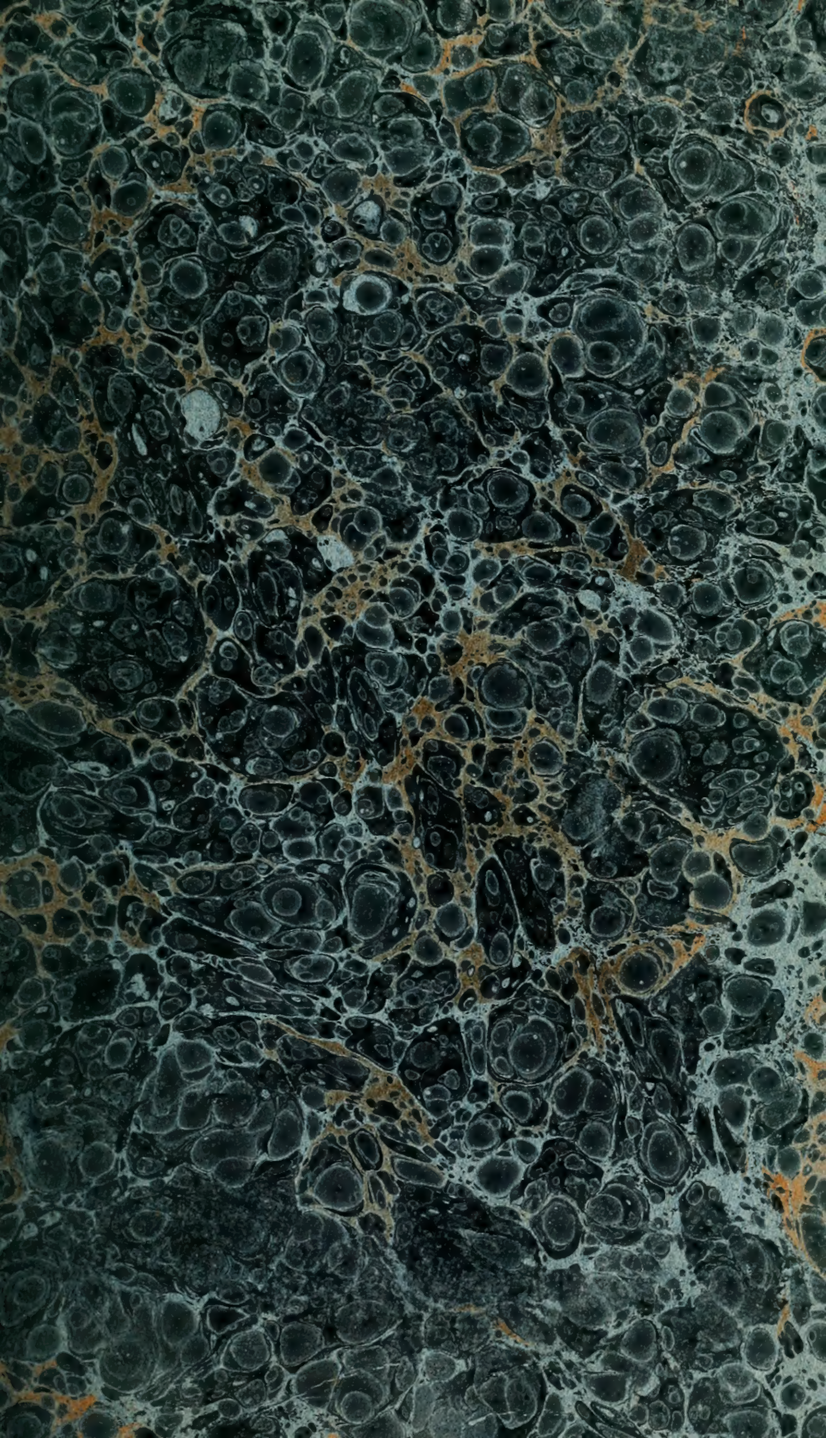






307 1832

André Trudeau

arpenteur

NOUVEAU TRAITÉ

GÉOMÉTRIQUE

DE L'ARPENTAGE.

Cet Ouvrage se vend aussi

à Besançon, chez	Deis.
Bordeaux,	Gassiot fils aîné. Mme Ve Bergeret. Lawalle.
Brest,	Lefournier et Depérier. Frund. Mme Cuzent, née Aubrée.
Bruxelles,	Lecharlier. Grignon.
Liège,	Desoer. Collardin.
Lille,	Bronner-Bauvens.
Limoges,	Ardent.
Lyon,	Bohaire. Périsse frères. Targe.
Marseille,	Mossy. Camoin frères.
Metz,	Thiel. Devilly.
Mons,	Leroux.
Montpellier,	Sewalle.
Rouen,	Frère aîné. Mme Ve Renault.
Saint-Étienne,	Motte.

IMPRIMERIE DE HUZARD-COURCIER,
Rue du Jardinet, n° 12.

NOUVEAU TRAITÉ GÉOMÉTRIQUE DE L'ARPENTAGE,

A L'USAGE

DES PERSONNES QUI SE DESTINENT A L'ÉTAT D'ARPENTEUR, AU LEVER DES PLANS ET AUX OPÉRATIONS DE NIVELLEMENT;

QUATRIÈME ÉDITION,

Entièrement refondue et augmentée d'un Traité de

GÉODÉSIE PRATIQUE.

Ouvrage contenant tout ce qui est relatif à l'Arpentage, à l'Aménagement des Bois et à la Division des Propriétés; ce qu'il faut connaître pour les grandes Opérations géodésiques et le Nivellement.

PAR A. LEFÈVRE,

GÉOMÈTRE EN CHEF DU CADASTRE.

TOME PREMIER.

PARIS,

BACHELIER (SUCCESSEUR DE MME V^E^ COURCIER),

LIBRAIRE POUR LES SCIENCES,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1826

PRÉFACE.

L'ARPENTAGE, cette science si nécessaire aux hommes réunis en société, est l'art de mesurer et de représenter avec précision la surface et les dimensions d'un terrain; c'est l'application de la Géométrie à la mesure de l'étendue, au partage des terres et à la fixation de leurs limites.

L'origine de cette science doit remonter à la plus haute antiquité; car, dès qu'il se forma des sociétés, il fallut fixer l'étendue des héritages et la portion de chacun; cette nécessité a dû donner naissance à l'usage des bornes ou limites, pour empêcher toute anticipation de la part des propriétaires limitrophes: mais comme ces signes de démarcation pouvaient être sujets à être enlevés ou déplacés dans différentes circonstances, on dut imaginer quelque moyen pour les remettre dans leur véritable position. Cette recherche fit naître probablement les pratiques les plus simples de l'arpentage. Elles durent se perfectionner peu à peu par la nécessité où l'on se trouvait de diviser les propriétés en autant de parties qu'il y avait d'héritiers.

Les progrès de l'arpentage ont sans doute été plus rapides que ceux d'autres sciences moins indispensables: son secours était si nécessaire, si essentiel à l'ordre social, qu'il aura bientôt mérité le nom d'art, par les nombreuses découvertes dont il n'aura pas tardé à l'enrichir.

Jamblique rapporte l'usage de mesurer les terres en Égypte aux premiers âges du monde; nous y trouvons l'arpentage établi avant l'arrivée de Joseph, c'est-à-dire, plus de dix-sept cents ans avant l'ère chrétienne.

Nous lisons dans *Hérodote* et dans *Strabon*, que les Égyptiens, ne pouvant reconnaître les bornes de leurs héritages confondus par les inondations du *Nil*, inventèrent l'art de mesurer et de représenter les terres par leur figure, et d'en cal-

culer les surfaces: telle est probablement la première application de la Géométrie à l'Arpentage; c'est aussi sans doute de cette époque que date la trigonométrie rectiligne: quant à la trigonométrie sphérique, c'est vers le milieu de notre ère qu'elle prit naissance.

De l'Égypte, les sciences passèrent chez les Grecs, à qui *Thalès*, un des sept sages, les fit connaître: celui-ci ne se contenta pas de transmettre aux Grecs ce qu'il en avait appris des *prêtres de Memphis*, il s'éleva, par la force de son génie, aux principes les plus utiles de la Géométrie, et nous lui sommes redevables d'une multitude de propositions que l'on retrouve dans *Euclide*, et c'est dans ses écrits qu'on voit la naissance de l'Arithmétique; c'était environ 640 ans avant J. C.

Pythagore fut le premier qui ouvrit une école de Géométrie, d'abord à Samos, ensuite à Éraclée, enfin à Crotone. Il fit des découvertes étonnantes: la démonstration du carré de l'hypothénuse, dont on fait un si grand usage dans les Mathématiques, est un des bienfaits de ce grand homme.

Après lui, *Anaxagore* de Clazomène, *Hypocrate* de Chio, *Platon*, s'occupèrent du perfectionnement de cette science. Le premier composa un ouvrage sur le fameux problème de la quadrature du cercle: Hypocrate se rendit célèbre par la quadrature de la lunule, et le troisième donna une solution très simple de la duplication du cube: on lui doit aussi la théorie des équations, qui fut perfectionnée par ses disciples, qui lui donnèrent le nom de géométrie transcendante. Enfin, *Euclide* parut: il fut le premier qui rassembla, en un seul traité les propositions isolées de la Géométrie élémentaire, non-seulement il développa ce que ses prédécesseurs avaient trouvé sur cette science; mais il l'enrichit de ses savantes méditations, en sorte que son ouvrage est encore classé par bien des modernes parmi ce que nous avons de bien dans ce genre.

Appolonius, de Perge, s'occupa ensuite des différentes propriétés des sections coniques, auxquelles il donna le nom qu'elles portent encore aujourd'hui.

Archimède, un des plus grands géomètres de l'antiquité et

contemporain d'Appolonius, nous a laissé d'excellens traités sur le cylindre, la spirale, etc.; c'est le premier qui ait fait connaître le rapport du diamètre à la circonférence; il résolut le problème de la couronne du roi de Syracuse, composa un grand nombre d'ouvrages sur la Géométrie transcendante, et commenta Euclide : on lit même, dans quelques auteurs, qu'il avait trouvé le moyen d'incendier les vaisseaux romains avec des verres ardens; (ce fait a été contesté).

Les Grecs, après avoir subi le joug des Romains, continuèrent à cultiver les sciences exactes; ils eurent, depuis notre ère même, et assez long-temps après la translation de l'empire, des géomètres habiles, tels que *Ptolomée*, *Dioclès*, *Pappus*, etc. Dans la décadence de l'empire, l'ignorance qui couvrit l'occident tout entier, porta le coup le plus funeste à la Géométrie; pendant une longue suite de siècles, on ne rencontre plus d'hommes versés dans cette partie.

A la renaissance des lettres, on se borna presque uniquement à traduire les ouvrages des anciens, et les Mathématiques firent peu de progrès jusqu'à *Descartes*, le restaurateur de la Géométrie moderne. On lui doit non-seulement l'application de l'Algèbre à la Géométrie, nouveau moyen qui ouvrit la route à la solution de tant de problèmes difficiles, mais encore les premiers essais de l'application à la Physique, science, qui a été poussée si loin dans ces derniers temps : c'est lui qui renversa les idées superstitieuses d'*Aristote*.

Si Descartes s'est trompé sur les lois du mouvement, personne ne lui contestera d'avoir pensé le premier que le mouvement avait des lois; c'est encore lui qui mit *Newton* sur la voie, et les découvertes étonnantes de ce dernier, à qui l'on doit particulièrement le *binome*, sont en quelque sorte des corrollaires, des méditations du géomètre français.

Neper, écossais, inventa les logarithmes dans le 16e siècle, et rendit, par ce moyen, le plus grand service à l'application de la théorie et surtout à l'Astronomie. Le travail de Neper fut perfectionné par *Brigs*, *Wlac* et autres.

Remarquons, à l'honneur de la France, que si la Géométrie

nouvelle est particulièrement due aux Anglais et aux Allemands, c'est aux Français qu'on est redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver.

Comme on l'a dit plus haut, Descartes nous a donné l'application de l'Algèbre à la Géométrie, sur laquelle le calcul différentiel est fondé; nous devons à *Fermat* la première application du calcul aux quantités différentielles pour trouver les tangentes; la Géométrie nouvelle n'est que cette dernière méthode généralisée.

Si nous ajoutons à cela ce que *Lagrange*, le premier géomètre moderne, les *Pascal*, les *Pardies*, les *Ozanam*, les *Bezout*, les *Delambre* et tant d'autres, ont fait dans diverses branches des Mathématiques, on conviendra sans peine que cette science doit infiniment aux Français. Et parmi eux encore, quelle suite de noms illustres ne pourrais-je pas ajouter à la liste des promoteurs des sciences exactes, s'il était permis de nommer les auteurs vivans.

Quoique l'arpentage soit simple dans sa théorie comme dans sa pratique, ce serait pourtant une grande erreur de supposer que cet art n'a besoin ni de principes particuliers, ni d'études approfondies; nous pouvons dire avec *Belidor*, qu'il est des choses que l'expérience n'apprend point, et qu'on ne peut ignorer quand on veut voir clair à ce que l'on fait : il n'y a, dit-il, que les jeunes gens peu touchés de leurs devoirs, du parti qu'ils ont embrassé, qui peuvent affecter d'exalter la pratique au mépris de la théorie, espérant par là autoriser leur peu de goût pour l'étude. En effet, l'arpenteur qui ne réunit point les connaissances de la Géométrie élémentaire et de la Trigonométrie rectiligne, aux avantages que procure la pratique, manquera de ressources dans les opérations difficiles; il ne saura pas si la route qu'il suit est la plus sûre; sa marche sera souvent incertaine : qu'il survienne quelques difficultés, il ne saura plus quel parti prendre, et faute de principes, il pourra commettre involontairement des erreurs graves, erreurs qui pourraient faire naître des procès injustes, et porter un préjudice notable à la fortune des familles : c'est ce qui arrive journellement dans les

campagnes, où des hommes, des notaires même, qui, faute de connaître un très petit nombre de vérités géométriques, évidentes par elles-mêmes, donnent souvent au terrain qu'ils arpentent une contenance bien différente de celle qu'il doit avoir.

Il est donc indispensable que la théorie précède la pratique, parce que l'arpenteur, proprement dit, peut toujours se rendre raison de son travail, et que l'homme doué de quelque intelligence, qui veut étudier plus à fond la science de l'arpentage, l'art de lever les plans, et surtout les grandes opérations géodésiques, sait tirer parti des propositions générales, et peut en déduire des méthodes qui facilitent les opérations dans la pratique. On peut d'ailleurs, avec le secours de la théorie, vérifier l'exactitude d'une formule donnée avant de s'en servir.

Il serait à désirer que les arpenteurs de profession subissent un examen, et qu'il ne leur fût permis d'exercer, qu'autant qu'il serait reconnu qu'ils ont les connaissances et les qualités nécessaires; alors ils mériteraient la considération et la confiance qui doivent être attachées à une profession honorable.

Pour éviter aux personnes qui veulent se livrer à la science de l'arpentage et à la pratique de la Trigonométrie, des recherches et un travail souvent pénibles, j'ai réuni dans un même foyer les lumières des géomètres distingués à ce que j'ai acquis dans cette partie, par une longue habitude du travail, et j'ai tâché de diminuer l'aridité de l'étude qu'exige cet art, devenu si essentiel dans la circonstance actuelle.

En retouchant cet ouvrage, j'ai fait un grand nombre d'additions et de changemens qui peuvent faire considérer cette *quatrième édition* comme un ouvrage presque nouveau.

Il est divisé en deux parties, dont chacune forme un volume.

La première comprend tout ce qui est nécessaire de savoir pour former un bon arpenteur; elle traite aussi du levé des plans, du partage des terres, de l'aménagement des bois en coupes réglées, etc.

La seconde partie renferme les connaissances plus approfondies qu'exigent les opérations géodésiques, et un article con-

cernant le nivellement, beaucoup plus étendu que dans les éditions précédentes.

Le nivellement, opération très simple à faire, est d'une grande utilité aux propriétaires qui veulent savoir s'il est possible de conduire les eaux d'une source, d'une rivière, etc., dans un endroit déterminé. C'est aussi au moyen de cette opération, qu'on fixe la hauteur des écluses, des vannes, d'une usine quelconque, qu'on trace le profil des routes, qu'on en calcule la dépense, et qu'on peut terminer à peu de frais les contestations qui naissent journellement sur les limites des propriétés voisines d'un étang.

Enfin, cette seconde partie est terminée par la manière de dessiner et de laver un plan; cet article, nécessaire à l'arpenteur qui s'occupe de son état, est en grande partie extrait des meilleurs ouvrages que nous avons sur ce sujet.

Le premier volume est précédé de l'exposition succincte du système métrique, pour lequel on doit de la reconnaissance aux savans qui l'ont établi; car il est impossible de ne pas reconnaître le service qu'ils ont rendu en nous débarrassant de ce chaos de mesures différentes que l'on rencontrait dans chaque pays, et de la longueur des opérations qu'on avait à faire journellement. Il n'y a plus qu'une seule mesure, dont le principe est le *mètre;* ainsi l'arpenteur doit toujours mesurer avec une chaîne métrique, sauf à convertir le résultat de ses calculs en l'ancienne mesure de l'endroit où il opère, si le titre de la propriété qu'il arpente stipule cette ancienne mesure.

Ce premier volume ne sera pas seulement utile à l'arpenteur, le propriétaire et le cultivateur trouveront, dans le cours de ce volume, des moyens simples de mesurer ou de vérifier la contenance des pièces d'héritage, soit pour faire des échanges, des réunions, des partages en portions égales ou inégales, soit pour substituer, dans les transactions qui les intéressent le plus, leur propre conviction à la confiance plus ou moins incertaine qu'ils sont obligés d'avoir dans les arpenteurs de profession.

Enfin, cette première partie est terminée par un précis des opérations du cadastre. Cet article ne doit pas être étranger à

l'arpenteur, auquel les propriétaires peuvent faire des questions sur ce travail, pour tout ce qui a rapport à leurs intérêts; et, à cet égard, on doit bien se pénétrer que ce serait étrangement méconnaître les principes et les vœux du gouvernement, si l'on oubliait que la probité la plus sévère, la plus parfaite impartialité, doivent présider à la rédaction de cet important travail. En général, l'arpenteur, environné de la confiance de ses concitoyens, non-seulement doit être habile dans son art, mais il doit surtout être juste. Son équité, son impartialité sont une garantie nécessaire au public; et s'il ne réunisssait pas à ces deux vertus fondamentales l'esprit de conciliation, le désir de posséder l'affection et l'estime de tous ceux dont le suffrage est honorable, il ne réunirait qu'une partie des qualités qu'on est en droit d'exiger d'un homme chargé d'une tâche aussi délicate. Ainsi, l'arpenteur doit, dans toutes ses opérations, apporter *précision* et *justice*. J'ai essayé de lui tracer des routes certaines pour l'exactitude; quant à l'impartialité, sa concience seule doit le guider.

Si j'ai réussi à contribuer en quelque chose à l'utilité publique, j'aurai rempli le but que je me suis proposé.

EXPLICATION DES SIGNES.

: se prononce *est à.*

:: . . . . . . *comme.*

$+$ . . . . . . *plus.*

$-$ . . . . . . *moins.*

$\times$ . . . . . *multiplié par.*

$\frac{A}{B}$ . . . . . . A *divisé par* B.

$=$ . . . . . . *égale*

A^2 . . . . . *carré de* A *ou seconde puissance de* A. Le chiffre 2 se nomme aussi *exposant.*

$A^{\frac{1}{2}}$ et $\sqrt{A}$ se prononce *racine carrée de* A.

$(A+B)\times C$ ou $(A+B)C$, *indique la multiplication de* A *plus* B *par* C.

$(A+B).(B+C)$ *indique aussi le produit* $A+B$ *par* $A+C$.

$A > B$ *signifie que* A *est plus grand que* B.

$A < B$ . . . . . . A *est plus petit que* B.

l. *ou* log. se prononce *logarithme.*

comp. arith. *ou* C. A. se prononce *complément arithmétique.*

Les numéros compris entre deux parenthèses indiquent ceux de ce Traité qu'il faut consulter ou se rappeler pour se rendre raison de l'opération qu'on a à faire.

NOUVEAU TRAITÉ
GÉOMÉTRIQUE
DE L'ARPENTAGE.

CHAPITRE PREMIER.

PRINCIPES PRÉLIMINAIRES.

ARITHMÉTIQUE.

1. Pour ne point entrer dans des détails minutieux, je suppose qu'on sait faire l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, et que l'on connaît le calcul décimal; ainsi je commence aux fractions.

Fractions. Une fraction est l'expression d'un quotient moindre que l'unité. $\frac{3}{4}$ est une fraction; le nombre 3 s'appelle *numérateur* et le nombre 4 *dénominateur;* ces nombres s'appellent aussi les *termes de la fraction,* que l'on prononce *trois-quarts.*

Une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ses deux termes par un même nombre : multipliant donc 3 et 4 par 5, on aura $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$. De là

il suit que la fraction $\frac{15}{20}$ peut être réduite à la fraction $\frac{3}{4}$, qui est plus simple, en divisant ses deux termes par 5. En général, on réduit une fraction à sa plus simple expression, en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Tout nombre est divisible par 3 ou par 9, si la somme de ses chiffres est elle-même divisible par 3 ou par 9.

On multiplie une fraction par une fraction, en multipliant les numérateurs entre eux, et les dénominateurs aussi entre eux.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{15}{24}.$$

On divise une fraction en multipliant la fraction qu'il faut diviser par la fraction diviseur renversée : ainsi, pour diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$, on a

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{20}.$$

Pour faire l'addition ou la soustraction des fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur; si elles ne l'ont pas, on le leur donne en multipliant les deux termes de chacune par le produit des dénominateurs de toutes les autres.

C'est ainsi que les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$ deviennent

$$\frac{18}{24} \text{ et } \frac{20}{24};$$

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ deviennent également

$$\frac{54}{72}, \quad \frac{60}{72}, \quad \frac{48}{72}.$$

Pour faire la somme de ces fractions, on a évidemment

$$\frac{54+60+48}{72} = \frac{162}{72};$$

c'est-à-dire 2 entiers $\frac{18}{72}$ ou $2\frac{1}{4}$, en réduisant la fraction $\frac{18}{72}$ à sa plus simple expression.

Les fractions décimales ont pour dénominateurs sous-entendus l'unité suivie d'autant de zéros qu'il y a de décimales; d'où il suit qu'un nombre décimal ne change pas de valeur quand on écrit à sa droite un ou plusieurs zéros; ainsi la fraction décimale $0,34 = 0,3400$; de même $0,250 = 0,25$.

On appelle *nombre complexe* celui qui est composé de plusieurs espèces d'unités. 3 livres 15 sous est un nombre complexe.

Pour convertir un nombre complexe en décimales, il faut, en commençant par la plus petite unité, diviser successivement par le nombre qui indique combien de fois cette unité est contenue dans la précédente.

Pour convertir 15 sous 6 deniers en décimales, on aura

$$\frac{15}{20} + \frac{6}{240} = \frac{3720}{480} = 0,775.$$

Réciproquement on convertira une fraction décimale en nombre complexe, en multipliant successivement

par les nombres qui indiquent combien de fois la plus grande unité contient la suivante.

Pour évaluer 0,775 en livres, sous et deniers, comme il faut 20 sous pour faire une livre, j'ai d'abord $0,775 \times 20 = 15,500$; multipliant la fraction par 12, j'ai 0,600, ou 0,6; c'est-à-dire que

$$0,775 = 15 \text{ sous } 6 \text{ deniers.}$$

2. *Proportions.* Une proportion est l'assemblage de deux rapports égaux, et l'on nomme *rapport* le résultat de la comparaison de deux quantités.

Le quotient qu'on obtient en divisant l'une de ces quantités par l'autre, se nomme *rapport géométrique.*

Le premier terme du rapport s'appelle *antécédent,* et le second *conséquent.*

Lorsque deux rapports sont égaux, les quatre nombres qui constituent ces rapports sont en proportion : ainsi, si l'on a les rapports égaux $\frac{2}{3}$ et $\frac{8}{12}$, les nombres 2, 3, 8 et 12 formeront une proportion géométrique que l'on écrit en cette manière :

$$2 : 3 :: 8 : 12,$$

et qu'on prononce 2 est à 3 comme 8 est à 12.

Les nombres 2 et 12 sont les extrêmes de la proportion; 3 et 8 en sont les moyens. Les antécédens sont 2 et 8; les conséquens sont 3 et 12.

En général, on prend le conséquent pour le numérateur de la fraction qui exprime le rapport, et l'antécédent pour dénominateur.

Dans toute proportion géométrique, le produit des

deux extrêmes est égal à celui des deux moyens; c'est-à-dire que, dans la proportion ci-dessus, on a

$$2 \times 12 = 3 \times 8.$$

Ainsi la proportion ne se détruira point par le changement de place de ses termes, tant que l'égalité existera entre le produit des deux extrêmes et celui des deux moyens.

On peut donc faire les arrangemens suivans sans que les nombres cessent d'être en proportion :

$$2 : 3 :: 8 : 12,$$
$$2 : 8 :: 3 : 12,$$
$$12 : 8 :: 3 : 2,$$
$$12 : 3 :: 8 : 2,$$
$$3 : 2 :: 12 : 8,$$
$$3 : 12 :: 2 : 8,$$
$$8 : 2 :: 12 : 3,$$
$$8 : 12 :: 2 : 3.$$

On a encore

$$2 + 8 : 3 + 12 :: 2 : 3 \text{ ou } :: 8 : 12,$$
$$3 - 2 : 12 - 3 :: 2 : 3 \text{ ou } :: 8 : 12;$$

c'est-à-dire que la somme ou la différence des antécédens est à la somme ou à la différence des conséquens, comme un antécédent est à son conséquent.

Dans une suite de rapports égaux on a également : la somme des antécédens est à celle des conséquens comme un antécédent est à son conséquent.

Si deux proportions ont les deux extrêmes ou les deux moyens communs, comme les suivantes,

$$4 : 6 :: 10 : 15,$$
$$4 : 5 :: 12 : 15,$$

on a évidemment

$$6 \times 10 = 5 \times 12;$$

d'où $$6 : 5 :: 12 : 10,$$

ou $$5 : 6 :: 10 : 12.$$

Si l'on multiplie plusieurs proportions terme à terme, les quatre produits que l'on obtiendra seront en proportion; et si l'on a deux proportions, en divisant les termes de la première par ceux de la seconde, les quotiens seront encore en proportion.

Il n'est pas moins évident qu'on peut multiplier ou diviser par un même nombre les deux termes d'un même rapport, ou les deux antécédens, ou enfin les deux conséquens, sans troubler la proportion.

Soit toujours $2 : 3 :: 8 : 12,$

et 6 le multiplicateur ou le diviseur, on aura

$$2 \times 6 : 3 \times 6 :: 8 : 12 :: \frac{2}{6} : \frac{3}{6},$$
$$2 : 3 :: 8 \times 6 : 12 \times 6 :: \frac{8}{6} : \frac{12}{6},$$
$$2 \times 6 : 3 :: 8 \times 6 : 12,$$
$$2 : 3 \times 6 :: 8 : 12 \times 6,$$
$$2 : \frac{3}{6} :: 8 : \frac{12}{6},$$
$$2 : 3 :: 1 : \frac{3}{2} :: \frac{2}{3} : 1.$$

On a encore $2^2 : 3^2 :: 8^2 : 12^2$,

et, par conséquent,

$$\sqrt{2} : \sqrt{3} :: \sqrt{8} : \sqrt{12}.$$

C'est au moyen des proportions géométriques qu'on résout les règles de *trois*, la règle d'escompte, de change et de société, lesquelles se réduisent toujours à une proportion géométrique; or, si la quantité que l'on cherche est un extrême de la proportion, on le trouvera en divisant le produit des moyens par l'extrême connu; si c'est un des moyens, on divisera le produit des extrêmes par l'autre moyen.

ALGÈBRE.

3. L'Algèbre ne diffère de l'Arithmétique qu'en ce que les quantités sont représentées par des lettres sans valeurs déterminées.

Ce qu'on appelle multiplicateur en Arithmétique se nomme *coefficient* en Algèbre; par exemple, dans l'expression $3a$, 3 est le coefficient de a.

On nomme terme d'une expression algébrique les quantités dont elle est composée, et qui sont distinguées par les signes $+$ et $-$.

Pour ajouter ensemble plusieurs quantités algébriques, il faut écrire tous les termes à la suite les uns des autres avec leurs signes, et faire la réduction, en observant que toute quantité qui n'a point de signe est censée avoir le signe $+$, et que toute lettre qui n'a point de chiffre à sa gauche a l'unité pour coefficient.

Il en est de même pour la soustraction.

Pour la multiplication il faut avoir égard à la règle des signes, qui est que

Si deux facteurs ont le même signe, leur produit aura le signe +; et s'ils sont de signes différens, ce produit prendra le signe —.

Le produit doit contenir toutes les lettres des deux facteurs, ainsi que celui des coefficiens ; et lorsqu'une lettre est affectée d'un exposant, elle a pour exposant dans le produit la somme de ceux qu'elle avait dans les deux facteurs.

La règle des signes pour la division est la même que pour la multiplication ; on range les termes suivant les exposans d'une même lettre ; on divise le coefficient du dividende par celui du diviseur ; on écrit au quotient les lettres du dividende qui ne sont point au diviseur, et on donne pour exposant à une lettre qui se trouve au dividende et au diviseur, celui du dividende moins celui du diviseur.

C'est dans les traités d'Algèbre qu'il faut chercher les procédés à suivre, suivant les différentes circonstances où l'on peut se trouver en faisant ces opérations, et surtout pour la recherche du *plus grand commun diviseur,* qu'on ne peut trouver facilement que par l'habitude.

Les règles pour les fractions algébriques sont absolument les mêmes que celles des fractions numériques.

4. *Equations.* Je rappellerai seulement qu'une équation est l'égalité de deux quantités de différentes dé-

nominations; que, pour dégager l'inconnue lorsqu'elle se trouve mêlée avec d'autres quantités connues, par addition, soustraction, multiplication et division, on fait passer dans le premier membre de l'équation tous les termes où se trouve l'inconnue, de sorte qu'il ne reste dans le second membre que des termes dont les nombres sont connus; et cela se fait en écrivant ces termes dans l'autre membre avec un signe contraire à celui qu'il avait d'abord, et en les effaçant dans celui où ils se trouvaient, en faisant toutefois attention que le premier terme de chaque membre est censé avoir le signe $+$.

C'est ainsi que, dans l'équation

$$5x - 13 = 2x + 8,$$

on aura $$5x - 2x = 8 + 13,$$

ou $$3x = 21,$$

et $$x = \frac{21}{3} = 7.$$

Si l'on avait

$$x + ax + bc = a + b + cx,$$

on tirerait d'abord

$$x + ax - cx = a + b - bc,$$

et ensuite

$$x = \frac{a + b - bc}{1 - a - c}.$$

Pour dégager une inconnue d'un dénominateur, il faut multiplier les autres termes par ce dénominateur; et si l'on veut faire disparaître à la fois plusieurs dénomi-

nateurs, on multipliera chaque numérateur par le produit des dénominateurs des autres termes, les entiers par le produit de tous les dénominateurs, et l'on n'a point égard au dénominateur commun des fractions résultantes.

Soit l'équation $\frac{4x}{3} + 3 = \frac{3x}{2} + 12 - \frac{7x}{4}$,

on aura d'abord

$$4x \times 2 \times 4 + 3 \times 3 \times 2 \times 4$$
$$= 3x \times 3 \times 4 + 12 \times 2 \times 3 \times 4 - 7x \times 3 \times 2,$$

ou $$32x + 72 = 36x + 288 - 42x.$$

D'où, en rassemblant tous les termes qui contiennent x dans le même nombre,

$$38x = 216 \quad \text{et} \quad x = \frac{216}{38} = 5,68$$

à un centième près de l'unité principale.

5. *Problème.* Connaissant la sommme de deux nombres x et $y = s$, et leur différence d, on demande la valeur de chacun de ces nombres.

Suivant l'exposé de la question, on a

$$x + y = s,$$

et si y est plus petit que x, on a aussi

$$x - y = d.$$

Ajoutant ces deux équations, on obtient

$$x = \frac{s + d}{2},$$

et si l'on retranche la seconde équation de la première ,

$$y = \frac{s - d}{2}.$$

Ces deux égalités font voir que le plus grand nombre vaut la moitié de la somme, plus la moitié de la différence; et le plus petit nombre égale la moitié de cette même somme moins la moitié de la différence.

Cette règle aura son application.

Les équations qui contiennent un plus grand nombre d'inconnues, n'ont pas plus de difficultés. Voici la règle que l'on prescrit à cet égard.

On résout chaque équation par rapport à l'une des inconnues, ce qui donne deux équations, desquelles on en forme une troisième que l'on résout par rapport à l'inconnue qui s'y trouve; et lorsqu'on a cette inconnue on la substitue dans l'une des expressions qui représentent la première inconnue.

Par exemple, si l'on avait à résoudre les équations

$$ax + by = c,$$

$$dx + fy + g,$$

on tirerait de la première

$$x = \frac{c - by}{a},$$

et de la seconde $x = \frac{g - fy}{d}$;

égalant le second membre de la première équation

au second membre de la seconde, on a

$$\frac{c - by}{a} = \frac{g - fy}{d}, \text{ ou } d(c - by) = a(g - fy),$$

ou bien, en effectuant les multiplications

$$dc - dby = ag - afy,$$

et enfin $$y = \frac{dc - ag}{db - af}.$$

On peut trouver x de la même manière, ou substituer la valeur de y dans l'une des équations premières.

Il y a plusieurs méthodes pour résoudre les équations du premier degré à plusieurs inconnues; il faut, à ce sujet, consulter le Traité d'Algèbre, article *élimination.*

Equation du second degré.

6. S'il n'y a qu'une inconnue et un seul terme, il suffit d'en extraire la racine carrée.

Par exemple si $x^2 = 81$, on aura $x = 9$.

Sachant que le carré de

$(a+b)$ ou $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, et que $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$,

on pourra toujours extraire la racine carrée d'un nombre quelconque; cependant, pour ne rien laisser à désirer, nous donnerons ci-après, une règle générale pour faire cette opération arithmétique, que l'on abrège beaucoup en faisant usage des logarithmes, comme on le verra par la suite.

L'opération ne serait pas plus difficile si l'équation contenait plusieurs termes ; si l'on avait, par exemple, $\frac{3x^2}{2} + 5 = 78,5$; en suivant la méthode indiquée au n° précédent, on aurait d'abord

$$3x^2 + 10 = 157 ; \text{ ou } x^2 = \frac{157 - 10}{3} = \frac{147}{3} = 49 ;$$

de cette équation $x^2 = 49$, on tire

$$x = \pm \sqrt{49} = 7.$$

parce que le carré de $7 = 49$.

Si l'équation était

$$\frac{3x^2}{2} + 2 = 5, \frac{3}{4},$$

on aurait $x = \pm \sqrt{\frac{30}{12}}$.

Le radical doit descendre au-dessous de la barre qui est entre le numérateur et le dénominateur, car si l'on écrivait $\frac{\sqrt{30}}{12}$, cela voudrait dire que la racine carrée de 30 doit être divisée par 12. D'un autre côté on met $\pm$ après le signe $=$, parce que le carré de $-x$ est $+x^2$, aussi bien que celui de $+x$.

On voit par ce qui précède, qu'il faut, pour résoudre les équations du second degré, réunir dans un seul membre tous les termes affectés du carré de l'inconnue, puis la dégager de ses multiplicateurs et de ses diviseurs, et extraire la racine carrée de l'autre membre.

Si l'équation était complète, c'est-à-dire, si elle était de la forme

$$x^2 + px = q,$$

(p et q étant des nombres connus, soit positifs soit négatifs), on la résoudrait de la manière suivante, qui se trouve indiquée dans tous les traités d'Algèbre.

On ajoute $\frac{1}{4}p^2$, qui est le carré de la moitié du coefficient p, aux deux membres de l'équation ; ce qui donne

$$x^2 + px + \frac{1}{4}p^2 = \frac{1}{4}p^2 + q,$$

ou $$\left(x + \frac{1}{2}p\right)^2 = \frac{1}{4}p^2 + q.$$

La racine carrée du premier membre $= x + \frac{1}{2}p$, et l'on indique celle du second membre en cette manière : $\pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}$.

L'équation est donc

$$x + \frac{1}{2}p = \pm\sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q};$$

d'où l'on tire

$$x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}:$$

soit $p = 10$ et $q = 200$, on aura

$$x + 5 = \pm\sqrt{25 + 200.} = \pm 15;$$

donc

$$x = 15 - 5 = 10 \text{ pour une valeur},$$

et $$x = -20 \text{ pour l'autre valeur}.$$

La première valeur de x résout le problème; à l'égard de la racine négative, on n'en a que faire, parce qu'elle ne fait que satisfaire à la question.

7. *Règle générale pour extraire la racine carrée d'un nombre quelconque.*

Partagez le nombre donné en tranches de deux chiffres, en commençant par la droite; prenez la racine du plus grand carré contenu dans la dernière tranche à gauche, ce sera le premier chiffre de la racine; élevez ce chiffre au carré, et retranchez ce carré de cette même tranche. A côté du reste, abaissez la tranche suivante, séparez par un point le dernier chiffre que vous venez d'abaisser, et divisez ce qui se trouve sur la gauche par le double du chiffre que vous avez mis à la racine; le quotient sera le second chiffre que l'on cherche, et on le mettra à la suite du diviseur; puis on multipliera le nombre qui en résulte par ce même dernier chiffre du quotient et on retranchera le produit du reste de l'opération précédente, augmenté de la tranche descendue.

(Si le produit était trop grand, on diminuerait le quotient jusqu'à ce que la soustraction pût s'effectuer.)

A côté du reste que vous aurez, abaissez une nouvelle tranche, en observant toujours de séparer le dernier chiffre par un point. Divisez les chiffres qui se trouvent sur la gauche, par le double de ceux déjà mis à la racine; le quotient sera le troisième chiffre de la racine, si l'on peut retrancher du nombre ter-

miné au dernier chiffre de la tranche abaissée, le produit du diviseur par ce même quotient augmenté du carré de celui-ci.

On continuera de même jusqu'à ce que la dernière tranche soit descendue.

Cette opération étant faite, s'il se trouve un reste, c'est une preuve que le nombre proposé n'est pas un carré parfait ; alors on ne pourra trouver exactement la racine de ce nombre, mais on en approchera autant que l'on voudra à l'aide des parties décimales.

Pour cela, on mettra deux zéros à la droite du dernier reste ; et en continuant l'opération comme ci-dessus, on aura des dixièmes à la racine ; si, au nouveau reste, on ajoute encore deux zéros, on obtiendra des centièmes ; et, en général, pour avoir un chiffre à la racine, on en mettra deux au carré, ce qui est évident, puisqu'un nombre qui contient des parties décimales étant multiplié par lui-même, donne un carré qui contient deux fois autant de chiffres décimaux qu'il y en a à la racine.

C'est ainsi qu'on trouve que la racine carrée du nombre $2 = 1,4142$; que celle du nombre $3 = 1,73205$; et celle du nombre $57 = 7,549$.

Pour extraire la racine d'une fraction, on peut prendre la racine de chacun de ses termes, et diviser l'un par l'autre ; mais il vaut mieux convertir la fraction en décimales, et extraire ensuite la racine de cette nouvelle fraction ; alors il faut avoir l'attention, en convertissant en décimales, d'obtenir deux fois autant de chiffres décimaux que l'on veut en avoir à la racine.

Par exemple, si j'avais à extraire la racine carrée de $\frac{5}{9}$ avec l'exactitude poussée aux millièmes, c'est-à-dire à trois décimales, je convertirais cette fraction en celle-ci : 0,555555, dont la racine approchée est 0,745.

Calculs des Radicaux.

8. On ajoute et l'on soustrait les quantités radicales, en les unissant par le signe + ou —, lorsque ces quantités ne sont pas semblables; mais si elles ne diffèrent que par le coefficient numérique hors du radical, on ajoute ou l'on soustrait ces coefficiens,

$$3a\sqrt{c}+5a\sqrt{c}=8a\sqrt{c}.$$

S'il fallait ajouter $3b\sqrt{a^3c}$ avec $5a\sqrt{ab^2c}$, on mettrait le premier radical sous la forme $3ab\sqrt{ac}$, et le second sous l'expression $5ab\sqrt{ac}$, et l'on aurait

$$8ab\sqrt{ac}$$

pour la somme de ces deux quantités.

En général, pour faire sortir une quantité hors du radical, il faut diviser par cette quantité tous les termes qui sont sous le radical, et faire précéder ce radical par la racine de cette même quantité.

Réciproquement, pour introduire un facteur sous le radical, il faut l'élever à la puissance indiquée par l'exposant du radical, et le multiplier par tous les termes contenus sous ce radical, ainsi

$$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b},\ (a+b)\sqrt{c}=\sqrt{(a+b)^2c};$$

$$\frac{a}{b}\sqrt{x+y}=\frac{1}{b}\sqrt{a^2x+a^2y}=a\sqrt{\frac{x+y}{b^2}}.$$

On a de même

$$\sqrt{x+\frac{y}{z^2}}=\frac{1}{z}\sqrt{xz^2+y}.$$

C'est-à-dire que lorsque la quantité à faire sortir est un diviseur, on multiplie l'expression sous le radical, au lieu de la diviser.

$$\sqrt{a}\times\sqrt{c}=\sqrt{ac};$$

$$\sqrt{a+b}\times\sqrt{ac}=\sqrt{a^2c+abc};$$

$$\sqrt{a+b}\times\sqrt{a+b}=\sqrt{(a+b)^2}=a+b.$$

Ce qui fait voir que, pour élever au carré une quantité sous le signe $\sqrt{\ }$, il suffit d'ôter ce radical.

La division de $\sqrt{a}$ par $\sqrt{b}$, donne $\sqrt{\frac{a}{b}}$ pour quotient ; $ab\sqrt{bc}$ divisé par $a\sqrt{b}=b\sqrt{c}$, que l'on obtient en divisant ab par a et $\sqrt{bc}$ par $\sqrt{b}$.

a divisé par $\sqrt{x}=\frac{a}{\sqrt{x}}$; $\frac{a}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a}}=\sqrt{a}$.

S'il fallait diviser $\sqrt{a^2-y^2}$ par $a+y$, on aurait

$$\frac{\sqrt{a^2-y^2}}{\sqrt{(a+y)^2}}=\sqrt{\frac{a^2-y^2}{(a+y)^2}}=\sqrt{\frac{a-y}{a+y}},$$

en divisant les deux termes de la fraction par $a+y$.

$\sqrt{a}$ et $a^{\frac{1}{2}}$, sont des expressions qui signifient la

même chose; elles indiquent, l'une et l'autre, qu'il faut prendre la racine carrée de a, ainsi qu'on le fait déjà par l'explication des signes.

De même,

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{3}{4}}\,;\quad \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{3}{4}}\,;\quad \sqrt[5]{(a^2+b^2)^3} = (a^2+b)^{\frac{3}{5}}.$$

La quantité

$$\frac{a}{b^2} = a \times b^{-2},\ \text{ou}\ ab^{-2};\quad \frac{1}{a^5} = a^{-5}.$$

Enfin,

$$\frac{(a^2+b^2)^{\frac{3}{5}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}}} = (a^2+b^2)^{\frac{3}{5}} \times (a+b)^{-\frac{1}{2}}.$$

J'ai insisté sur ces transformations, parce qu'elles se présentent continuellement dans l'analyse.

Des Logarithmes.

9. Les logarithmes sont des nombres d'une progression arithmétique, qui correspondent à d'autres nombres dans une progression géométrique. L'usage des logarithmes est très étendu dans l'application des Mathématiques, parce qu'ils simplifient beaucoup les calculs dans un grand nombre de cas; la découverte en est due au baron Néper, écossais, mort en 1618. Au moyen des logarithmes, la multiplication de deux nombres quelconques se réduit à une simple addition.

La division s'effectue par une soustraction.

L'élévation des puissances se fait par la multiplication. Enfin, l'extraction des racines s'obtient par la division.

Ces règles peuvent être énoncées comme il suit :

Le logarithme d'un produit égale la somme des logarithmes du multiplicande et du multiplicateur ;

ainsi $\log. abc = \log. a + \log. b + \log. c.$

Le logarithme d'un quotient égale le logarithme du dividende, moins le logarithme du diviseur,

ou $\log. \frac{a}{b} = \log. a - \log. b.$

Le logarithme d'une puissance quelconque d'un nombre égale le logarithme de ce nombre multiplié par le nombre qui indique la puissance ;

ainsi $\log. a^3 = 3 \log. a.$

Le logarithme de la racine d'un nombre égale le logarithme de ce nombre divisé par l'exposant de la racine,

ce qui donne

$$\log. \sqrt[3]{a}, \text{ ou } \log. a^{\frac{1}{3}} = \tfrac{1}{3} \log. a,$$

et $$\log. a^{\frac{2}{3}} = \tfrac{3}{2} \log. a = \frac{3 \log. a}{2}.$$

Si l'on avait à prendre une racine quelconque d'un nombre fractionnaire, il faudrait, avant de diviser son logarithme par l'exposant de la racine, augmenter sa caractéristique d'autant de dixaines, moins une, qu'il y a d'unités dans cet exposant.

Si l'on avait l'équation

$$x^{m-1} = \frac{a}{bc + d - s},$$

et qu'on voulût avoir m, on aurait d'abord

$$(m-1)\log. x = \log. a = \log. (bc + d - s);$$

d'où $$m = 1 + \log. a - \frac{(\log. bc + d - s)}{\log. x}.$$

Il y a ici une remarque essentielle à faire, c'est que le log. $(bc + d - s)$ n'est pas la même chose que log. b + log. c + log. d — log. s, parce que ces derniers logarithmes indiquent celui de $\frac{bcd}{s}$.

Pour avoir le logarithme $(bc + d - s)$, il faut évaluer ces quantités séparément en nombres; ajouter la valeur de d avec celle de bc, du total en soustraire celle de s, et prendre le logarithme de la différence.

Si l'on avait un entier joint à une fraction, on réduirait l'entier en fraction, et l'on retomberait dans la règle ci-dessus. En effet, de

$$x = a + \frac{b}{c}, \quad \text{on tire} \quad x = \frac{ab}{c},$$

ou $$\log. x = \log. a + \log. b - \log. c.$$

De même encore l'expression $x = \frac{ab + c}{d - c}$ devient

$$\log. x = \log. (ab + c) - \log. (d - c).$$

Le logarithme d'une fraction dont le numérateur est plus petit que son dénominateur, se présentera sous une forme négative.

Par exemple, le logarithme de la fraction

$$\frac{3}{4} = \log. 3 - \log. 4 = -(\log. 4 - \log. 3).$$

On évite ces logarithmes négatifs en augmentant de

10 la caractéristique du log. du numérateur ; mais alors, pour rétablir l'égalité, on supprime une dixaine à la caractéristique du logarithme définitif, dans lequel est entré celui de la fraction ; et, pour plus de facilité, on a coutume de réduire cette fraction en décimales.

Par exemple, si l'on veut le logarithme de

$\frac{3}{8} = 0,375$, on a log. $0,375 =$ log. $375 -$ log. $1,000$;

mais, d'après ce qui précède, on augmentera la caractéristique du nombre 375 de 10 ; et comme celle de 1000 est 3, on aura

$$\log.\ 0,375 = 9.5740313.$$

On a également

$$\log.\ 0,0375 = 8.5740313,$$
$$\log.\ 0,00375 = 7.5740313,$$

etc.....................

Après avoir calculé les logarithmes, on en a formé des tables ; les plus commodes sont celles de Callet, pour l'ancienne division du cercle, et celles de Borda, pour la nouvelle.

Nous terminerons cet article par l'explication du *complément arithmétique*.

10. On appelle complément arithmétique d'un nombre, ce qui manque à ce nombre pour faire 10 ou 100, selon que le nombre est entre 1 est 10, ou entre 1 et 100; ainsi le complément arithmétique de 6 est 4; celui de 87 est 13, et celui de 972 est 28.

Le complément arithmétique se prend facilement à

vue en complétant ce qui manque à chaque chiffre pour faire 9, excepté le dernier qui va jusqu'à 10.

Au moyen du complément arithmétique, la soustraction se fait par une addition, en ayant soin de retrancher du résultat, une dixaine de l'ordre marqué par le nombre des chiffres de ce complément.

Par exemple, s'il fallait soustraire 24 de 92, en écrivant le complément de 24 sous 92, et faisant l'addition de ces deux nombres, on aura

	92
Complément arithmétique de 24........	76
	168

Retranchant une dixaine de centaine, on a 68 pour résultat, comme on le trouverait en faisant la soustraction à l'ordinaire.

On fait un grand usage des complémens arithmétiques dans les opérations que l'on effectue par les logarithmes, ce qui arrive toujours dans le calcul des angles; il est donc nécessaire que l'on ait entre les mains les tables dont nous avons parlé ci-dessus; c'est dans ces tables mêmes qu'il faut apprendre la manière de s'en servir; tous les cas y sont prévus, et il me semble inutile de rapporter ici l'instruction qui se trouve en tête de chacune d'elles, puisqu'il est indispensable que celui qui opère soit muni de ces tables, tant pour les nombres naturels que pour les lignes trigonométriques.

GÉOMÉTRIE.

11. La Géométrie est la science des propriétés de l'étendue.

Les corps sont étendus en longueur, largeur et profondeur, ou épaisseur. La longueur toute seule s'appelle ligne; la longueur combinée avec la largeur prend le nom de surface; enfin, la longeur, la largeur et la profondeur, ou l'épaisseur, combinées ensemble, produisent ce que l'on nomme un solide.

Je vais rappeler les principales propriétés de la Géométrie, en me bornant à la longueur et à la largeur, c'est-à-dire à ses deux premières dimensions.

La ligne droite est le plus court chemin pour aller d'un point à un autre.

On appelle *angle*, l'ouverture formée par deux lignes qui se rencontrent. On désigne ordinairement un angle par une lettre placée au point où les deux lignes se rencontrent, et qu'on appelle *sommet* de l'angle.

Les angles que nous considérerons sont appelés rectilignes, parce qu'ils seront toujours formés par des lignes droites.

Un angle étant l'espace indéfini compris entre deux droites qui se rencontrent, il s'ensuit que la grandeur d'un angle ne dépend point de la longueur de ses côtés ou des lignes qui le forment; mais bien de l'inclinaison que ces côtés ont l'un par rapport à l'autre à leur intersection.

Il y a trois sortes d'angles, l'angle *droit*, l'angle *aigu* et l'angle *obtus*.

L'angle droit est celui qui est formé par deux lignes qui ne penchent pas plus d'un côté que de l'autre, et il est évident que tous les angles droits sont égaux.

L'angle aigu est plus petit que l'angle droit, et au contraire, l'angle obtus est plus grand que l'angle droit.

Deux angles formés d'un même côté d'une droite, s'appellent *angles de suite;* ils valent ensemble deux angles droits; on les appelle plus communément *supplément* l'un de l'autre.

Ainsi, la somme d'un nombre quelconque d'angles formés d'un même côté d'une droite, vaut deux angles droits, et la somme d'un nombre quelconque d'angles formés autour d'un point vaut quatre angles droits. On fait un grand usage de ces deux propriétés dans la Trigonométrie pratique.

Deux angles qui, pris ensemble, valent un angle droit, s'appellent *complément* l'un de l'autre.

Lorsque deux droites se coupent, les angles opposés par le sommet sont égaux.

Une ligne qui tombe directement sur une autre ligne, de manière qu'elle ne penche pas plus d'un côté que de l'autre, s'appelle *perpendiculaire.*

Une ligne étant perpendiculaire à une autre ligne, cette dernière est aussi perpendiculaire à la première ligne.

D'un point donné on ne peut tirer qu'une perpendiculaire à une ligne donnée. Si l'on prolonge une ligne perpendiculaire à une autre, de manière qu'elle passe de l'autre côté de cette ligne, la partie prolongée sera aussi perpendiculaire à cette même ligne.

Une ligne perpendiculaire à une autre est aussi perpendiculaire à toutes les parallèles qu'on peut mener à cette ligne. La perpendiculaire est la plus courte de toutes les lignes qu'on peut mener d'un point donné à une ligne droite donnée; par conséquent, la distance d'un point à une ligne droite se mesure par la

perpendiculaire menée de ce point sur la ligne ; les obliques que l'on pourrait tirer de part et d'autre de la perpendiculaire à des distances égales, sont égales, et l'oblique la plus longue est celle qui s'écarte davantage de la perpendiculaire.

12. Deux lignes droites sont *parallèles*, lorsque étant dans un même plan, et prolongées à l'infini, elles ne deviennent jamais ni plus éloignées ni plus approchées l'une de l'autre, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent jamais se rencontrer.

Les lignes parallèles sont d'un très grand usage. On démontre que deux lignes parallèles à une troisième ligne, sont aussi parallèles l'une à l'autre;

Que si deux parallèles sont coupées par une ligne droite, que l'on nomme *sécante*, la somme des angles intérieurs d'un même côté vaut deux angles droits.

On appelle *angles correspondans* ceux situés d'un même côté d'une sécante; *angles alternes-internes*, ceux situés de part et d'autre de cette sécante et entre les parallèles, et *angles alternes-externes*, ceux situés de part et d'autre de la sécante et au dehors des parallèles.

Les angles correspondans sont égaux, ainsi que les angles internes-alternes et les angles alternes-externes.

Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, ces deux lignes seront parallèles. Si deux angles ont les côtés parallèles chacun à chacun, et dirigés dans le même sens, ils sont égaux.

On appelle *triangle* une figure comprise entre trois lignes ou côtés, et qui, par conséquent, a trois angles : nous ne considérerons que le triangle rectiligne, c'est-à-dire celui formé par trois lignes droites.

13. La somme des trois angles d'un triangle quelconque est égale à *deux angles droits :* ainsi quand on connaît deux angles d'un triangle rectiligne, on connaît nécessairement le troisième.

L'angle formé par un côté du triangle et le prolongement d'un autre côté, est appelé *angle extérieur,* et cet angle extérieur est évidemment égal à la somme des angles intérieurs opposés.

Deux triangles sont égaux,

1°. Quand ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux ;

2°. Quand les trois côtés de l'un sont égaux aux trois côtés de l'autre ;

3°. Lorsqu'ils ont deux côtés égaux chacun à chacun, et l'angle opposé au plus grand de ces côtés égal de part et d'autre.

Ces caractères d'égalité indiquent autant de moyens de faire un triangle égal en tout à un autre triangle donné.

Dans tout triangle, un côté quelconque est plus petit que la somme des deux autres ; le plus grand côté est opposé au plus grand angle, et réciproquement.

Lorsqu'un triangle a un angle droit, on l'appelle *triangle rectangle*, et le plus grand côté de ce triangle, qui est toujours opposé à l'angle droit, se nomme *hypoténuse*.

Deux triangles rectangles sont égaux lorsqu'ils ont l'hypoténuse égale et un côté égal.

On appelle *triangle isoscèle*, celui qui a deux côtés égaux. Dans un tel triangle, les angles opposés aux côtés égaux sont égaux, et une ligne tirée du sommet

sur le milieu du côté opposé, que l'on nomme *base*, est perpendiculaire à ce côté, et cette perpendiculaire divise l'angle du sommet en deux parties égales.

Du Cercle.

14. Un cercle est une ligne dont tous les points sont également éloignés d'un autre point, qu'on appelle *centre*.

On nomme *diamètre du cercle* une ligne droite qui passe par le centre de ce cercle, et qui est terminée de chaque côté par la ligne qui forme le cercle, ou, ce qui est la même chose, par la *circonférence*.

La moitié d'un diamètre s'appelle *rayon*, et le diamètre divise évidemment la circonférence du cercle en deux parties égales.

Dans un même cercle, ou dans des cercles égaux, les rayons sont égaux.

Une partie quelconque de la circonférence s'appelle *arc*, et une ligne droite tirée de l'extrémité de l'arc à l'autre, se nomme *corde* de cet arc. Quant la corde ne passe pas par le centre, elle divise le cercle en deux parties inégales, qu'on appelle *segmens*.

La corde est perpendiculaire à la ligne tirée du centre du cercle au milieu de l'arc dont elle est la corde.

Dans un même cercle ou dans des cercles égaux, les cordes égales soutendent des arcs égaux, et réciproquement; par conséquent, le plus grand arc est soutendu par la plus grande corde, *et vice versâ*.

Toute ligne qui coupe la circonférence prend en général le nom de *sécante*, et l'on appelle *tangente* à

la circonférence, une droite qui n'a qu'un point de commun avec elle. On démontre que la tangente est toujours perpendiculaire au rayon.

Si, d'un point pris hors du cercle, on mène une sécante et une tangente au cercle, la tangente sera moyenne proportionnelle entre la sécante entière et sa partie extérieure.

On appelle *angle inscrit au cercle* celui qui est formé par deux cordes, et qui a son sommet à la circonférence ; un tel angle a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés.

Il en est de même de tout angle formé par une corde et une tangente.

Un angle qui a son sommet en un point quelconque dans l'intérieur du cercle, a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés, plus la moitié de l'arc compris entre les prolongemens de ces mêmes côtés.

Si le sommet de l'angle est hors du cercle, l'angle aura pour mesure la moitié de l'arc concave compris entre ses côtés, moins la moitié de l'arc convexe, compris aussi entre ses côtés.

Un angle à la circonférence, formé par une corde et par une droite extérieure au cercle, a pour mesure la moitié de la circonférence, moins la moitié de l'arc soutendu par la corde et par le prolongement de la ligne donnée.

Polygones.

15. On appelle *polygone* une figure terminée par des lignes droites.

On distingue les polygones suivant le nombre de leurs côtés : on a déjà vu que celui qui a trois côtés se nomme triangle, et que le triangle est dit *isoscèle* quand deux de ses côtés sont égaux ; on l'appelle *équilatéral* quand ses trois côtés sont d'une égale longueur ; dans ce cas les trois angles sont aussi égaux.

Quand les côtés sont inégaux le triangle prend le nom de *scalène.*

Le triangle prend encore d'autres noms quand on le considère par rapport à ses angles ; nous savons déjà qu'il prend le nom de triangle rectangle quand il a un angle droit ; on l'appelle *acutangle* lorsque les trois angles sont aigus ; *obtusangle,* quand il a un angle obtus, et *équiangle,* lorsque les trois angles sont égaux.

La somme de tous les angles intérieurs d'un polygone vaut autant de fois deux angles droits que ce polygone a de côtés moins deux ; cela s'entend des polygones à angles saillans ; s'il y avait des angles rentrans, il faudrait considérer chaque angle rentrant comme étant ce qui manque à l'angle observé pour faire quatre angles droits. Cette règle est très utile dans l'arpentage et le levé des plans quand on fait usage d'instrumens qui donnent la valeur des angles.

16. On appelle *polygone régulier* celui dont les côtés et les angles sont égaux. Toute figure régulière peut être inscrite au cercle.

On démontre que le côté de l'hexagone inscrit est égal au rayon, et celui du décagone, ou de dix côtés, vaut la plus grande partie du rayon du cercle circon-

scrit, divisé en moyenne et extrême raison ; et une ligne est dite *divisée en moyenne et extrême raison*, lorsque sa plus grande partie est moyenne proportionnelle entre l'autre partie et la ligne entière.

Les circonférences des cercles sont entre elles comme leurs diamètres.

Le rapport de la circonférence au diamètre est comme	22 : 7 suivant Archimède,
	355 : 113 suivant Métius.

Lignes proportionnelles.

17. C'est sur la théorie des lignes proportionnelles qu'est fondé l'art de construire une figure semblable à une autre dans un rapport donné, et par conséquent du levé des plans.

On appelle *triangles semblables* ceux qui ont les angles égaux chacun à chacun, et les côtés homologues proportionnels, et on entend par côtés homologues ceux qui sont opposés à des angles égaux :

1°. Deux triangles sont semblables quand ils ont les angles égaux ;

2°. Lorsqu'ils ont un angle égal compris entre les côtés proportionnels ;

3°. Quand ils ont deux côtés proportionnels, l'angle opposé à l'un de ces côtés égal de part et d'autre, et l'angle opposé à l'autre côté de même espèce ;

4°. Lorsqu'ils ont les côtés homologues proportionnels ;

5°. Enfin quand ils ont les côtés perpendiculaires chacun à chacun.

Deux polygones sont semblables lorsqu'ils ont les angles égaux chacun à chacun, et les côtés homologues proportionnels.

Si, de l'angle droit d'un triangle rectangle, on abaisse une perpendiculaire sur l'hypoténuse, cette perpendiculaire partagera le triangle en deux autres qui seront semblables; de plus elle sera moyenne proportionnelle entre les deux segmens de l'hypoténuse, et chaque côté de l'angle droit sera aussi moyen proportionnel entre l'hypoténuse entière et le segment adjacent.

Le carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle, est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Dans tout triangle, le carré d'un côté opposé à un angle aigu est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, *moins* le double produit du côté sur lequel tombe la perpendiculaire, multiplié par le segment adjacent à cet angle.

La règle serait la même, si l'angle était obtus, seulement on mettrait *plus* à la place de moins.

Dans un triangle quelconque, si l'on mène du sommet au milieu de la base, une droite, le double de la somme des carrés de cette droite et de la moitié de la base sera égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Dans un triangle quelconque CBD, fig. 11, si l'on divise l'angle B en deux parties égales par la ligne AB, on aura

$$AC : AD :: BC : CD.$$

On a aussi

$$BC \times BD = AB^2 + AC \times AD.$$

Deux cordes qui se rencontrent dans le cercle se coupent en parties réciproquement proportionnelles ; d'où il suit que toute perpendiculaire élevée sur un diamètre, est moyenne proportionnelle entre les deux segmens qu'elle forme sur ce diamètre.

Deux sécantes qui partent d'un même point pris hors du cercle, étant prolongées jusqu'à la partie de la circonférence la plus éloignée de ce point, sont réciproquement proportionnelles à leurs parties extérieures.

Ces propriétés sont autant de moyens de trouver la longueur d'une ligne inaccessible.

18. Avec ces principes, on peut facilement diviser une ligne donnée en parties égales ou proportionnelles, et par conséquent construire une échelle dans telle proportion que l'on voudra.

On peut également élever une perpendiculaire à une ligne; diviser un angle en deux parties égales ; mener une parallèle à une droite donnée ; mener une perpendiculaire à l'extrémité d'une ligne sans la prolonger; diviser une ligne en moyenne et extrême raison; décrire un segment capable d'un angle donné; trouver une moyenne et une quatrième proportionnelle; construire une figure semblable à une figure donnée, et transformer un polygone rectiligne en un autre polygone de même surface, et qui ait un côté de moins..... etc.

Tous ces problèmes sont résolus n° 134 et suivans.

19. On verra au n° 59 le principe de la surface d'un rectangle, d'un triangle, d'un trapèze, etc.

Voici la définition de ces différentes figures.

Un quadrilatère est une figure de quatre côtés.

Un quadrilatère dont deux côtés seulement sont parallèles, se nomme *trapèze*, et les côtés parallèles s'appellent *bases du trapèze*.

On appelle *parallélogramme* un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

On distingue parmi les parallélogrammes, le *rectangle*, le *carré* et le *losange*.

Le parallélogramme rectangle est celui dont les quatre angles sont droits, mais dont les côtés contigus sont inégaux.

Le carré est celui dont les quatre angles étant droits, les quatre côtés sont égaux.

Le losange est un parallélogramme dont les côtés sont égaux, mais dont les angles sont inégaux.

On voit au n° 65 la règle pour avoir la circonférence et la surface d'un cercle; en nommant c la circonférence, r le rayon et s la surface, on a, en général,

$$s = \frac{1}{2}cr; \quad \text{d'où} \quad cr = 2s; \quad 2r = \frac{4s}{c}, \quad \text{et} \quad c = \frac{2s}{r}.$$

On trouve aussi que la surface d'un cercle est égale au carré du diamètre multiplié par le quart du rapport du diamètre à la circonférence, ou au carré du rayon multiplié par le rapport de la circonférence au diamètre.

De cette dernière propriété on tire cette autre :

$$s : d^2 :: \begin{cases} 11 : 14 \text{ selon Archimède,} \\ 355 : 452 \text{ suivant Métius,} \\ 785 : 1000, \\ 3929 : 5000; \end{cases}$$

d étant le diamètre du cercle.

NOUVELLES MESURES.

Mesures linéaires.

20. On a donné le nom de *mètre* à l'unité de mesure linéaire qui remplace toutes celles de longueur dont on faisait usage avant l'adoption des nouvelles mesures.

La longueur du mètre a été déterminée de 3 pieds 11 lignes $\frac{296}{1000}$ de ligne; ou, en fractions décimales, $3^p,0744$. Il remplace la toise linéaire, l'aune, la canne et autres, servant au mesurage des grandeurs.

La dixième partie du mètre se nomme *décimètre;* sa longueur est de très près de 3 pouces 8 lignes $\frac{1}{3}$; il remplace le pied, la palme, etc.

On nomme *centimètre* la centième partie du mètre; c'est environ 4 lignes $\frac{44}{100}$; il remplace le pouce et autres fractions semblables.

La millième partie du mètre s'appelle *millimètre;* c'est la dernière division à laquelle on s'arrête ordinairement dans la pratique; il équivaut à $\frac{44}{100}$ de ligne, à très peu près.

Dix mètres forment un *décamètre;* il remplace la

3..

chaîne d'arpenteur, qui est alors appelée *perche métrique;* sa longueur répond à 5 toises 9 pouces 4 lignes $\frac{96}{100}$.

Mille mètres font un *kilomètre*, et dix kilomètres font un *myriamètre*, ou une lieue métrique; elle vaut 5131 toises.

Mesures agraires ou de superficie.

Un décamètre carré se nomme *are*, ou *perche métrique carrée;* c'est un carré dont le côté a dix mètres de longueur; il remplace les perches, verges, cordes et autres mesures dont on faisait usage pour l'évaluation des surfaces. C'est une étendue superficielle de 100 mètres carrés.

Cent ares carrés font un *hectare*, ou un *arpent métrique;* c'est un carré dont le côté a 100 mètres ou 10 décamètres de longueur; il remplace les arpens, journaux, sétérées et autres grandes mesures superficielles, et vaut 1 arpent 95 perches $\frac{8}{10}$ de l'ancienne mesure des eaux et forêts, et 2 arpens 92 perches de celle de Paris.

La dixième partie de l'are se nomme *déciare*, et la centième partie s'appelle *centiare* ou *mètre carré*. On prend ordinairement l'are pour unité, et le centiare en devient une fraction; cependant, si le terrain qu'on mesure avait une très grande valeur, il vaudrait mieux prendre le centiare pour unité.

Division du Cercle.

Dans le nouveau système métrique, le cercle est

divisé en 400 parties égales, qu'on nomme *degrés* ou *grades;* ceux-ci le sont en 100 parties aussi égales, qu'on appelle *minutes,* et la minute est partagée en 100 *secondes.*

Jusqu'à l'adoption de ce système, le quart de la circonférence était de 90°; chaque degré valait 60 minutes, et la minute 60 secondes.

Pour indiquer les degrés, soit de la nouvelle, soit de l'ancienne division, on met la marque ° à la droite du nombre et au-dessus; le signe ′ est le symbole des minutes, et l'on désigne les secondes par ″; de sorte que 35°21′35″ signifie 35 degrés 21 minutes 35 secondes.

Remarque. Pour faire disparaître les difficultés que l'on apportait à l'adoption du nouveau système, à cause de la nomenclature des noms, le Gouvernement, tout en maintenant le mètre pour la seule dénomination de l'unité fondamentale de ce système, a déclaré qu'on pourrait dire indifféremment pour les mesures de longueur :

Perche ou *décamètre;* et pour les mesures de superficie, *arpent* ou *hectare, perche* ou *are, mètre carré* ou *centiare.*

Ainsi, dans le cours de cet Ouvrage, je me servirai indifféremment de l'une ou de l'autre de ces dénominations.

L'usage de ce système dans toutes les parties de la France, exige souvent des réductions des anciennes mesures aux nouvelles, et réciproquement.

Pour éviter aux personnes qui s'occupent de ce genre de travail, la peine de faire ces réductions, je mets ici une table de comparaison pour les mesures les plus

connues, ainsi que pour la conversion des anciens degrés en nouveaux, *et vice versâ.*

21. *Conversion des anciennes Mesures aux nouvelles.*

Mesures linéaires.

1	ligne vaut en mètres..................	$0^{m}00225583$
	pouce vaut........................	0,02706996
	pied vaut.........................	0,32483938
	toise vaut........................	1,949036
	aune de Paris vaut..................	1,188446.
1	perche de 17 pi. 5 po. vaut en perch. métr.	$0^{p}565762$
	18 pieds....................	0,584711
	18 pieds 4 pouces...........	0,595539
	20 pieds....................	0,649679
	20 pieds 2 pouces...........	0,655093
	21 pieds 8 pouces...........	0,703819
	22 pieds....................	0,714647
	24 pieds....................	0,779615.

Mesures agraires.

1	ligne carrée vaut en mètre carré........	$0^{m}000005089$
	pouce carré.........................	0,00073278
	pied carré..........................	0,1055206
	toise carrée........................	3,7987416.
1	perche carrée de 17 pieds 5 pouc. vaut en perch. métr. carrée...	$0^{p}3200865$
	18 pieds.............	0,3418868
	18 pieds 4 pouces......	0,3546664
	20 pieds.............	0,4220825
	20 pieds 2 pouces......	0,4291468
	21 pieds 8 pouces......	0,4953344
	22 pieds.............	0,5107198
	24 pieds.............	0,6077988.

22. *Réduction des Mesures nouvelles aux anciennes.*

Mesures linéaires.

1 mètre vaut en	lignes	443,296
	pouces	36,94133
	pieds	3,0784444
	aune de Paris	0,84144
	toise	0,51307
	perche de 18 pieds	0,171026
	20 pieds	0,153922
	22 pieds	0,139929
	24 pieds	0,128269.

Mesures agraires.

1 mètre carré vaut en	lignes carrées	196511,00
	pouces carrés	1364,66
	pieds carrés	9,47682
	toise carré	0,263245.
1 décamètre carré, ou une perche métrique carrée, vaut en	perches carrées de 17 pieds 5 pouces.	3P12415
	18 pieds 4 pouces.	2,81955
	20 pieds 2 pouces.	2,330205
	21 pieds 8 pouces.	2,01802
	18 pieds	2,924943
	20 pieds	2,369205
	22 pieds	1,95802
	24 pieds	1,64528.

1 arpent métrique vaut en sétérées de	20000 pieds carrés, 4 sétérées 11 coupées $\frac{8}{10}$
	22500 pieds carrés, 4 sétérées 3 coupées
	24200 pieds carrés, 3 sétérées 14 coupées $\frac{2}{3}$
	27000 pieds carrés, 3 sétérées 8 coupées
	28000 pieds carrés, 3 sétérées 6 coupées $\frac{15}{100}$.

La sétérée est supposée valoir 16 coupées.

Réciproquement,

1 sétérée de	20000 pieds carrés vaut........	21p	10m40
	22500 pieds carrés...............	23.	74,21
	24200 pieds carrés...............	25.	53,598
	27000 pieds carrés...............	28.	49,06
	28000 pieds carrés...............	29.	54,577.

La sétérée varie souvent dans le même canton et quelquefois dans la même commune. Dans le département du Tarn, on en compte de 45 à 50 espèces. Il en est de même des autres mesures, comme l'arpent, le journal, le jour, l'essein, le pichet, la perche, la verge, la coupée, la bicherée, la seylive, le sillon, le boisseau, l'homé, le jalon, le mencaud, le setier, la corde, la mine, la faux, etc.

Il serait, je crois, difficile de rapporter toutes les mesures de longueur et de superficie qui existaient en France avant l'adoption du nouveau système métrique; mais il suffira de connaître la valeur de l'une de ces mesures, pour pouvoir en faire la réduction au moyen des tables ci-dessus.

23. S'il fallait trouver en mètres la valeur de la perche de 19 pieds 6 pouces de longueur, à raison de 11 pouces par pied, on convertirait tout en pouces, et l'on aurait 215 à multiplier par la valeur d'un pouce, que la table donne de $0^{m},02706995$; le produit $5^{m},82004$ serait la quantité demandée.

On convertira cette perche en *ares* en multipliant 73278, qu'on trouve dans la table pour le pouce carré, par 46225, carré de 215 ; le produit $= 0^{are}.33874$, ou $33^{m},874$; c'est la valeur qu'il fallait trouver.

Pour savoir ce que vaut un décamètre carré en perche carrée de 19 pieds 6 pouces, ou 215 pouces, il suffit de diviser l'unité par 0.33874; on trouve $2,^{p}9521$: ainsi des autres.

24. Il arrivera sans doute plus d'une fois, que l'arpenteur n'aura pas de tables entre les mains pour faire ces réductions; alors il déterminera le rapport de la plus petite espèce en *mètres*. Il suffira qu'il n'oublie point que le mètre vaut en pieds 3,078444; alors la valeur du pied en mètre vaut $\frac{1}{3,078444}$ ou $0^{m},324839$: par conséquent, en prenant le douzième de ce nombre, on aura la valeur du pouce.

Si l'on voulait encore connaître ce que vaut, en mètres carrés, une perche carrée de 18 pieds, on dirait: puisque le pied vaut 0,3248, son carré vaudra ce nombre multiplié par lui-même, c'est-à-dire, $0^{m},1055204$; multipliant ce dernier nombre par 324, carré de 18, on aura 34,18861; c'est le nombre de mètres carrés que contient la perche carrée de 18 pieds de long.

Si l'on veut convertir en degrés décimaux, par exemple, $138° 25' 30''$ de l'ancienne division du cercle, prenez le sixième des secondes que vous mettrez à la droite des minutes, ce qui vous donnera $138° 25' 5$; prenez aussi le sixième des minutes et du chiffre qui est à sa droite, vous aurez $138°,425$, qui, multipliés par $\frac{10}{9} = 153° 80' 56''$, pour la conversion demandée.

S'il faut réduire en degrés anciens $153° 80' 56''$ de la nouvelle division, j'en retranche le dixième, le reste $= 138°,425$; je multiplie la fraction par 6, et j'ai

138° 25′ 5; je multiplie encore la fraction par 6, ce qui me donne enfin, 138°, 25′, 30″, pour la réduction demandée.

On peut aussi opérer comme il suit :

$$9^\circ \text{ anciens} = 10^\circ \text{ nouvelle division.}$$
$$3' = 5$$
$$3'' = 5;$$

ce qui donne le rapport $\frac{81}{250}$: ainsi, on pouvait faire la proportion

$$81 : 250 :: 138^\circ\ 25'\ 30'', \quad \text{ou} \quad 498330'' : x;$$

on trouve ce quatrième terme de

$$1538056'', \quad \text{ou} \quad 153^\circ\ 80'\ 56''.$$

Pour convertir en degrés anciens, on peut faire 250 : 81 :: le nombre de secondes à réduire est au nombre de secondes que l'on cherche. Si l'on n'avait que des minutes à réduire, le rapport serait $\frac{27}{50}$.

Au surplus, les tables I et II, ci-contre, tiendront lieu de ces calculs, lorsqu'on les aura entre les mains.

TABLE 1, *pour convertir la division décimale du quart du cercle en division sexagésimale.*

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Degrés.	0	0°00'	0°54'	1°48'	2°42'	3°36'	4°30'	5°24'	6°18'	7°12'	8°06'
	1	9.00	9.54	10.48	11.42	12.36	13.30	14.24	15.18	16.12	17.06
	2	18.00	18.54	19.48	20.42	21.36	22.30	23.24	24.18	25.12	26.06
	3	27.00	27.54	28.48	29.42	30.36	31.30	32.24	33.18	34.12	35.06
	4	36.00	36.54	37.48	38.42	39.36	40.30	41.24	42.18	43.12	44.06
	5	45.00	45.54	46.48	47.42	48.36	49.30	50.24	51.18	52.12	53.06
	6	54.00	54.54	55.48	56.42	57.36	58.30	59.24	60.18	61.12	62.06
	7	63.00	63.54	64.48	65.42	66.36	67.30	68.24	69.18	70.12	71.06
	8	72.00	72.54	73.48	74.42	75.36	76.30	77.24	78.18	79.12	80.06
	9	81.00	81.54	82.48	83.42	84.36	85.30	86.24	87.18	88.12	89.06
Minutes.	0	0'00"0	0'32"4	1'04"8	1'37"2	2'09"6	2'42"0	3'14"4	3'46"8	4'19"2	4'51"6
	1	5.24,0	5.56,4	6.28,8	7.01,2	7.33,6	8.06,0	8.38,4	9.10,8	9.43,2	10.15,6
	2	10.48,0	11.20,4	11.52,8	12.25,2	12.57,6	13.30,0	14.02,4	14.34,8	15.07,2	15.39,6
	3	16.12,0	16.44,4	17.16,8	17.49,2	18.21,6	18.54,0	19.26,4	19.58,8	20.31,2	21.03,6
	4	21.36,0	22.08,4	22.40,8	23.13,2	23.45,6	24.18,0	24.50,4	25.22,8	25.55,2	26.27,6
	5	27.00,0	27.32,4	28.04,8	28.37,2	29.09,6	29.42,0	30.14,4	30.46,8	31.19,2	31.51,6
	6	32.24,0	32.56,4	33.28,8	34.01,2	34.33,6	35.06,0	35.38,4	36.10,8	36.43,2	37.15,6
	7	37.48,0	38.20,4	38.52,8	39.25,2	39.57,6	40.30,0	41.02,4	41.34,8	42.07,2	42.39,6
	8	43.12,0	43.44,4	44.16,8	44.49,2	45.21,6	45.54,0	46.26,4	46.58,8	47.31,2	48.03,6
	9	48.36,0	49.08,4	49.40,8	50.13,2	50.45,6	51.18,0	51.50,4	52.22,8	52.55,2	53.27.6
Secondes.	0	0"000	0"324	0"648	0"972	1"296	1"620	1"944	2"268	2"592	2"916
	1	3,240	3,564	3,888	4,212	4,536	4,860	5,184	5,508	5,832	6,156
	2	6,480	6,804	7,128	7,452	7,776	8,100	8,424	8,748	9,072	9,396
	3	9,720	10,044	10,368	10,692	11,016	11,340	11,664	11,988	12,312	12,636
	4	12,960	13,284	13,608	13,932	14,256	14,580	14,904	15,228	15,552	15,876
	5	16,200	16,524	16,848	17,172	17,496	17,820	18,144	18,468	18,792	19,116
	6	19,440	19,764	20,088	20,412	20,736	21,060	21,384	21,708	22,032	22,356
	7	22,680	23,004	23,328	23,652	23,976	24,300	24,624	24,948	25,272	26,596
	8	25,920	26,244	26,568	26,892	27,216	27,540	27,864	28,188	28,512	28,836
	9	29,160	29,484	29,808	30,132	30,456	30,780	31,104	31,428	31,752	32,076

TABLE II, *pour convertir la division sexagésimale du quart du cercle en division décimale.*

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Degrés.	0	0°00′00″0	1°11′11″1	2°22′22″2	3°33′33″3	4°44′44″4	5°55′55″6	6°66′66″7	7°77′77″8	8°88′88″9	10°00′00″0
	1	11.11.11,1	12.22.22,2	13.33.33,3	14.44.44,4	15.55.55,6	16.66.66,7	17.77.77,8	18.88.88,9	20.00.00,0	21.11.11,0
	2	22.22.22,2	23.33.33,3	24.44.44,4	25.55.55,6	26.66.66,7	27.77.77,8	28.88.88,9	30.00.00,0	31.11.11,1	32.22.22,2
	3	33.33.33,3	34.44.44,4	35.55.55,6	36.66.66,7	37.77.77,8	38.88.88,9	40.00.00,0	41.11.11,1	42.22.22,2	43.33.33,3
	4	44.44.44,4	45.55.55,6	46.66.66,7	47.77.77,8	48.88.88,9	50.00.00,0	51.11.11,1	52.22.22,2	53.33.33,3	54.44.44,4
	5	55.55.55,6	56.66,66,7	57.77.77,8	58.88.88,9	60.00.00,0	61.11.11,1	62.22.22,2	63.33.33,3	64.44.44,4	65.55.55,6
	6	66.66.66,7	67.77.77,8	68.88.88,9	70.00.00,0	71.11.11,1	72.22.22,2	73.33.33,3	74.44.44,4	75.55.55,6	76.66.66,7
	7	77.77.77,8	78.88.88,9	80.00.00,0	81.11.11,1	82.22.22,2	83.33.33,3	84.44.44,4	85.55.55,6	86.66.66,7	87.77.77,8
	8	88.88.88,9	90.00.00,0	91.11.11,1	92.22.22,2	93.33.33,3	94.44.44,4	95.55.55,6	96.66.66,7	97.77.77,8	98.88.88,9
Minutes.	0	00.00,0	01.85,2	03.70,4	05.55,6	07.40,7	09.25,9	11.11,1	12.96,3	14.81,5	16.66,7
	1	18.51,9	20.37,0	22.22,2	24.07,4	25.92,6	27.77,8	29.63,0	31.48,1	33.33,3	35.18,5
	2	37.03,7	38.88,9	40.74,1	42.59,3	44.44,4	46.29,6	48.14,8	50.00,0	51.85,2	53.70,4
	3	55.55,6	57.40,7	59.25,9	61.11,1	62.96,3	64.81,5	66.66,7	68.51,9	70.37,0	72.22,2
	4	74.07,4	75.92,6	77.77,8	79.63,0	81.48,1	83.33,3	85.18,5	87.03,7	88.88,9	90.74,1
	5	92.59,3	94.44,4	96.29,6	98.14,8	1.00.00,0	1.01.85,2	1.03.70,4	1.05.55,6	1.07.40,7	1.09.25,9
Secondes.	0	00,0	03,1	06,2	09,3	12,3	15,4	18,5	21,6	24,7	27,8
	1	30,9	34,0	37,0	40,1	43,2	46,3	49,4	52,5	55,6	58,6
	2	61,7	64,8	67,9	71,0	74,1	77,2	80,2	83,3	86,4	89,5
	3	92,6	95,7	98,8	1.01,9	1.04,9	1.08,0	1.11,1	1.14,2	1.17,3	1.20,4
	4	1.23,5	1.26,5	1.29,6	1 32,7	1.35,8	1.38,9	1.42,0	1.45,1	1.48,1	1.51,2
	5	1.54,3	1.54,7	1.60,5	1.63,6	1.66,7	1.69,8	1.72,8	1.75,9	1.79,0	1.82,1

L'usage de ces tables est simple.

Soit toujours 138° 25′ 30″ de l'ancienne division, à convertir en degrés décimaux; je prends dans la table II,

pour	100°	au concours de 1 et 0, en mettant le point à deux rangs vers la droite...........	111° 11′ 11″
	38°	au concours de 3 et 8..........	42.22.22
	25′	au concours de 2 et 5..........	46.30
	30″	au concours de 3 et 10..........	93
	138° 25′ 30″		153° 80′ 56″

Réciproquement, la table I donne

pour	100°	au concours de 1 et 0, en déplaçant le point..................	90°
	53°	au concours de 5 et 3..........	47.42′
	80′	au concours de 8 et 0..........	43.12″
	56″	au concours de 5 et 6..........	18
	153° 80′ 56″		138° 25′ 30″.

CHAPITRE II.

NOTIONS GÉNÉRALES.

25. Si l'art de l'arpentage n'a pas besoin d'études approfondies, il exige au moins des principes particuliers, et le jeune homme qui se propose de prendre l'état d'arpenteur, doit les étudier avec soin ; il doit aussi examiner avec attention les instrumens dont on se sert pour opérer sur le terrain : ceux que les arpenteurs emploient, sont : l'équerre pour les opérations de petite étendue, le graphomètre, la boussole, la planchette et le niveau ; il lui faut aussi une chaîne et des fiches pour mesurer les longueurs ; enfin, il emploie des jalons pour tracer les alignemens ; ces jalons doivent être droits, et leur longueur est arbitraire ; ils sont ferrés en pointe par le bas, et fendus par le haut pour recevoir un morceau de papier.

La plupart des arpenteurs ne font point usage de ces jalons apprêtés, ils en coupent dans les haies ou bois voisins de l'opération qu'ils ont à faire.

26. Les fiches sont ordinairement de fil de fer, de la hauteur d'un demi-mètre ; elles doivent être assez fortes pour ne pas se courber en les enfonçant en terre ; on en a communément *dix* pour mesurer avec la chaîne, parce que les multiples de ce nombre sont plus com-

modes, et qu'il en résulte nécessairement moins d'erreurs.

Au lieu d'être de fil de fer, ces fiches peuvent être de bois, mais alors elles sont faites au tour, arrondies par le haut, et ferrées en pointe par le bas.

Chaîne métrique.

27. La chaîne d'arpenteur est fixée, pour toute la France, à un décamètre de longueur; elle est divisée, de mètre en mètre, par des anneaux de cuivre; celui du milieu doit être un peu plus grand que les autres, et d'un métal différent, pour qu'on puisse compter plus facilement. Chaque mètre est encore divisé en deux parties égales par des anneaux un peu plus petits; par ce moyen, la chaîne se trouve partagée de demi-mètre en demi-mètre, et l'on peut pousser la division aussi loin qu'on le jugera convenable. Il y a à chaque bout, un anneau assez grand pour y passer deux ou trois doigts; ces anneaux, ou poignées, font partie de la longueur de la chaîne (*), qu'on ne peut jamais tendre rigoureusement en ligne droite, sans s'exposer à la rompre; mais on lui donne 5 millimètres de plus,

---

(*) Cette longueur, qui doit être de *dix mètres*, est comptée depuis l'extrémité d'une des poignées, ou *mains*, jusqu'à l'extrémité de l'autre poignée.

D'après des instructions émanées du ministère de l'intérieur, la différence de la chaîne d'arpenteur ou du décamètre, avec *l'étalon*, ne peut excéder *deux millimètres*. Je pense qu'on peut porter cet excès à *cinq millimètres*.

qui, avec l'épaisseur de la fiche, doit compenser la courbure que fait cette chaîne en la tendant.

Il y a des chaînes qui sont composées de petits anneaux qui passent les uns dans les autres; ces chaînes doivent être réformées, car la multiplicité des anneaux dont elles sont composées, produit un alongement considérable par l'usage, surtout quand le fil de fer est mince.

Il y a encore des chaînes qui sont faites de fil de fer de la longueur de deux décimètres de long, et qu'on assemble aussi par des anneaux; et lorsqu'on a l'habitude de mesurer, on estime avec assez de précision les parties qui se trouvent entre les divisions de la chaîne; la première est préférable.

Enfin il y a des arpenteurs qui se servent d'un compas de bois, qui a ordinairement deux mètres d'ouverture. Cet instrument doit être absolument rejeté si l'on veut quelque précision dans le mesurage des lignes un peu longues ; car, indépendamment de ce qu'il est assez difficile de mener ce compas en ligne droite, ses pointes, quoique recourbées, entrent nécessairement plus ou moins en terre, ce qui occasionne évidemment une différence qu'on évite en mesurant avec la chaîne et les fiches, si l'on y apporte l'attention nécessaire; d'ailleurs, les pentes et les divers accidens du terrain ne permettent pas l'usage de ce compas; on pourrait tout au plus l'employer pour de petites distances sur un terrain bien égal : cependant, s'il était construit de manière à donner la distance horizontale à chaque coup, on pourrait s'en servir pour le mesurage des objets de détail.

28. La chaîne doit être vérifiée tous les jours avant de commencer à mesurer, et même dans le cours des opérations lorsqu'elle commence à s'affaiblir.

Pour vérifier la chaîne, mesurez sur une surface bien plane une ligne droite de la longueur d'un *décamètre,* puis tendez la chaîne sur cette distance et voyez si elle s'y rapporte, en ayant égard au petit excès donné pour la courbure; s'il en est autrement, on l'alongera ou on la raccourcira jusqu'à ce qu'elle soit convenablement pour le mesurage.

Je ne donnerai point la description des autres instrumens qu'on trouve à Paris, chez Lenoir, Bellet et autres artistes, parce que c'est en examinant ces instrumens qu'on en peut plus facilement concevoir la construction; mais j'entrerai dans quelques détails sur chacun d'eux pour l'instruction de celui qui doit en faire usage. Je ferai remarquer que le pied de l'équerre doit être ferré par le bout qui entre en terre et arrondi par le haut pour que la virole qui sert à soutenir cette équerre sur son pied, y reste juste. Ce pied, appelé *bâton d'équerre,* doit aussi être divisé de manière à ce qu'on puisse vérifier la chaîne toutes les fois qu'on le désirera.

Lorsqu'on opère dans les endroits garnis de pierres, ce bâton devient inutile, car alors on est obligé d'adapter à l'équerre un *trépied* semblable à celui que porte le graphomètre, et qui se vend avec ce dernier instrument comme en faisant partie.

Vérification de l'équerre.

29. Avant de se servir d'une équerre, il faut la vé-

rifier, et ne s'en servir que lorsqu'elle aura été reconnue juste.

Pour vous assurer de la justesse de votre équerre, faites planter deux piquets D et B (fig. 1), le plus loin de vous possible dans l'alignement des deux rayons visuels donnés par les pinnules 3, 1 et 4, 2. Tournez ensuite votre instrument de manière qu'en regardant par ces dernières pinnules, vous aperceviez le jalon B, et voyez si le rayon des pinnules 3, 1 répond exactement sur le jalon D. Si ces deux jalons s'aperçoivent en tournant ainsi l'équerre sur ses quatre côtés, on pourra conclure qu'elle est bonne, et que les opérations que l'on fera avec elle seront exactes, si d'ailleurs on y apporte tout le soin nécessaire.

L'équerre représentée ici est un cercle de cuivre évidé; on se sert aujourd'hui d'une équerre plus commode : on la nomme *octogone*, parce qu'elle a huit côtés; au lieu de pinnules il y a quatre fentes perpendiculaires qui servent aux mêmes usages. Souvent encore l'angle droit est partagé en deux également, ce qui donne la facilité de se détourner, soit par l'angle droit, soit par celui de sa moitié. Les équerres les plus justes sont celles dont une des pinnules est ouverte, et au milieu de laquelle se trouve un crin ou une lame de cuivre très mince.

Graphomètre.

30. L'arpenteur n'a besoin que d'un graphomètre à *pinnules*, au centre duquel se trouve une boussole qui sert à donner la position du lieu où l'on opère et des objets auxquels on vise, relativement au *nord*.

Dans le levé des plans, où les objets qu'on observe sont souvent éloignés les uns des autres, on se sert d'un graphomètre à *lunette*, garni de vis de rappel, qui donnent la facilité de mettre avec toute l'exactitude possible, le plan de l'instrument dans l'inclinaison que l'on veut.

La grandeur du diamètre du graphomètre, soit à pinnules, soit à lunettes, ne doit pas être au-dessous de deux décimètres, environ 7 à 8 pouces.

Nonius ou *Vernier*.

31. Pour distinguer facilement les fractions de degrés et minutes comprises entre les divisions du limbe du graphomètre, on se sert d'une méthode très ingénieuse, appelée le *Vernier*, du nom de son auteur, qui la publia en 1631. Voici en quoi elle consiste :

(Fig. 2). Il y a sur le limbe de l'alidade mobile un arc de cercle concentrique à la circonférence extérieure du limbe de l'instrument. L'espace d'un certain nombre de degrés, pris sur la circonférence du graphomètre, est porté sur cet arc concentrique, qu'on divise en autant de parties égales, plus une, qu'il y a de degrés dans l'arc que l'on prend sur le limbe du graphomètre. Par exemple, si l'arc pris sur l'instrument est de 19°, ce même arc porté sur l'alidade sera divisé en 20 parties égales : par conséquent la première division du *vernier* après le zéro, vaudra les dix-neuf vingtièmes d'un degré, ou 95 minutes, c'est-à-dire que *ab* sera de 5 minutes, *cd* de 10 minutes, *ef* de 15, et ainsi de suite jusqu'à la vingtième et der-

nière division du *vernier*. Il faudra donc pousser l'alidade de 5 minutes pour faire coïncider la première division du *vernier* avec une des divisions du *limbe*; de même en la poussant de 10 minutes, il faudra regarder la seconde division de l'alidade, et ce sera celle qui coïncidera avec une division du limbe et réciproquement ; quand la seconde division de l'alidade se rapportera avec une division du limbe, on comptera 10 minutes de plus que le nombre de degrés marqué sur le limbe entre l'objet qu'on observe et la ligne de *foi*; ainsi des autres. On appelle ligne de *foi* celle qui passe par le centre du graphomètre, et qui marque d'un côté la première division, et de l'autre la deux-centième (*).

Si l'on prenait l'espace de 24° sur le limbe, et qu'on les divisât sur l'alidade en 25 autres parties égales, chacune serait de 96 minutes, ce qui donnerait les divisions de 4 en 4 minutes. Enfin, si l'instrument était divisé en demi-degrés, on aurait les minutes de deux en deux. Beaucoup de ceux que l'on fait aujourd'hui donnent les *minutes*, ce qui est suffisant même pour des opérations qui sortent des bornes de l'Arpentage.

32. *Estimer la grandeur d'un angle sur le graphomètre.*

Pour avoir la valeur d'un angle donné par le graphomètre, on se sert d'une bonne loupe pour examiner sur le limbe et sur le bord du *vernier* quelles sont les divisions qui coïncident, ou qui en approchent le

(*) Si le limbe était divisé d'après l'ancienne division du cercle, *ab* serait de 3 minutes, *cd* de 6, et ainsi de suite.

plus; alors, partant de cette division pour revenir vers la ligne de mire, on comptera toutes les divisions intermédiaires et l'on prendra autant de minutes qu'il y aura de pareilles divisions, si le *vernier* donne les minutes, ou bien autant de fois deux minutes si l'instrument ne donne les minutes que de deux en deux.

On ajoute le nombre des minutes au nombre des degrés marqués sur le bord de l'instrument avant la première ligne du *vernier* ou la ligne de mire : le résultat est l'angle cherché.

Il faut bien faire attention que les minutes trouvées ci-dessus correspondent au petit arc compris entre la ligne de mire et la division du limbe qui en est le plus près vers le point de zéro.

Ainsi, lorsque cette ligne de mire sera plus loin qu'une division du limbe, indiquant un demi-degré, il faudra ajouter 50′ au nombre des degrés indiqués sur le limbe du graphomètre, si cet instrument est à la nouvelle division, et 30′ s'il est à l'ancienne.

Quand l'angle à mesurer est obtus et que le graphomètre est un demi-cercle, on fera bien, pour éviter toute méprise sur le vernier, de prendre la valeur de l'angle aigu, en ayant soin de l'indiquer sur le registre d'observation.

Il arrive souvent que l'on ne trouve point de division qui se rapportent exactement, alors on s'arrête à celles qui approchent le plus de tomber l'une sur l'autre, et l'on estime le mieux possible l'excès ou le défaut, en comptant d'ailleurs comme ci-dessus.

Si le graphomètre est garni d'une vis de rappel, on s'en servira pour serrer l'instrument, et faire mouvoir

l'alidade jusqu'à ce qu'elle trouve l'objet dont on a besoin.

Dans les graphomètres à lunettes est attaché à celle de dessous un petit carré dans lequel on met une clef qu'on tourne, dans le cas où les fils de soie des lunettes ne se correspondent point, jusqu'à ce que ces mêmes fils de soie ne fassent qu'une même ligne droite.

Enfin, dans le dessous du cercle du graphomètre, il doit y avoir une ligne à plomb, tracée perpendiculairement à son diamètre, pour prendre les angles verticaux, et servir de niveau dans les opérations de petites étendues. On fait peu d'usage de ce dernier moyen dans l'Arpentage, le graphomètre dont nous parlons donnerait d'ailleurs peu de précision dans ces sortes d'opérations, que l'on fait très exactement avec des instrumens plus analogues.

Avant de se servir d'un graphomètre il faut être assuré de son exactitude, qui doit être garantie par l'artiste qui a vendu cet instrument.

Vérification d'un graphomètre.

33. On peut vérifier un graphomètre en observant séparément chacun des trois angles de plusieurs triangles, car si les angles sont bien pris, et si l'instrument est bon, on doit trouver à très peu près deux angles droits, c'est-à-dire 200°.

On peut aussi le vérifier en choisissant une plaine environnée de beaucoup d'objets, et diriger des rayons visuels sur chacun, en observant les angles deux à

deux, et tournant toujours dans le même sens jusqu'à ce que l'on soit arrivé à l'objet d'où l'on est parti. Si l'instrument était bien exact, et que l'on pût observer chaque angle avec une précision mathématique, on aurait 400° pour la somme de tous ces angles, qui forment un *tour d'horizon ;* mais comme cette rigueur ne peut avoir lieu, soit à cause de l'imperfection de notre vue, soit parce que les divisions de l'instrument sont trop petites, lorsque la différence ne se trouvera que de quelques minutes pour un graphomètre de 2 à 3 décimètres de diamètre, on conclura que l'instrument est suffisamment bon.

En général, on ne considérera point l'instrument comme défectueux lorsque la différence que l'on trouvera avec quatre angles droits dans un tour d'horizon n'excédera pas un nombre de minutes égal à celui des angles faits sur les alignemens fixes pour former son tour d'horizon, si le vernier du graphomètre donne les minutes; ainsi, ayant pris 6 angles pour le tour d'horizon, si l'on ne trouve que 6′ de différence avec 4 angles droits on s'en tiendra à cette observation, et ces 6′ seront réparties sur les 6 angles, à moins que l'on ait plus de confiance à quelques-uns des angles qu'aux autres. Cette pratique est généralement usitée dans les opérations de petites étendues.

On fera bien de répéter cette opération plusieurs fois, parce qu'il pourrait se faire qu'une erreur faite sur l'un des angles, compensât celle de l'instrument ; alors cette compensation, que le hasard peut faire naître, serait la cause des erreurs inévitables qu'on

ferait involontairement en opérant avec un instrument qu'on croirait bon, tandis qu'il serait mauvais.

Il faut encore vérifier le graphomètre quant à la position des alidades, en dirigeant la *mobile* sur le même point que la *fixe*, pour voir si ses alidades conviennent parfaitement, c'est-à-dire si les quatre fils se confondent dans un même plan lorsque les zéros des verniers coïncident avec la ligne de foi. Cela étant, on changera la position de l'alidade mobile, de manière que le vernier qui se trouve sur zéro du limbe, soit sur 200°, et l'on examinera si les quatre fils coïncident encore dans un même plan vertical.

Quelque précaution que prenne l'artiste dans la construction du graphomètre, il arrive assez souvent que les fils des alidades ne coïncident pas toujours parfaitement. Il est rare de trouver un graphomètre à pinnules qui ne donne pas une petite erreur, que l'on nomme *parallélisme*, et que l'on rectifie ordinairement au moyen d'une vis de rappel, ou bien on y a égard en observant la valeur des angles.

On peut encore vérifier un graphomètre pour s'assurer de l'angle droit, comme on l'a fait pour l'équerre au n° 29. De plus, on examinera les divisions, soit avec un bon compas, soit en faisant successivement parcourir le vernier sur le limbe.

Enfin, si le graphomètre était garni de lunettes, la vérification n'aurait pas plus de difficultés et se ferait de la même manière; et si les fils des lunettes ne formaient pas une ligne droite, on les rectifierait au moyen de la clef dont on a parlé au numéro précédent. Il est des graphomètres où il n'y a pas de clef, mais on

tourne l'objectif de la lunette inférieure, jusqu'à ce que le fil réponde précisément à celui de la lunette supérieure, que l'on ne dérange point.

Planchette.

34. La planchette, l'un des instrumens les plus propres pour figurer de suite les détails d'un plan, n'est autre chose qu'une petite table; sa forme est arbitraire, et dépend de celui qui en fait usage; les uns préfèrent celles à châssis et à cylindre, et d'autres ne veulent qu'une planche unie, sur laquelle on fixe un papier.

Pour que les dessins minutes se conservent plus long-temps et n'éprouvent aucune détérioration pendant le travail sur le terrain, on peut coller son papier sur de la toile bien fine ou sur de la mousseline.

J'ai remarqué que la planchette à châssis n'était pas sans inconvéniens; le cylindre donne plus de facilité pour filer une longue ligne sans changer de papier, et, sous ce rapport, il devient avantageux.

Avec la planchette, il faut une alidade pour opérer; elle peut être ou de bois ou de cuivre; les premières sont souvent trop légères et peu exactes; celles de cuivre sont susceptibles de plus de précision; d'ailleurs elles offrent plus de facilité pour tracer les lignes; elles sont plus solides sur la planchette, et l'on peut plus facilement y graver une échelle: c'est, à mon avis, celles qu'on doit employer.

Les pinnules de l'alidade doivent être assez hautes

pour que l'on puisse viser sur les élévations, ou dans les enfoncemens. Dans les pays montueux il est même nécessaire d'avoir une alidade plongeante, pour être à même de viser à tous les objets, sans incliner l'instrument; par ce moyen, les rayons visuels que l'on trace sur la planchette, mise de niveau, sont dans un même plan horizontal, et n'ont pas besoin de réduction ; c'est là un des avantages de cette tablette dans les pays où le terrain présente de grandes inégalités.

L'alidade suffit, avec la planchette, pour construire toutes sortes de figures, et par conséquent, pour lever les détails d'une commune ; néanmoins, il est bon de faire, en même temps, usage du *déclinatoire*, qui n'est autre chose qu'une boîte rectangulaire, dans laquelle est une aiguille aimantée. Cet instrument sert à orienter la planchette toujours au même degré de déclinaison, et avertit celui qui opère, des erreurs graves qu'il pourrait commettre ; son usage sera expliqué plus loin, ainsi que les avantages qu'on peut en tirer.

Cette table porte sur un genou qui est soutenu par un pied à trois branches, et qui a la facilité de se mouvoir en tous sens. La construction de ce genou exige beaucoup d'attention ; elle doit être telle, que les mouvemens lents et doux que doit avoir la planchette, ne dérangent point cet instrument de sa position horizontale pendant que l'on observe.

Les genoux à coquilles, comme ceux des graphomètres, n'ont point cet avantage ; ils ont, au contraire, l'inconvénient de laisser rabattre la planchette quand

le vent la fait remuer, et que la vis n'est pas assez serrée.

La planchette doit être travaillée de manière à ne point se corrompre, et se courber aux diverses températures.

Vérification de l'alidade.

35. Avant de se servir d'une alidade, il faut aussi la vérifier; pour cela, étant dans la campagne, avec une petite table posée horizontalement, et sur laquelle vous enfoncerez perpendiculairement deux aiguilles; appliquez votre alidade contre ces aiguilles, et faites mettre, à une certaine distance, des jalons dans le rayon visuel, que vous dirigez des deux côtés par les pinnules de votre alidade. Ensuite, retournez cette alidade, et appliquez-la de nouveau contre les aiguilles; si, en regardant par les pinnules, vous apercevez encore les deux jalons, ce sera une preuve certaine que l'alidade est juste.

Boussole.

36. La boussole dont on fait usage pour lever avec promptitude tous les détails des petites masses figurées à la planchette, n'est autre chose qu'une boîte carrée dont chaque côté peut avoir deux à trois décimètres de long.

Sur l'un des côtés du carré, on applique une alidade à visière ou à lunette, en forme de parallélépipède, laquelle s'élève ou s'abaisse au moyen d'un pivot à vis qui l'attache par le milieu; cette alidade

sert aux mêmes usages que celle du graphomètre et de la planchette.

Quelquefois on se contente de mettre sur les bords de la surface supérieure de la boîte, deux petites platines qui s'élèvent perpendiculairement à cette surface. Ces platines ont des pinnules percées exactement dans la direction du *nord* au *sud*.

Vérification de la Boussole.

37. Pour éprouver la boussole, il faut la poser horizontalement sur son pied à l'extrémité d'une ligne droite, et remarquer le nombre de degrés que fait l'aiguille aimantée avec cette ligne; puis on ira à l'autre extrémité de cette droite, pour y prendre, de la même manière, l'angle formé entre le jalon posé à la première station, et l'aiguille aimantée.

Cet angle sera égal au supplément du premier, si la boussole est bonne. Cela s'appelle orienter une ligne à ses deux extrémités; cette ligne doit être la plus longue possible. La boussole est posée horizontalement quand l'aiguille est en équilibre sur son pivot, et que les pointes arasent le limbe; et, en général, on connaît qu'une aiguille est bonne, quand elle varie long-temps avant de se fixer. La vérification du déclinatoire se fait de la même manière.

Niveau d'eau.

38. Le niveau d'eau est le plus simple de tous les niveaux; lorsqu'on veut s'en servir, on verse de l'eau colorée dans l'un des tubes de verre, de manière qu'il

y en ait environ jusqu'aux deux tiers de chacun, et l'on vise par les petites surfaces de l'eau qui paraissent au travers du verre. Il faut avoir soin d'examiner si cette eau ne s'échappe pas par les jointures des pièces qui composent le tuyau.

Pour rendre la direction du rayon visuel plus décidée, on adapte ordinairement aux extrémités du tuyau recourbé, deux pinnules à lunettes mobiles, qu'on fixe de part et d'autre au moyen d'une vis, à la hauteur précise de l'eau.

Tel est le niveau dont on se sert ordinairement, quand la distance à niveler n'est pas trop considérable.

Il y a un autre niveau d'eau que l'on nomme *niveau à bulle d'air;* c'est un tube contenant de l'esprit de vin dégagé des parties aqueuses, et une petite quantité d'air; on dispose ce tube de manière que la bulle d'air se trouve exactement en son milieu, alors il est évidemment de niveau. On se sert de ce niveau pour mettre le graphomètre, ou tout autre instrument, dans une position horizontale.

Enfin, il y a le niveau à perpendicule; il a une branche formant un angle droit avec un fil à plomb, tendant au centre de terre.

CHAPITRE III.

Usage des Jalons et de la Chaîne.

39. *Tracer un alignement avec des jalons.*

L'exactitude des opérations que l'on fait sur le terrain dépend souvent du jalonnage. Cette pratique est la première à laquelle l'arpenteur doit s'exercer.

(Fig. 3). S'il faut mener une ligne droite qui passe par les points A et B, et la prolonger plus loin, on plantera, perpendiculairement à l'horizon, deux jalons A et B, qui détermineront l'alignement qu'il fallait établir. A peu près à égale distance on prendra un troisième jalon C, dont on ajustera la tête dans le rayon visuel qui passe par les sommets des deux premiers; et après l'avoir planté de la même manière que les autres, si le sommet s'est dérangé, ce qui arrive presque toujours, on le remettra dans ce rayon visuel.

A pareille distance, on fera une semblable opération en D, c'est-à-dire que le piquet D sera placé de manière que les deux premiers ne s'aperçoivent point, et l'on continuera de même aussi loin qu'on voudra, en observant d'en découvrir au moins deux, sans celui qu'on veut planter, et de les mettre à environ 200 pas l'un de l'autre.

Lorsque les jalons que l'on emploie ne sont pas parfaitement droits, il faut avoir soin de tourner la courbure de manière qu'elle soit avec la tête et le pied dans le même plan vertical. Sans cette attention, il serait impossible de bien jalonner.

40. (Fig. 4). S'il fallait mener une ligne droite entre deux objets éloignés A et B, et visibles l'un de l'autre, on planterait un jalon D vers le milieu de ces objets ; on en mettrait un second E, dans l'alignement BD; ensuite on retournerait au jalon D, pour examiner si le rayon visuel DE s'accorde avec le point A ; s'il s'en écarte, on reportera le jalon D vers la droite ou vers la gauche, et l'on remettra le jalon E dans le nouvel alignement BD. On éprouvera encore si cet alignement prolongé aboutit au point A ; s'il s'en écarte, on recommencera jusqu'à ce que l'alignement BD réponde exactement au milieu du point A. Une fois les deux jalons E et D bien établis, on continuera l'alignement comme dans la pratique précédente, en mettant, ou faisant mettre, les jalons nécessaires entre B et D, et entre A et E.

Autrement, placez-vous en A ; envoyez quelqu'un vers B, avec un jalon G qu'il tiendra à côté de lui sur la droite; faites le signe d'avancer ou de retirer à lui le jalon, jusqu'à ce qu'il se trouve placé dans l'alignement de AB ; au signe convenu il enfoncera son jalon, avec lequel et l'objet A, vous tracerez la ligne droite AB.

Ce moyen de placer des jalons en ligne droite entre

des objets visibles l'un de l'autre, est généralement suivi dans la pratique.

41. Le terrain sur lequel il faut jalonner n'est pas toujours en plaine, comme on l'a supposé dans les deux pratiques ci-dessus ; il arrive souvent qu'il faut mener une ligne droite en montant, et la prolonger sur le sommet d'un coteau, ou bien la mener entre deux coteaux.

(Fig. 5). Dans le premier cas, mettez un jalon C bien perpendiculaire au bas du coteau, et un autre D sur la rampe; puis alignez les sommets de ces jalons avec le pied d'un autre jalon B, qui doit être dans le plan vertical de la ligne AB.

(Fig. 6). Il peut arriver que la rampe du coteau soit si inclinée, que l'on ne puisse, en montant tant soit peu, aligner les têtes des jalons C et D avec le pied du jalon B ; dans ce cas, on fera mettre un petit jalon G, dans le plan vertical de la ligne ABC, et l'on alignera le jalon D dans la direction CG.

En arrivant sur le sommet du coteau, on vérifiera son opération en prenant deux jalons E et F, qui doivent se rapporter exactement avec quelques-uns des jalons de la plaine, comme A ou B.

(Fig. 5). Lorsqu'on veut prolonger la ligne au-delà du sommet du coteau, il faut, en arrivant sur le sommet, comme en F, prendre un petit jalon, et le poser, comme les autres, dans l'alignement BCDEF ; dans le même alignement, et à peu de distance, on mettra un second jalon G, avec lequel on pourra pro-

longer la ligne sur le sommet, en plantant les jalons H, I, K, L dans la direction FG.

On s'y prendrait de la même manière pour jalonner en descendant, et pour établir une ligne dans la plaine.

(Fig. 7). Dans le second cas, s'il s'agit de traverser la vallée AE, en menant une ligne ABCDE, après avoir descendu en C et remonté en D, comme on l'a vu ci-dessus, on alignera les deux jalons D et E, avec A et B, et l'on continuera avec cette même direction.

Il peut arriver que la distance AE soit tellement grande, que l'on ne puisse point distinguer facilement les extrémités des jalons ; alors on enverra quelqu'un mettre son chapeau derrière le jalon A, afin de mieux apercevoir le jalon B.

Le jalonnage se fait avec beaucoup de facilité, de promptitude et de précision, avec l'équerre : on en verra bientôt un exemple.

42. *Mesurer une ligne droite avec la chaîne.*

Pour cette opération, l'arpenteur doit avoir avec lui un homme qui porte la chaîne, et qui marche en avant avec *dix fiches*, qu'il portera de la main gauche, et, de la main droite, il tiendra, avec deux ou trois doigts, l'anneau qui est à l'extrémité de la chaîne, en marchant directement sur l'alignement, et en fixant le point où il doit arriver; puis il prendra un piquet qu'il fera toucher à l'anneau, et lorsqu'il sentira la chaîne bien tendue, il enfoncera son piquet en terre, et assez avant pour que la chaîne, qui pourra frotter

le long de ce piquet en passant, ne le fasse pas tomber.

Pendant que le porte-chaîne plantera son premier piquet, l'arpenteur, tenant la chaîne, mettra l'anneau dans lequel ses doigts sont passés, contre le bâton de l'équerre, qui doit être planté au point d'où il doit partir; ou, s'il n'a pas de bâton d'équerre, il se servira d'une onzième fiche, qui ne sera jamais rendue au porte-chaîne. L'arpenteur aura soin que ce dernier soit bien sur l'alignement, et cela étant, il ira poser la main droite, de laquelle il tient l'anneau, sur le piquet enfoncé, en le faisant ainsi toucher, et il se tiendra dans cette situation jusqu'à ce que le porte-chaîne ait planté la seconde fiche.

Ils opéreront de la même manière jusqu'à ce que le porteur des dix fiches les ait toutes employées; alors, l'arpenteur qui les aura levées à mesure, les rendra au porte-chaîne, et il cotera 10, ou une *portée*, sur un morceau de papier. Il mettra, à la place de la dernière fiche, le bâton d'arpenteur, ou, s'il n'en a point, la onzième fiche dont nous venons de parler, en tiendra lieu.

Ils continueront d'opérer de la sorte jusqu'au point où l'on doit arriver; y étant, on comptera les portées par le nombre des points ou des traits marqués sur le papier, et l'on ajoutera autant de perches qu'il s'en trouvera depuis la dernière portée, ainsi que les fractions, s'il y en a; et le tout sera coté sur une feuille de papier que l'arpenteur doit avoir pour représenter les objets qu'il mesure.

Lorsqu'en mesurant, le porte-chaîne se dérangera

de l'alignement, l'arpenteur l'y fera remettre en le faisant avancer à gauche ou à droite. Il aura aussi l'attention de lui faire tendre la chaîne suffisamment, car lorsqu'elle n'est point tendue, elle devient plus courte; au contraire, la chaîne tendue avec effort, s'alonge (27). Il peut donc se faire que, faute d'attention, il y ait erreur dans le mesurage, ce qu'il faut être bien soigneux d'éviter.

Il ne faut pas, lorsqu'une fiche est posée obliquement (elles doivent toujours être posées le plus verticalement possible), que l'arpenteur la redresse, car c'est toujours le sommet et non le pied qui fait toute la régularité du mesurage; c'est pourquoi il doit éviter, en marchant et en arrivant près de chaque fiche, que la chaîne ne les touche, et n'en dérange la position, telle qu'elle soit. Il doit aussi avoir l'attention d'appuyer la main sur la fiche, de manière que le porte-chaîne se sentant arrêté, n'ait pas besoin de détourner la tête pour savoir quand il faudra piquer une fiche. Il y a cependant des arpenteurs qui font retourner le premier porte-chaîne pour qu'il s'aligne sur les objets de derrière.

On doit aussi laisser les jalons sur la droite, et ne jamais traverser d'un côté à l'autre.

Si la chaîne vient à se rompre, il ne faut point la rattacher sans s'être assuré qu'il n'y a rien de perdu; et lorsqu'une fiche se perd, ce qui arrive assez souvent, il faut avoir le plus grand soin de ne la remplacer qu'après avoir vérifié et reconnu la partie de la ligne dans laquelle elle est tombée; sans cette attention, on pourrait faire de grandes erreurs; et dans le cas où

l'on aurait quelques doutes, il ne faut point hésiter à recommencer le mesurage.

Enfin, il ne faut pas, en opérant, se piquer de trop de vitesse, ni que celui qui marche en arrière, lève aucun des piquets avant que celui qui les pose devant lui n'ait fixé le sien ; autrement il est impossible de mesurer exactement.

43. *Mesurer une ligne inaccessible avec une chaîne et des jalons.*

Pour mesurer la ligne AB (fig. 8), qui est inaccessible à cause d'une rivière qui la traverse, prolongez à volonté cette ligne vers C, et menez BC ; de ce point C, menez une ligne CE, faisant avec AC un angle à volonté, en observant cependant de le faire approcher le plus possible de l'angle droit ; ensuite mesurez une grandeur quelconque de C en D, que vous porterez aussi de D en E. Du point D menez une ligne sur A, et mettez un piquet au point F, où elle coupera la ligne BE qu'on établira aussi avec des jalons ; mesurez encore la distance BF, que vous porterez de F en G ; enfin, mesurez bien exactement la portion EG, et vous trouverez la ligne AB par la proportion

$$EG : BF :: BC : AB ;$$

d'où

$$AB = \frac{BC \times BF}{EG}.$$

En effet, si l'on tire BH parallèle à CE, les triangles BFH, FED seront semblables, et l'on aura

$$EF : BF :: DE : BH ;$$

les triangles ACD, ABH sont aussi semblables, et donnent AC : AB :: CD : BH;

mais comme DE = CD, on a

$$AC : AB :: DE : BH,$$

ou, en mettant les deux derniers termes de cette dernière proportion à la place des deux premiers de la première,

$$EF : BF :: AC : AB,$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$EF - BF : BF :: AC - AB : AB,$$

ou enfin $EG : BF :: BC : AB.$

Pour faire une application, supposons qu'on a trouvé

BC de 120^m, BF de 100^m, et EG de 80^m,

on aura $AB = \frac{100 \times 120}{80} = 150^m.$

44. On peut aussi prendre F au milieu de BE, et D dans l'alignement de AF, alors on aura

$$AB = \frac{DE \times CB}{CD - DE}.$$

Cette équation est semblable à celle du n° précédent, et se démontre de la même manière.

Si l'on ne pouvait avoir CD = DE, ni BF = EF,

on aurait $AB = \frac{BC \times BF \times DE}{(BE \times CD) - (BF \times CE)}.$

Voici la démonstration de cette dernière équation, qui est indépendante de toute condition.

Imaginez Fg parallèle à CE, et faites pour abréger

$$BC = a,\ CD = b,\ DE = c,\ CE = d,$$
$$BF = e,\ BE = h,\ Fg = x,\ Bg = y,$$
$$AC = z,\ Ag = m,\quad \text{et} \quad Cg = n;$$

alors vous aurez

$$h : d :: e : x = \frac{ed}{h}.$$

$$h : e :: a : y = \frac{ae}{h}.$$

$$b : x :: z : m,$$

ou en mettant $m + n$ pour z,

$$b : x :: m + n : m;$$

d'où $$b - x : x :: n : m = \frac{nx}{b - x}.$$

D'un autre côté, on a

$$AB = m - y = \frac{nx}{b - x} - \frac{ae}{h};$$

mais $$n = a - y = a - \frac{ae}{h} = \frac{ah - ae}{h}.$$

Mettant les valeurs de x et de n, on a

$$AB = \frac{\frac{(ah - ae) \times ed}{h^2}}{\frac{hb - ed}{h}} - \frac{ae}{h} = \frac{(ah - ae)(ed - ae)(bh - ed)}{(bh - ed)\ h}$$

$$= \frac{ah\,ed - e^2\,ad - ab\,eh + ad\,e^2}{(bh - ed)\ h}.$$

Effaçant les termes qui se détruisent, et faisant attention que h est facteur dans chacun des autres termes, il vient

$$AB = \frac{aed - abe}{bh - ed}.$$

Si l'on ne veut qu'un seul terme au numérateur, on n'a qu'à mettre $b + c$ à la place de d, alors cette formule deviendra

$$AB = \frac{abe + ace - abe}{bh - ed} = \frac{ace}{bh - ed} = \frac{BC \times BF \times DE}{(BE \times CD) - (BF \times CE)};$$

c'est l'équation qu'il fallait démontrer.

Si, en mesurant ces distances on a trouvé,

$$BC = 120, \quad BF = 100, \quad CD = 140,$$
$$BE = 330, \quad ED = 160, \text{ et } CE = 300,$$

on aura

$$AB = \frac{120 \times 100 \times 160}{(330 \times 140) - (100 \times 300)} = \frac{1920000}{16200} = 118,52.$$

Toutes ces mesures doivent être prises avec une grande précision, parce qu'une petite erreur peut en causer une grande dans la longueur de la ligne inaccessible AB.

45. On trouve AB sans faire aucune opération arithmétique. Après avoir fait, comme ci-dessus, CD=DE, menez l'alignement BI et faites DI = BD; par les points E, I, conduisez une droite indéfinie, et avancez sur cette droite jusqu'à ce que vous soyez dans l'alignement AD; le point K étant celui où les lignes AK, EK se rencontrent, on aura IK = AB; ce qui

est évident, car, par la construction, AC est parallèle à EK et les triangles ABD, DIK sont égaux.

46. *On demande la longueur de la ligne* AB, *et* M. T. *l'on connaît* AC, BC, AD *et* CD = AC (fig. 9).

On a $$AB = \sqrt{\frac{(BC \times AD)^2}{AC} + BD^2}. \qquad (1)$$

Si au lieu de faire AC = CD, on fait CD′ = D′B,

on aura $$AB = \sqrt{2AD' + \frac{BC^2}{2} - AC^2}. \qquad (2)$$

Pour appliquer un exemple, supposons qu'on a trouvé

$$\begin{aligned} BC &= 1225 \\ AC &= 885 \\ AD &= 875,76 \\ BD &= 340. \end{aligned}$$

La première formule donnera

$$AB = \sqrt{\frac{939520582}{885} + 115600 = 1061605 + 1156000 = 1177205}.$$

Extrayant la racine carrée de 1177205 (7), on a 1085 pour la valeur de AB.

Si l'on ne connaissait que BC, AC, AD′, en supposant cette dernière ligne de 777,88, comme on la trouverait en la mesurant sur le terrain, on aura par la seconde formule

$$AB = \sqrt{1210195 + 750312 - 783225 = 1177282} = 1085.$$

Si l'on ne pouvait faire $AC = CD$, ni prendre D' au milieu de CB, on mesurerait Cf, Cg, fg, et l'on aurait

$$AB = \sqrt{\left[AC^2 + BC^2 - \frac{BC \times AC}{Cg \times Cf}(Cf^2 + BC^2 - fg^2)\right]}.$$

Ayant trouvé Cf de 177, $Cg = 245$ et $fg = 217$, on obtient

$$AB = \sqrt{\left[783285 + 1500625 - \frac{1084125}{43365} \times (31329 + 60025 - 47089)\right]}.$$

Mettant au même dénominateur et divisant, il vient

$$AB = \sqrt{2283910 - 25 \times 44265} = \sqrt{1177285} = 1085.$$

47. *Mesurer une hauteur accessible par le pied, et perpendiculaire à l'horizon, par exemple, la hauteur d'un clocher ou d'une tour.*

Quoique l'art de mesurer la hauteur des objets paraisse étranger à l'Arpentage, il est cependant des cas où il est nécessaire d'avoir la hauteur d'un clocher, d'une montagne, etc., pour les indiquer sur le plan. Cela posé, soit la tour AB (fig. 10), dont il faut connaître la hauteur; plantez bien à-plomb un jalon EC; éloignez-vous à quelque distance de ce jalon, et plantez un autre jalon DF, de manière que vous puissiez voir l'extrémité A de la tour, par un rayon visuel FEA qui rase l'extrémité du piquet. Regardez aussi un point de la tour, tel que G, par un rayon horizontal FG, et remarquez le point H du piquet par lequel passe ce rayon horizontal. Tout cela exécuté, on a les deux triangles semblables AGF, EHF qui don-

nent la proportion

FH : EH :: FG : AG :

et comme les trois premiers termes de cette proportion sont connus, par la mesure qu'on peut en faire, il s'ensuit que si, au quatrième terme AG, on ajoute la partie qui est au-dessous de la ligne horizontale, qu'on peut mesurer, on aura la hauteur AB de la tour, ou de tout autre objet disposé perpendiculairement à l'horizon.

On peut se dispenser de tirer la ligne horizontale FG ; mais alors, après avoir planté le jalon CE, on cherchera le point I, déterminé par le rayon visuel AI ; puis on mesurera la base IB, la portion IC, la hauteur du jalon CE, et les triangles semblables ABI, ECI, donneront la hauteur cherchée par la proportion

IC : EC :: IB : AB.

On peut aussi résoudre ce problème par le moyen de l'ombre, ou avec un miroir, mais ces deux méthodes sont plus curieuses qu'utiles à cause du peu de précision qu'on obtient en les employant. La première n'a même pas toujours toute l'exactitude qu'on pourrait désirer, par l'extrême précision qu'elle exige tant dans les mesures que dans la détermination des rayons visuels dirigés sur A et G.

M. T. 48. *Elever* AB *perpendiculaire à* CD, *sans autre instrument qu'une chaîne et des jalons.*

(Fig. 11). Menez BD et CE de manière que les angles ECD, EDC soient aigus, et mesurez ces lignes

bien exactement, puis prenez

$$BD = \frac{2AD \times DE \times CD}{CD^2 + ED^2 - CE^2} \ldots (A).$$

La ligne AB sera perpendiculaire sur CD.

Au lieu de cette construction, on peut faire celle-ci: Menez AE de manière que l'angle EAD soit aigu, et faites $AD = AE$;

alors on aura $$BD = \frac{2AD^2}{DE} \ldots (B).$$

Si, du point B, on voulait abaisser une perpendiculaire sur CD, on mènerait BC, BD de manière que les angles BCD, CDB fussent aigus, et l'on prendrait (17 et 68)

$$AD = \frac{CD^2 + BD^2 - CB^2}{2CD} \quad \ldots . (C)$$

Si $CD = BC$, on aura

$$AD = \frac{BD^2}{2CD} \quad \ldots . (D).$$

Exemples.

Si l'on a trouvé

$AD = 100$, $DE = 150$, $CD = 260$,
$BC = 227{,}1$, et $CE = 220{,}8$,

on aura

$$\text{Formule (A)} \ldots . \quad BD = \frac{200 \times 150 \times 260}{260^2 + 150^2 - (220{,}8)^2}$$
$$= \frac{7800000}{41437} = 188{,}6.$$

C'est encore un moyen de trouver une ligne inac-

cessible, quand on connaîtra le point A, où tombe la perpendiculaire AB.

$$\text{Formule (B)}\ldots\ BD = \frac{2\times 100^2}{106} = \frac{20000}{106} = 188{,}6.$$

(On suppose AE = 100, et qu'alors on a trouvé ED = 106, comme cela doit arriver dans notre figure.)

$$\text{Formules}\begin{cases}(C)\ldots\ AD = \dfrac{260^2 + (188{,}6)^2 - (227{,}1)^2}{520} = 100.\\ (D)\ldots\ AD = \dfrac{228^2}{520} = 100.\end{cases}$$

Dans ce dernier cas, on trouve sur le terrain,

$$BD = 228.$$

49. *Du point* G*, sur le terrain, mener une parallèle* GF *à la ligne* BC.

Formez un triangle ABC (fig. 12), de manière que le côté AC passe par le point G; mesurez bien exactement AB, AG, CG, et vous aurez le point F, par la connaissance de la ligne AF qui sera déterminée par l'équation

$$AF = \frac{AG \times AB}{AC}.$$

Voyez le n° 54 ci-après.

On peut aussi trouver cette parallèle sans autre mesure que BH = CH. Alors on met un jalon D au point commun des lignes AH, BG, et un autre jalon F dans l'alignement CD. La ligne FG sera la parallèle cherchée.

50. On peut voir, par ce qui précède, les ressources que l'arpenteur qui possède la théorie de son art, peut tirer de sa chaîne et des jalons seulement, puisque, pouvant mesurer toutes sortes de distances, il pourra aussi évaluer la surface d'une figure quelconque, ainsi qu'on le verra par la suite; mais s'il se sert en même temps de l'*équerre*, il arrivera bien plus promptement au résultat qu'il cherche; ainsi l'arpenteur doit toujours être muni de son équerre lorsqu'il est appelé pour mesurer un terrain dont la contenance n'excède pas cent à cent cinquante hectares.

Voici l'usage et la manœuvre de cet instrument.

CHAPITRE IV.

Usage de l'Équerre.

51. *Elever du point* A *une perpendiculaire à la ligne droite* BE (fig. 1).

Plantez verticalement au point A le bâton d'arpenteur garni de son équerre, et si la ligne BE n'est pas bien visible, faites mettre les piquets B et E. Ensuite tournez l'équerre de façon qu'un œil placé successivement aux pinnules 1 et 3, aperçoive ces jalons B et E des deux côtés de l'équerre.

Laissez votre instrument dans cette situation, et envoyez quelqu'un qui tiendra à côté de lui, sur la droite, un jalon C; regardez par les pinnules 4 et 2, et faites-lui signe d'avancer ou de retirer à lui le jalon jusqu'à ce que le pied soit dans le milieu du rayon visuel que vous dirigez. Sitôt que vous lui aurez fait le signe convenu, il plantera son jalon C bien solidement; et lorsqu'il sera enfoncé en terre, vous regarderez encore par les mêmes pinnules si le pied et la tête du jalon sont bien dans le milieu du rayon visuel, autrement vous les y ferez mettre.

Avec ce jalon C et l'équerre A, on pourra prolonger la ligne AC aussi loin que l'on voudra.

Si l'équerre est juste, cette ligne sera la perpendiculaire demandée, car les pinnules étant posées à angles droits, les rayons visuels qu'on dirige par ces

pinnules, forment nécessairement des angles droits à leurs intersections.

Lorsque le point donné est à l'extrémité de la ligne, on se contente de diriger le rayon visuel de l'équerre sur un jalon mis à l'autre extrémité.

Il arrive souvent que l'on ne peut pas placer son équerre au point où doit être élevée la perpendiculaire, comme, par exemple, quand l'alignement sur lequel cette perpendiculaire doit être élevée, est un mur, une haie, etc. Dans ce cas, mettez deux piquets *a* et *e* à égale distance des points A et E, et élevez sur *ae* une perpendiculaire *a*D.

S'il fallait élever sur AB (fig. 13) une perpendiculaire qui passât par le point H, on se mettrait à peu près vis-à-vis ce point, par exemple en G; on dirigerait comme ci-dessus un rayon visuel dans l'alignement AB, et l'on regarderait si le rayon GK répond exactement au point H; s'il n'y répond point, avancez en F, et voyez encore, après avoir dirigé un rayon dans l'alignement AB, si le rayon visuel FI répond à ce même point H : s'il n'y répond pas encore, vous continuerez de la même manière jusqu'à ce que vous trouviez le point E, duquel on puisse mener la perpendiculaire EH.

Pour ne point s'écarter de l'alignement AB, en avançant ou reculant dessus pour découvrir le point H, il est nécessaire de jalonner cette ligne.

Si l'on n'avait que les jalons mis aux extrémités, il faudrait, étant en F, par exemple, diriger un rayon sur A, et voir si ce même rayon prolongé répond au point B : s'il en est autrement, on le reportera à gau-

che ou à droite jusqu'à ce qu'on ait le point de cet alignement.

52. *Remarque.* Si le point H (fig. 14), sur lequel on veut faire passer une perpendiculaire à la ligne AB, ne peut se découvrir, envoyez-y quelqu'un faire du bruit, et faites le même essai qu'au n° précédent, jusqu'à ce que le rayon visuel perpendiculaire à AB soit dirigé sur la voix le plus exactement possible.

Soit, par exemple, le rayon DG que vous avez dirigé sur la voix ; comme ce rayon ne tombe pas sur le point H, élevez à ce point, sur la ligne GD, la perpendiculaire GH, que vous mesurerez exactement ; revenez ensuite au point D, et portez la distance GH de D en C : à quelque distance du point D, sur la ligne DG, comme au point F, élevez encore la perpendiculaire EF que vous ferez égale à CD; si, par ces deux points, vous menez une ligne droite, elle passera nécessairement par le point H, et ce sera la perpendiculaire demandée, car elle se trouvera parallèle à la ligne DG, perpendiculaire sur AB.

Cette méthode nous fournit un moyen d'établir une laie dans un bois entre deux points donnés.

53. Soient les deux bornes A et B (fig. 15) qui séparent deux bois assez épais. Envoyez une personne sur la borne B pour y crier à haute voix, ou pour y tirer un coup de fusil si la distance est très grande, ou mieux encore, faites lancer une *fusée;* dressez au son du bruit, ou vers la fusée, une ligne droite que vous ferez ouvrir d'une petite largeur que l'on nomme *filet* ou *brisée.*

Si cette ligne droite prolongée tombe sur la borne B, ou si elle ne s'en écarte que de la largeur de la laie, il sera facile de dresser ce filet, en faisant ouvrir une laie de séparation; mais si elle s'éloigne davantage de la borne B, comme cela arrive le plus souvent, elle tombera en quelque point comme en C.

Pour rectifier cette fausse ligne, du point C élevez sur AC une perpendiculaire CB que vous mesurerez bien exactement, ainsi que la distance AC; ensuite, d'un point pris à volonté sur la ligne AC, comme E, élevez la perpendiculaire ED dont vous connaîtrez la longueur par la proportion AC : BC :: AE : DE, que donnent les triangles semblables ABC, ADE.

Le point D étant connu et fixé, en prolongeant la ligne AD, elle passera nécessairement sur la borne B, si, d'une part, les mesures ont été bien prises, et si, de l'autre, les jalons placés en A et en D ont été posés bien verticalement.

Cette pratique est très utile aux géomètres forestiers; car par l'obscurité qui règne dans les forêts, on n'aperçoit pas aisément les objets auxquels il faut aller.

Si la distance AB est très grande, la ligne AC pourra s'éloigner de la borne B d'une distance telle, que, du point C, on ne puisse apercevoir cette borne. Dans ce cas, on peut se servir du moyen que nous indiquerons par la suite pour percer des routes dans les forêts, afin d'éviter de rapprocher la ligne AC jusqu'à ce que la borne B puisse être vue du point C.

54. *Du point* I, *dans la plaine, mener une parallèle* IL *à la ligne* AB (fig. 14).

Élevez d'abord sur AB une perpendiculaire IK, et au point I, sur IK, élevez une autre perpendiculaire IL qui sera la parallèle demandée, car les deux angles KIL, AKI qui sont alternes internes, sont égaux.

Dans toutes les opérations que l'on fait, il faut, ainsi que nous l'avons déjà dit, que le bâton d'arpenteur soit bien d'aplomb, car lorsqu'il est incliné il peut causer beaucoup d'erreurs. Il faut aussi avoir soin, surtout dans les terrains pierreux, ou dans les chemins, de ne jamais piquer son bâton garni de l'équerre, de crainte de forcer la douille : alors on se sert d'un trépied.

55. *Mener une ligne* ADLO *dans des fonds et sur des coteaux* (fig. 16).

Posez une équerre sur le sommet du premier coteau en D: dirigez un rayon visuel dans l'alignement AD, et faites planter dans le même alignement les jalons EFGH, en descendant.

Mettez un piquet au point D, et allez poser votre équerre dans le fond en H; dirigez un rayon dans l'alignement EFGH, et faites planter dans le même rayon, les jalons *i*IKL, en remontant.

Enfin, au sommet du coteau L faites une troisième station en dirigeant un rayon sur les jalons *i*IKL, et prolongez ce rayon vers le point O.

Avant d'ôter l'équerre qui est en L, il faut vérifier si le rayon visuel LMNQ répond exactement aux jalons ABCD.

C'est par ce moyen qu'on vérifie facilement et promptement, si les jalonneurs ne se sont point trompés.

56. *Trouver la longueur d'une ligne inaccessible, ou dont une partie seulement est inaccessible.*

Soit la ligne AB (fig. 17) dont on veut avoir la longueur ; à l'extrémité B de cette ligne j'élève une perpendiculaire indéfinie BC, sur laquelle je prends un point E que je joins au point A ; puis de ce même point E, sur la ligne EA, j'élève la perpendiculaire ED que je prolonge jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB, prolongée en D. La perpendiculaire BE sera moyenne proportionnelle entre BD, qu'on mesurera bien exactement, et la ligne AB, qu'on ne peut mesurer entièrement, car les deux triangles AEB, BED étant semblables, on a

$$DB : BE :: BE : AB.$$

Supposons que la partie DB = 30 et la perpendiculaire BE = 70 ; on aura la ligne AB par la proportion

$$30 : 70 :: 70 : AB = 163{,}33.$$

Si l'on ne peut point élever de perpendiculaire au point B (fig. 18), on prolongera AB vers C, jusqu'à ce qu'on puisse en élever une CE ; d'un point E pris à volonté, on élèvera sur CE une autre perpendiculaire EF qu'on terminera en un point F aussi pris à volonté : ensuite on tracera une ligne droite AF qui coupera la perpendiculaire CE en un point D ; on mesurera les lignes CD, DE, EF, et pour avoir AC, on fera la proportion suivante que donnent les triangles semblables ACD, DEF,

$$DE : DC :: EF : AC.$$

Si de la ligne AC on retranche la partie BC, qu'on peut mesurer, il restera la ligne AB qu'on demande.

57. On peut résoudre ce problème de cette manière : Après avoir élevé la perpendiculaire BC d'une longueur arbitraire (fig. 19), élevez à cette dernière ligne une perpendiculaire DE, qui sera terminée par la ligne droite AC; puis, pour connaître la ligne AB, vous ferez la proportion CD : DE :: BC : AB que donnent les triangles semblables ABC et CDE.

Autrement. Menez BC perpendiculairement à AB (fig. 19), et CD perpendiculaire sur BC; puis élevez encore sur CD une perpendiculaire au point A, et mesurez CD = AB.

Ou bien encore. D'un point pris à volonté comme D, élevez une perpendiculaire indéfinie DC sur AD (fig. 20); sur cette ligne DC élevez une autre perpendiculaire BF qui passe par l'extrémité B de la ligne AB; cette perpendiculaire BF sera parallèle à la ligne AD, et la figure ABFD sera un trapèze.

Mesurez les trois côtés AD, DF, BF, et ôtez cette dernière ligne de AD pour avoir le reste AE, dont le carré ajouté à celui de EB, ou DF, est égal au carré de AB; donc

$$AB = \sqrt{AE^2 + DF^2};$$

supposons que la ligne DF = 20, AD = 10 et BF = 6; la ligne AE sera de 4, dont le carré 16 ajouté au carré 400 de la ligne DF donne 416, et la racine carrée 20,39 de cette somme, sera la longueur de la ligne AB.

Au lieu de former un trapèze, on peut, si la disposition du terrain le permet, former tout de suite un triangle rectangle, dont AB soit l'hypoténuse, et mesurer les deux côtés adjacens à l'angle droit.

On peut encore trouver la ligne AB (fig. 21) comme il suit : à l'une des extrémités de cette ligne, comme B, menez à volonté une ligne indéfinie GH; prolongez AB d'une longueur quelconque BD que vous mesurerez; puis avancez sur les lignes BG, BH jusqu'à ce que vous puissiez faire les angles droits AED, AFD. Multipliez l'une par l'autre les distances BE, BF, que vous aurez soin de mesurer, et divisez le produit par la distance BD; le quotient donnera la longueur de la ligne AB; car $BE \times BF = AB \times BD$; donc

$$AB = \frac{BE \times BF}{BD}.$$

En effet, la ligne AD est le diamètre d'un cercle qui passe par les points E et F; or, il est démontré que, si dans un cercle deux lignes droites se coupent, *le produit des deux parties de l'une est égal au produit des deux parties de l'autre* : donc, etc.

Enfin, si du point D on voulait mener sur B, invisible du premier, une ligne BD, on pourrait former un triangle ABC (fig. 22); mener EF parallèle à AC, et mesurer ces parallèles ainsi que AD; ces mesures étant prises, on fera

$$AC : EF :: AD : EG;$$

mettant un piquet en G et continuant l'alignement DG, il passera par le point B si l'on a bien opéré.

Cette solution peut servir à tracer un alignement

du pied d'une montagne à un autre point qui se trouve derrière.

On voit, par ces différentes méthodes, qui peuvent avoir chacune leur application, suivant le cas, que l'on surmontera presque toutes les difficultés qui pourraient se rencontrer dans la mesure des lignes inaccessibles. On reconnaîtra sans peine combien l'équerre a de l'avantage sur les jalons pour ces sortes d'opérations. Il est encore des circonstances où l'équerre ne serait pas suffisante, mais on a des méthodes pour y parvenir promptement avec le graphomètre, ou tout autre instrument propre à mesurer les angles.

Avant de passer au mesurage des superficies, je vais en rappeler les règles.

Principes de la mesure des surfaces.

58. On a vu (n° 20) que l'unité pour les surfaces est l'are ou *la perche métrique carrée.*

Dans le système métrique, le seul qu'on doit suivre maintenant, *mesurer* une surface quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient la perche métrique carrée, ou l'are, ou le décamètre carré, car ces trois dénominations expriment la même valeur.

Si la figure à mesurer est un rectangle ABCD (fig. 23), et *abcd* le décamètre carré, en portant d'abord sur la longueur autant de carrés égaux *abcd* que le côté *ab* sera contenu de fois dans AB, on aura une rangée de carrés que l'on pourra répéter dans le rectangle autant de fois que la largeur de ce dernier contient le côté du carré *abcd*, c'est-à-dire autant de fois qu'il y a d'unités linéaires dans le côté AD.

Le nombre total des carrés contenus dans le rectangle ABCD sera par conséquent égal au produit des nombres d'unités linéaires contenues dans les deux côtés contigus de ce rectangle.

Si, par exemple, l'un des côtés AB contient 6 décamètres, et l'autre côté AD 3 décamètres, le nombre de décamètres carrés, ou de perches métriques carrées contenus dans le rectangle ABCD, sera 6 fois 3, ou 18.

De là, il suit que la mesure d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur; mais le plus long côté AB se nomme *la base*, et le plus petit côté AD *la hauteur;* donc,

La surface d'un rectangle est égale au produit de sa base par sa hauteur.

59. La mesure du rectangle fait trouver aisément celle des triangles. Parmi ces derniers, on considère d'abord ceux qui ont deux côtés perpendiculaires, et que, pour cette raison, l'on nomme *triangles rectangles;* tel est le triangle ABC (fig. 24), dans lequel côté BC étant perpendiculaire sur AB, l'angle B est droit.

Si l'on conçoit, par le point A, la ligne AD parallèle à BC, on formera un rectangle ABCD, dont le triangle ABC sera évidemment la moitié; mais la mesure de ce rectangle égale le produit de AB par BC. Le triangle rectangle ABC, qui en est la moitié, aura pour mesure la moitié du produit de ses deux côtés perpendiculaires, ou ce qui est la même chose :

La surface d'un triangle rectangle est égale au produit de l'un de ses côtés par la moitié de l'autre.

Si AB est de 15^m et BC de 12^m, on aura la surface du triangle rectangle ABC égale à 15 fois 6, ou 90 mètres carrés.

60. Un triangle quelconque peut toujours être ramené à deux triangles rectangles, en abaissant de l'un de ses angles une perpendiculaire sur le côté opposé, ce qui présente deux cas selon que la perpendiculaire tombe en dedans du triangle, comme dans la fig. 25, ou en dehors comme dans la fig. 26.

Le triangle AEC (fig. 25), étant rectangle en E, on aura sa surface en multipliant CE par la moitié de AE. De même, la surface du triangle $AEB = BE \times \frac{AE}{2}$; ajoutant ces deux produits, on aura évidemment la surface du triangle

$$ABC = (CE + EB) \times \frac{1}{2} AE = CB \times \frac{AE}{2}.$$

Le calcul des triangles rectangles AEC, AEB (fig. 26), se fait de la même manière, mais au lieu d'ajouter les produits il faut les retrancher, parce que le triangle ABC = le triangle AEC, moins le triangle AEB, ce qui donne encore $CB \times \frac{AE}{2}$, pour la surface du triangle ABC, mais le côté du triangle sur lequel tombe la perpendiculaire se nomme *base;* donc

La surface d'un triangle quelconque est égale au produit de sa base par la moitié de sa hauteur.

61. *La surface d'un parallélogramme quelconque* ABCD (fig. 27), *est égale au produit de sa base par sa hauteur.*

En effet, si dans ce parallélogramme on tire de l'un des angles à son opposé, une ligne AC, que l'on nomme *diagonale*, ce parallélogramme sera partagé en deux triangles qui sont visiblement égaux ; le triangle ABC, par exemple, a pour mesure la moitié du produit de sa base AB, par sa hauteur CE ; mais le parallélogramme étant double du triangle, on a évidemment la surface $ABCD = AB \times CE$. Si $AB = CE$, la figure sera un carré qui aura pour surface l'un de ses côtés multiplié par lui-même, c'est-à-dire $AB \times AB$, ou AB^2.

62. *La surface d'un trapèze quelconque* ABCD (fig. 28), *est égale au produit de la somme de ses deux côtés parallèles, par la moitié de la distance perpendiculaire comprise entre ces parallèles.*

En effet, en tirant la diagonale AC, le triangle ABC a pour surface $AB \times \frac{CE}{2}$; on a aussi

$$\text{surface } ACD = CD \times \frac{AF}{2} ;$$

mais $AF = CE$, à cause des parallèles AB et CD ; donc la surface du trapèze $= (AB + CD) \times \frac{CE}{2}$; or, CE est la distance perpendiculaire comprise entre les parallèles. *Donc la surface d'un trapèze*, etc.

Si AB contient 120^m, DC 90^m, et EC 80^m, la surface de ce trapèze sera

$$(120 + 90) \times 40 = 210 \times 40 = 840 \text{ mètres carrés.}$$

On peut aussi avoir la surface d'un trapèze quel-

conque, en multipliant une ligne tirée à distances égales des deux parallèles par la même distance perpendiculaire CE.

La surface de ce trapèze est encore égale à

$$\frac{CD+AB}{4(AB-CD)}\sqrt{2.(AD^2+BC^2)(AB-CD)^2-(AB-CD)^4-(AD^2-BC^2)^2}.$$

Si l'on a

$$CD=25,\ BC=13,669,\ AB=31,703,$$
et $$AD=13,993,$$

la surface du trapèze sera,

$$2,115\sqrt{34378,7-2018,63-80,784}$$
$$=2,115\times 179,7=380,05.$$

C'est la surface du trapèze en fonction de ses côtés.

63. Pour avoir la surface d'un polygone rectiligne quelconque, on peut le diviser en triangle par des diagonales, ou par des lignes tirées d'un même point à tous ses angles, et calculer la surface de chacun de ses triangles; il est évident qu'en réunissant tous les produits, on aura la surface totale du polygone; par ce moyen, une chaîne suffit pour avoir cette surface, car il ne s'agit que de mesurer les trois côtés de chaque triangle, et d'opérer d'après la règle du n° 70 ci-après.

Dans la pratique, on suit ordinairement une autre méthode; elle consiste à abaisser, de chacun des angles, des perpendiculaires sur un côté que l'on prend pour base, ou sur une ligne quelconque qui sert de base à toute l'opération, et à mesurer chacune de ces

lignes ainsi que leurs intervalles. Alors, la figure se trouve partagée en plusieurs parties, dont les deux extrêmes, tout au plus, sont des triangles, et les autres des trapèzes.

Cette pratique s'exécute très facilement et très promptement au moyen de l'équerre.

64. *La surface d'un cercle est égale au produit de la moitié de la circonférence par le rayon.*

Car le cercle est un polygone régulier d'une infinité de côtés.

Ce polygone a pour surface le produit de la moitié de son contour, par la perpendiculaire abaissée du centre sur un de ses côtés; or, il est clair que dans le cercle considéré comme un polygone d'une infinité de côtés, la perpendiculaire abaissée sur un des côtés ne diffère pas du rayon, ni son contour de la circonférence. *Donc*, etc.

La circonférence d'un cercle égale 44 *fois le rayon divisé par* 7; donc la surface du cercle égale 22 fois le carré du rayon divisé par 7. Cela se déduit du rapport d'Archimède (n° 16).

Le rayon d'un cercle étant 10, on aura la surface de ce cercle égale à 22 fois le carré de 10, ou 2200 divisé par 7, ou 314,3.

65. Pour avoir la longueur d'un arc quelconque, on multipliera le rayon par 44; puis le produit qui en résultera par l'angle qui a son sommet au centre, et dont les côtés passent par les deux extrémités de cet arc, et l'on divisera le résultat par 2800.

Par exemple, si l'angle BAD (fig. 29), est de 50°,

et le rayon AB de 10 mètres, la grandeur de l'arc BCD s'obtiendra en multipliant 44 par 10; le produit 440 étant aussi multiplié par 50, on a 22000, qui, étant divisé par 2800, donne 7,86 pour l'arc BD.

Si l'on multiplie 7,86 par la moitié du rayon, on aura 39,30 pour la surface de la portion de cercle BCDA; cette portion se nomme *secteur.*

On appelle *segment* de cercle, la partie BCD; pour en avoir la surface, il est visible qu'il faudra calculer celle du secteur et celle du triangle BAD; la différence de ces deux surfaces donnera celle du segment.

66. *La surface d'une ellipse est égale à celle d'un cercle dont le diamètre est moyen proportionnel entre le grand et le petit axe de cette ellipse.*

Ainsi, une moyenne proportionnelle prise entre les deux axes, sera le diamètre d'un cercle de même surface que l'ellipse; donc, en prenant le produit de la circonférence de ce cercle par la moitié du rayon, on aura, à très peu près, la surface de ce cercle, et, par conséquent, celle de l'ellipse proposée.

Par exemple, si le grand diamètre $= 6$, et le petit diamètre $= 2$, on prendra $\sqrt{6 \times 2} = 3{,}4641$ pour le diamètre d'un cercle dont on évaluera la surface comme aux n[os] 64 et 87; cette superficie, qui est aussi celle de l'ellipse, $= 9{,}42$.

Nous donnerons, par la suite, la manière de tracer l'ellipse sur le papier et sur le terrain.

67. *Lorsque dans un triangle on connaît deux côtés* b, c, *et l'angle* A, *compris entre ces côtés, en repré-*

sentant la surface du triangle par S, on a

$$S = \frac{bc}{2} \times \sin A. \; \ldots \; (1)$$

Lorsqu'on ne connaît qu'un côté c, et les deux angles adjacens A et B,

$$S = \frac{c^2}{2} \times \frac{\sin A \times \sin B}{\sin (A + B)}. \; \ldots \; (2)$$

Ces expressions sont infiniment simples, et se prêtent commodément au calcul par les logarithmes. Leur démonstration se tire des formules trigonométriques qu'on verra plus loin.

On trouve au moyen de la première formule ci-dessus, que la surface d'un quadrilatère quelconque est égale à la moitié du produit de ces deux diagonales, multiplié par le sinus de l'angle qu'elles forment en se coupant : ainsi la surface du quadrilatère (fig. 21)

$$AEDF = \frac{AD \times EF}{2} \times \sin B. \; \ldots \; (3)$$

En représentant par S la surface du triangle AEB, l'aire de ce quadrilatère est encore égale à $\frac{AD \times EF \times S}{AB \times BE}$; ou bien en fonction des côtés ; en faisant a, b, c, d les quatre côtés du quadrilatère, et représentant leur demi-somme par s, sa surface sera

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}; \; \ldots \; (4)$$

cette équation est de même forme que celle du n° 70, qui donne la surface d'un triangle en fonction de ses côtés.

Passons maintenant à l'application, sur le terrain, de la mesure des surfaces.

Mesure des Surfaces sur le terrain.

68. *Déterminer la surface d'un triangle rectiligne quelconque* ABC (fig. 25).

Nous allons supposer, dans cette question et dans la suivante, que l'arpenteur n'a d'autre instrument qu'une chaîne et des jalons, et ensuite nous le supposerons muni de son équerre.

On sait que la surface de tout triangle rectiligne est égale au produit de sa base BC, par la moitié de sa hauteur AE; cela suppose qu'on a mesuré la base et la perpendiculaire AE; mais l'arpenteur n'ayant que des jalons, et ne voulant point faire usage de la méthode du n° 48, qui pourrait d'ailleurs n'être pas praticable, mesurera les trois côtés du triangle, et toute l'opération sera faite sur le terrain, car il trouvera, par le calcul, la perpendiculaire AE comme il suit :

Il déterminera le segment BE au moyen de la formule connue $AC^2 = BC^2 + AB^2 \mp 2BC \times BE$ (17), de laquelle on tire, pour le cas où la perpendiculaire tombe en dedans du triangle, comme dans cet exemple,

$$BE = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2BC}.$$

qu'on peut mettre sous cette forme,

$$BE = \frac{1}{2}(AB + AC) \times \frac{(AB - AC)}{BC} + \frac{1}{2}BC.$$

Connaissant ainsi BE, on aura

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}.$$

Et si l'on multiplie la valeur de cette expression par $\frac{1}{2}$ BC, on aura la surface du triangle proposé.

Supposant $BC = 45$, $AB = 42$, $AC = 39$, comme dans cette hypothèse, ce triangle a tous ses angles aigus, et que par conséquent la perpendiculaire tombe en dedans du triangle (n° suivant), on a

$$BE = \frac{(42 + 39) \times (42 - 39)}{90} + \frac{45}{2} = \frac{81 \times 3}{90} + 22,5$$
$$= 2,7 + 22,5 = 25,2,$$

pour la valeur du segment BE. Donc

$$AE = \sqrt{42^2 - (25,2)^2} = 33,6,$$

qui, multiplié par $\frac{1}{2}$ BC, $= 22,5$, donne 756 pour la surface demandée.

Si la ligne AC était plus grande que AB, la valeur $\frac{1}{2}(AB + AC) \times \frac{(AB - AC)}{BC}$ serait négative ; c'est-à-dire qu'il faudrait la retrancher de la quantité $\frac{1}{2}$ BC pour avoir BE ; ou bien, si l'on prend cette valeur avec le signe positif pour l'ajouter à $\frac{1}{2}$ BC, on aura le segment CE. Dans le premier cas,

$$BE = 22,5 - 2,7 = 19,8,$$

et, dans le second cas,

$$CE = 25,2.$$

Lorsque le triangle est isoscèle, le segment BE est trouvé naturellement, car la perpendiculaire AE tombe nécessairement au milieu de BC.

69. *Remarque.* Dans la formule ci-dessus,

$$AC^2 = BC^2 + AB^2 \mp 2BC \times BE,$$

on prend le signe — quand la perpendiculaire tombe dans l'intérieur du triangle, et le signe + lorsqu'elle tombe en dehors.

Dans le premier cas, l'angle ABC (fig. 25), opposé au côté AC, est nécessairement aigu, et il est obtus dans le second cas. On pourra donc, lorsqu'on connaîtra les trois côtés d'un triangle, déterminer l'espèce de l'angle opposé à l'un de ces côtés.

Par exemple, si les côtés d'un triangle sont 8, 9, 14, leurs carrés seront 64, 81, 196, où l'on voit que l'angle opposé au côté 8, est aigu, puisque le carré de ce côté est moindre que la somme des carrés des deux autres côtés.

Il en serait de même de l'angle opposé au côté 9, mais l'angle opposé au côté 14 serait obtus, parce que le carré 196 de ce nombre surpasse la somme des carrés des deux autres côtés.

70. *Le moyen donné au n° 68, pour avoir la surface d'un triangle dont on connaît les trois côtés, n'est pas le plus expéditif. Dans la pratique, on emploie un procédé plus simple; le voici :*

Si l'on représente les trois côtés d'un triangle rectiligne quelconque par a, b, c, et la moitié de la somme de ces trois côtés par s, on aura la surface du triangle $= \sqrt{s(s-a).(s-b).(s-c)}$.

De cette formule l'on déduit la règle générale suivante :

Faites la demi-somme des trois côtés du triangle donné, et retranchez successivement, de cette demi-somme, chacun des côtés; vous aurez trois différences

que vous multiplierez, savoir : la première par la seconde; et leur produit par la troisième; multipliez encore ce second produit par la moitié de la somme des côtés; enfin, prenez la racine carrée de ce dernier produit, et vous aurez la surface demandée.

Cette formule, qui est aussi remarquable par son élégance que par son utilité, est infiniment commode, et dispense de la nécessité de mesurer les angles dans les cas les plus ordinaires de l'Arpentage.

En cherchant la surface du triangle d'après cette formule, dont la démonstration est ci-après, et suivant les données du n° 68, on a

$$\frac{45+39+42}{2}=63.$$

Retranchant successivement de cette demi-somme chacun des trois côtés, on aura ces trois résultats,

$$63-45=18,\ 63-39=24,\ 63-42=21\,;$$

multipliant la première différence par la seconde, leur produit par la troisième, on aura $18\times24\times21=9072$, qui, multiplié par la moitié de la somme des côtés, donne $9072\times63=571536$;

dont la racine carrée égale 756, comme au n° 68.

On peut effectuer ce calcul au moyen des logarithmes; dans cet exemple on aurait

Logarithmes	63	=	1.79934
	18	=	1.25527
	24	=	1.38021
	21	=	1.32222
			5.75704
Prenant la moitié, on a			2.87852;

logarithme qui répond à 756, comme ci-dessus.

Voici la démonstration de cette formule, qu'on doit se graver dans la mémoire.

Reprenons le triangle ABC (fig. 25), et faisons, pour abréger,

$$AB = a,\ AC = b,\ BC = c,\ AE = d,\ BE = e;$$

et représentant toujours par s, la demi-somme des trois côtés de ce triangle, on aura

$$a^2 = e^2 + d^2;$$

mettant dans cette équation la valeur de e^2, on obtient

$$d = \sqrt{a^2 - \frac{(a^2 + c^2 - b^2)^2}{4c^2}}$$
$$= \frac{1}{2c}\sqrt{4a^2 \times c^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2};$$

multipliant c par $\frac{1}{2}d$, ou d par $\frac{1}{2}c$, il viendra

$$\frac{1}{4}\sqrt{4a^2 \times c^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2},$$

pour la surface du triangle donné.

Cette expression n'est pas sous sa forme la plus simple, car la quantité qui est sous le radical, étant la différence de deux carrés, peut être représentée par

$$(2ac + a^2 + c^2 - b^2).(2ac + b^2 - a^2 - c^2),$$

ou par

$$(a + b + c)(a + c - b)(a + b - c)(b + c - a);$$

on aura donc

$$\frac{1}{4}\sqrt{(a + b + c)(b + c - a)(a + c - b)(a + b - c)}.$$

Mais $b+c-a=a+b+c-2a,$
$$a+c-b=a+b+c-2b,$$
$$a+b-c=a+b+c-2c;$$

et comme $a+b+c=2s,$

l'expression ci-dessus devient

$$\frac{1}{4}\sqrt{2s\,.\,2(s-a)\,.\,2(s-b)\,.\,2(s-c)},$$

et se réduit à

$$\sqrt{s\,.\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}\ (*).$$

J'ai donné à cet article tout le développement dont il est susceptible, à cause de l'application continuelle qu'on peut en faire dans l'Arpentage.

71. (Fig. 30). *Mesurer, avec la chaîne et les jalons, la surface d'une figure rectiligne, dans laquelle on peut aller directement d'un angle à tous les autres, et dont on peut mesurer tous les côtés.*

Faites d'abord l'esquisse ou le canevas de la figure proposée à mesurer, c'est-à-dire tracez sur un papier une figure d'un même nombre de côtés, et à peu près

---

(*) On peut parvenir à cette formule en cette manière : si dans la formule $S=\frac{bc}{2}.\sin A$, donnée au n° 67, on met $2\sin\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}A$ pour son égal $\sin A$; on aura

$$S=bc\sin\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}A.$$

Puis, mettant encore les valeurs de $\sin\frac{1}{2}A$ et $\cos\frac{1}{2}A$, on aura tout de suite la formule qu'on demande.

disposés de la même manière; puis mesurez les différens côtés AB, BC, CD, DE, AE, et écrivez sur le canevas la valeur de chacun, le long de son côté correspondant. Ensuite, concevez le terrain partagé par des diagonales correspondantes à celles du terrain; mesurez ces diagonales, et cotez leur valeur sur les lignes qui les représentent. Enfin, calculez, par la formule du n° précédent, la superficie des triangles ADE, ABC, ACD, dont la somme sera évidemment la surface demandée.

Si l'on ne pouvait entrer dans cette figure, on parviendrait à connaître les diagonales AD, AC, de cette manière :

Pour avoir AD, prolongez les lignes AE, DE, indéfiniment, faites $Ea = EA$, $Ed = ED$, et mesurez la distance ad, qui sera égale à la ligne AD.

Pour avoir AC, faites $Bc = BC$, $Bb = AB$, et mesurez cb, qui sera de même grandenr que AC.

On voit que, par ce moyen, l'on peut encore trouver une distance AD qu'on ne peut mesurer, en supposant que de quelque point, comme E, il soit possible d'aller à chacun des objets A et D, et de prolonger les alignemens AE, DE.

Remarque. De la manière dont les diagonales sont menées, la figure n'a que trois triangles. Il n'est pas toujours possible de la diviser aussi avantageusement, à cause des divers obstacles qui peuvent empêcher d'aller d'un angle à un autre angle; mais, de quelque manière qu'on divise cette figure en triangles, et quel qu'en soit le nombre, l'on aura toujours la surface requise égale à celle de tous ses triangles.

Nous allons maintenant nous occuper du mesurage des surfaces avec l'*équerre*.

Pratique de l'Équerre pour mesurer les surfaces.

72. *Mesurer la surface d'un triangle rectiligne.*

Dans toutes les solutions qui vont suivre, il est supposé qu'on n'entreprendra point la mesure d'un terrain sans en avoir fait le canevas (*).

Si le triangle dont on veut avoir la superficie est rectangle, il suffira de mesurer les deux côtés qui forment l'angle droit, et de multiplier l'un par la moitié de l'autre, ou l'un par l'autre, et prendre la moitié du produit (60).

73. Dans la pratique il arrive rarement que les angles se trouvent exactement droits, d'ailleurs il serait trop long de les essayer tous pour le savoir; il est plus simple de prendre tout de suite CB (fig. 25) pour base, et d'élever sur celle-ci la perpendiculaire AE que l'on mesure, ainsi que la base CB.

Si en mesurant de E en A, on trouve 33 mètres 6 dixièmes, ou simplement 33,6, et de C en B 45 mètres, on cotera ces mesures sur un canevas, comme on le voit dans la figure, et pour en avoir la superficie, on multipliera 33,6 par la moitié de 45, ce qui donnera 15,12, c'est-à-dire 15 perches 12 mètres carrés, ou 15 perches 12 centièmes de perche pour la surface demandée.

Si le triangle était obtusangle, et qu'on ne pût se

(*) Après avoir pris connaissance du terrain à mesurer, on peut former ce canevas à mesure que l'on opère.

servir du côté AC (fig. 26) pour base, on pourrait prendre celui des deux autres côtés qu'on jugerait à propos.

Supposons qu'on prenne BC, on prolongera cette ligne jusqu'en E, pour élever une perpendiculaire AE, qui sera la hauteur du triangle, et par laquelle on multipliera la moitié de la base BC pour avoir la surface requise.

74. Lorsqu'il est impossible d'entrer dans un triangle et qu'on ne peut mesurer que deux côtés, comme AC et BC (fig. 31), il faut chercher le troisième côté comme distance inaccessible (56 et 57), et évaluer la superficie de ce triangle par la formule du n° 70.

Si l'on peut prolonger AC, BC de leur longueur en E et en D, on fera bien de déterminer la ligne AB au moyen du triangle CDE; car ce triangle étant égal au proposé ABC, puisque les trois côtés de l'un sont égaux aux trois côtés de l'autre, il ne s'agira que de chercher la surface de ce triangle accessible, en mesurant, par exemple, une perpendiculaire CF, qu'on multipliera par la moitié de la base DE.

S'il n'était point possible de prolonger un des côtés, par exemple BC (fig. 32) pour trouver la surface du triangle ABC, et qu'il fût impossible de mesurer la perpendiculaire, soit en dedans, soit en dehors, ainsi que la ligne AB, on prolongerait AC de sa longeur en E, et l'on tirerait la ligne EB pour avoir un triangle BCE égal en superficie au triangle ABC; puis on prendrait BE pour base, sur laquelle on éleverait au point C une perpendiculaire CH, qui, multipliée par la moitié de

la base BE, donnerait un produit égal à la superficie du triangle ABC.

Si quelques obstacles empêchaient de prolonger cette ligne de sa longueur entière, on pourrait ne la prolonger que de la moitié en F, ou du quart en G, etc.; alors la superficie qu'on trouverait ne serait que la moitié ou le quart de la véritable surface, car ces superficies seraient entre elles en raison de leurs bases.

S'il n'était pas possible de mesurer la perpendiculaire CH et le côté BC, on prendrait sur EB une distance $Eh = CE$; et si l'on peut avoir la mesure de Ch, la surface du triangle sera

$$\frac{BE.Ch}{4AC}\sqrt{4AC^2 - Ch^2}.$$

Si cette opération ne peut pas se faire sur le terrain, on pourra prendre deux points quelconque F, g, de manière que l'on ait $EF = Eg$, et l'on aura la surface du triangle $= \frac{BE.Fg.AC}{4EF^2}\sqrt{4EF^2 - Fg^2}$.

Si le terrain le permet, on pourra prolonger AC vers O (fig. 33); faire $OC = CB$; prendre ensuite $Om = \frac{1}{2}OB$, et mesurer encore Cm, Cn.

Avec ces mesures prises bien exactement, on aura la surface du triangle

$$ABC = \frac{Om.Cm.Cn}{BC - 2Cn}.$$

Si l'on ne pouvait prolonger aucun des côtés, on pourrait élever sur AC (fig. 32) une perpendiculaire CL, assez longue pour que, de cette ligne, on

pût se retourner carrément sur B. Cette perpendiculaire CL se trouverait égale à BD, et il ne serait pas nécessaire de mesurer la ligne BL, puisqu'elle serait inutile pour trouver la superficie qu'on demande.

Le triangle peut être tellement disposé, qu'on ne puisse mesurer que le côté BC (fig. 33), mais que du point D, on puisse apercevoir le point A pour y élever une perpendiculaire AD. Dans ce cas, si cette perpendiculaire ne peut être mesurée par aucun des moyens qui sont du ressort de l'équerre, on verra s'il ne serait pas possible de mesurer jusqu'au point E, de sorte qu'on ait l'angle droit BEC; alors on aurait, au moyen des triangles rectangles ABD, BCE,

$$BE : BD :: BC : AB,$$

d'où
$$AB = \frac{BC \times BD}{BE};$$

ce qui donne

$$AD = \sqrt{\frac{(BC \times BD)^2}{BE^2} - BD^2}.$$

Or, BC et BE sont mesurés; et puisque le point D est déterminé, on pourra mesurer BD; donc la surface de ce triangle sera connue.

Soit $BC = 300$, $BD = 160$, $BE = 400$;

on aura
$$AB = \frac{300 \times 160}{400} = 195;$$

et
$$AD = \sqrt{195^2 - 160^2} = \sqrt{12425} = 111,5.$$

Donc la surface du triangle $= 111,5 \times 150 = 16725$.

75. *Trouver la surface d'un quadrilatère* ABDC, *dont les quatre côtés sont inégaux* (fig. 34).

Prenez le plus grand côté AB pour base, et menez les deux perpendiculaires EC, FD, passant par les deux angles C et D; cherchez la superficie des deux triangles rectangles BFD, AEC, et celle du trapèze CDFE; ajoutez ensemble ces trois superficies, et vous aurez évidemment celle du quadrilatère proposé.

Pour opérer géométriquement, faites mettre des jalons aux angles C et D, et mesurez la distance du point A au point E, où doit être élevée la perpendiculaire EC; cotez cette distance sur le canevas, et mesurez EC que vous coterez aussi.

Revenez au point E, et mesurez la distance de cet endroit au point F où doit être élevée la perpendiculaire FD; écrivez la valeur de cette ligne sur le canevas, et mesurez FD que vous coterez; enfin revenez au point F, pour mesurer la partie FB que vous écrirez sur le canevas à l'endroit où elle doit l'être, et toute l'opération sera terminée sur le terrain.

Si les mesures sont cotées, savoir, AE de 5 perches; EC de 8,3; EF de 39,2; FD de 12,3, et FB de 3,1, on trouvera que la superficie de cette figure est de 4 arpens 43 perches 58 mètres carrés.

Voici l'opération.

Triangle ABC	=	8,3	× 2,5	=	20,75
Triangle BFD	=	6,15	× 3,1	=	19,065
Trapèze CDFE	=	(8,3 + 12,3)	× 19,6	=	403,76
			Total		443,575.

On aurait pu prendre également CD pour base, et prolonger cette ligne de part et d'autre jusqu'en G et H, d'où doivent partir les perpendiculaires qui répondent aux angles A et B, en ayant soin alors de soustraire de la superficie totale ABGH, les triangles BGD, AHC.

Remarque. Il faut avoir soin, lorsqu'on mesure une perpendiculaire, comme EC, de laisser au point E le bâton d'arpenteur ou un jalon, afin qu'en mesurant EF, on parte exactement du point où l'on s'est arrêté.

76. En mesurant la base AB (fig. 34) en différentes parties, il est rare que leur somme s'accorde exactement avec la mesure réelle de cette base.

Lorsqu'on veut mettre de l'exactitude dans son opération, il est nécessaire de mesurer cette même base sans s'arrêter, et de vérifier si elle s'accorde avec la somme de toutes les parties qui la composent. S'il se trouvait une différence sensible, il faudrait recommencer; mais si elle était de très peu de chose, on pourrait la partager par le milieu et appliquer la correction dans l'endroit le moins sensible, comme par exemple, dans l'un ou l'autre des triangles AEC ou BFD.

Quand il se trouve des perpendiculaires à gauche et à droite de la base, comme dans les figures suivantes, on élève d'abord toutes celles qui sont à droite, sans avoir égard à celles de la gauche. On fait la somme de toutes les parties de la base, et l'on retourne sur cette même base, en mesurant et en élevant les perpendiculaires de la gauche. On ajoute toutes ces nou-

velles parties de la base, et l'on examine si la somme est égale à la première.

Au moyen de cette double opération, on peut se dispenser de mesurer la base en une seule fois.

Il y a des arpenteurs qui, pour abréger, élèvent et mesurent les perpendiculaires à droite et à gauche à mesure qu'ils avancent sur la base, et qui se contentent de cette seule opération; mais en suivant ce procédé, si l'on se trompe dans quelques parties de cette base, on n'a pas de moyens de reconnaître s'il y a erreur; ce motif seul doit le faire abandonner; d'ailleurs il ne faut jamais se piquer de trop de vitesse lorsqu'on opère, surtout quand l'opération exige de l'exactitude.

Remarque. On sait, n° 67, que la surface du quadrilatère AEDF (fig. 21), $= \frac{AD \cdot ED \cdot s}{AB \cdot BE}$, s étant celle du triangle ABE.

Si l'on ne pouvait s'éloigner de ce triangle, on prendrait g au milieu de AE; on mesurerait Bh, hE, Bk, Ak et la surface du quadrilatère serait

$$\frac{s \cdot (Ak - Bk)\,(Eh - Bh)}{Eh \cdot Ak}.$$

Voyez la fin du n° 85.

. . . .

77. *Trouver la surface d'une figure irrégulière.*

Si la figure ABCDE . . . . , etc. (fig. 35), est celle dont il faut connaître la superficie, l'arpenteur fera mettre des jalons à tous les angles de cette figure; et après avoir fait tracer l'alignement AB, que je suppose être pris pour base de toute l'opération, il éle-

vera sur cette base une perpendiculaire au sommet de chaque angle de cette figure.

Il mesurera de A en allant vers B, la distance A*a*, et la perpendiculaire *a*N qui est à droite; il continuera de mesurer de *a* en *c*, et la perpendiculaire *c*M, sans avoir égard aux autres perpendiculaires de la gauche; enfin, il mesurera de même toutes les autres perpendiculaires situées à la droite avec leur distance sur la base AB.

Arrivé en B, il ajoutera toutes les différentes distances partielles, pour avoir la ligne entière AB; ensuite il retournera vers A, en mesurant séparément les perpendiculaires qui se trouvent de l'autre côté de la base, ainsi que leur distance sur cette base.

Étant arrivé au point A, il ajoutera de même toutes ces différentes longueurs, dont la somme doit être égale à celle qu'on a trouvée en mesurant de A en B.

Lorsque toutes ces mesures seront prises sur le terrain et côtées sur le canevas, on pourra calculer sur les lieux la superficie de cette figure, afin d'en instruire de suite les personnes qui vous ont appelé pour cette opération.

Voici le type du calcul :

1.	15×2	= 30^{m}
2.	$(15 + 20) \times 8{,}15$	= 285,25
3.	$(20 + 12{,}5) \times 4$	= 130
4.	$(12{,}5 + 21{,}9) \times 5$	= 172
5.	$(21{,}9 + 6) \times 9{,}25$	= 258,075
6.	3×3	= 9
7.	....	= 12
		896,325

	Ci-contre	896,325
8.	(9,14 + 12) × 10,1 .... =	213,514
9.	(7 + 9,14) × 2,6 .... =	41,964
10.	(9,2 + 7) × 2,5 .... =	40,5
11.	(9,2 + 6) × 4 .... =	60,8
12.	(6 + 6,3) × 8,2 .... =	100,86
13.	6,3 × 1,5 .... =	9,45
	Total	1363,413,

ou 13 arpens 63 perches 41 mètres carrés.

S'il arrivait que le périmètre de la figure fût une ligne courbe, on mènerait aux différens points de cette ligne un grand nombre de perpendiculaires équidistantes, afin de pouvoir considérer, sans erreur sensible, cette même ligne comme une portion de polygone régulier : par ce moyen, le calcul de tous les trapèzes ou triangles résultans, se ferait bien plus promptement puisqu'ils auraient tous même hauteur; mais pour la facilité de cette pratique, il faut que ces perpendiculaires soient courtes; autrement il faudrait un temps considérable pour faire ce mesurage.

78. Lorsqu'il se trouve deux sinuosités l'une près de l'autre et éloignées de la base, on peut abréger l'opération de cette manière :

Après avoir mesuré *t*D (fig. 35), élevez sur cette ligne la petite perpendiculaire E*s* que vous mesurerez, ainsi que la partie *s*D ou *st*; portez E*s* de *t* en *v*, et figurez sur votre canevas la perpendiculaire E*s* qui sera évidemment égale à *st*.

On peut, si l'on veut, ne point faire paraître sur le canevas la ligne E*s*, car elle devient inutile pour calculer la surface du trapèze D*tv*E ; ainsi des autres.

Je ferai remarquer qu'il n'est pas absolument nécessaire que la base soit tirée d'un angle à un autre, et dans la partie la plus longue, comme on l'a fait dans l'exemple du numéro précédent; on ne prend cette précaution que pour faire moins d'opérations.

(Fig. 36). Si la base tombait sur le côté d'une figure, après avoir mesuré EF, on se transporterait au-delà de la ligne DE, pour élever sur AB une perpendiculaire CD que l'on mesurerait, ainsi que les distances BC, BF, afin de pouvoir calculer la superficie des triangles BEF, BCD, dont celle du dernier doit être soustraite.

Si l'on ne voulait point tracer la ligne DE, ou si cela n'était pas possible, on éleverait au point B une perpendiculaire BH, sur laquelle on mènerait la petite droite GD que l'on mesurerait, ainsi que la ligne BH.

Par ce moyen, l'on n'aurait rien à déduire, puisqu'on pourrait calculer BDH, par la connaissance de la base BH et de la hauteur DG.

Si la base AB tombait carrément sur DE, il suffirait de mesurer séparément les deux parties BD et BE.

79. *Trouver la superficie de la figure irrégulière* SPIKL.... etc.

(Fig. 37). L'arpenteur chargé de cette opération fera mettre des jalons à toutes les sinuosités; et, pour éviter qu'une multitude de perpendiculaires ne tombent sur la base AB que je suppose qu'il choisit, il fera tracer le long des sinuosités des alignemens tels que AC, CD, DE et *y*F; ensuite il élevera toutes les perpendiculaires

qui sont à la droite de la base AB, comme aI, xK... etc., jusqu'à cF.

Il élevera de même, en revenant vers A, les deux perpendiculaires ED et xC, qui sont de l'autre côté de cette base; puis il se transportera successivement sur les alignemens AH, CD, DE, cF et Fy, pour élever toutes les perpendiculaires aux sinuosités de cette figure (*).

Il mesurera toutes les diagonales AH, CD, etc., en entier sans s'arrêter, afin de vérifier s'il ne s'est point trompé en mesurant en plusieurs parties.

Toutes les mesures étant écrites sur le canevas aux places où elles doivent l'être, on trouvera la surface de ce polygone en faisant le calcul suivant :

1.	56×14	=	784
2.	$\left(\frac{56+65}{2}\right) \times 70{,}75$	=	4280,375
3.	$12{,}5 \times 12{,}5$	=	156,25
4.	$(25 + 27{,}25) \times 7{,}75$	=	404,9375
5.	$37{,}25 \times 6{,}5$	=	242,125
6.	20×8	=	160
7.	5×5	=	25
8.	$45 \times 6{,}25$	=	281,25
9.	$31{,}95 \times 5$	=	159,75
10.	$17{,}5 \times 17{,}5$	=	306,25
			6799,9375

(*) Dans la pratique, lorsque les sinuosités sont petites, on a coutume de les rectifier par des lignes droites menées de manière qu'elles laissent d'un côté à peu près la valeur du terrain qu'elles retranchent.

De l'autre part. 6799,9375

11.	4,25 × 3.	=	12,75
12.	9,25 × 5,7.	=	52,725
13.	9 × 5,9.	=	53,1
14.	10,8 × 2.	=	21,6
15.	9,3 × 5,5.	=	51,15
16.	$\left(\frac{26,5 \times 14,65}{2}\right)$.	=	194,1125
17.	25,5 × 5,2.	=	132,6
18.	$\left(\frac{10,55 \times 21,5}{2}\right)$.	=	113,4125
19.	8,5 × 10,55.	=	89,675
20.	5,5 × 7.	=	38,5
21.	5,5 × 4,5.	=	24,75
22.	4,2 × 3.	=	12,6
23.	16 × 3.	=	48
24.	19,5 × 5,5.	=	107,25
25.	21,5 × 4.	=	86
26.	17,5 × 4,5.	=	78,75
27.	12 × 4.	=	48
28.	7,5 × 6,3.	=	47,25
29.	4,5 × 2,5.	=	11,25
30.	3,5 × 3,75.	=	13,125
31.	4,5 × 2,5.	=	11,25
32.	5,75 × 7,75.	=	44,5615
33.	9 × 7.	=	63
34.	7,75 × 9.	=	69,75
35.	19,5 × 4.	=	78
36.	16,9 × 4.	=	67,6
37.	13,9 × 3.	=	41,7
38.	11,1 × 2,75.	=	30,525
39.	10,8 × 4.	=	43,2

Total. . . = 8486,125,

ou 84 arpens 86 perches 13 mètres carrés.

(Fig. 38). Par les mêmes principes, on trouvera que la surface ABC.... etc., est de 3213,015, ou 32 hectares, 13 ares et 2 centiares.

80. *Remarque.* Il arrive rarement que deux arpenteurs s'accordent précisément en mesurant le même terrain. La différence qu'il y a entre les résultats de leurs opérations, vient le plus souvent de ce qu'ils n'ont pas suivi exactement les mêmes limites; de ce que les chaînes ne sont pas précisément de la même longueur, ou de ce qu'elles ne sont pas toujours tendues également; enfin de ce que l'un d'eux n'est pas allé en ligne droite, ou a négligé des fractions d'un certain ordre dans le calcul. Toutes les fois qu'on aura égard à ces différentes choses, les résultats des opérations se trouveront nécessairement les mêmes; d'ailleurs, quand les calculs des deux arpenteurs ne diffèrent que d'une perche par 100, on regarde leurs opérations comme justes, si d'ailleurs les calculs sont, comme nous le supposons, déduits des mesures effectives prises sur le terrain. Cependant, cette tolérance du centième ne doit être accordée que pour une surface au-dessous de l'arpent; elle doit diminuer à mesure que cette surface augmente, et même pour les terrains au-dessous d'un hectare, lorsqu'ils ont une grande valeur.

De la mesure des figures accessibles en dehors seulement.

81. On parvient à trouver la superficie des polygones inaccessibles en dedans, en leur circonscrivant d'autres polygones que l'on calcule, et en ayant soin de retrancher les parties empruntées.

(Fig. 39). *Soit* ABCD.... *une pièce d'eau, un bois.... etc., accessible en dehors, dont on veuille connaître la superficie.*

Après avoir fait mettre des jalons aux angles de cette figure, établissez une base *ab*, aux extrémités de laquelle vous éleverez les perpendiculaires *ad*, *bc*, que vous prolongerez jusqu'à ce que de l'extrémité de l'une, comme *c*, vous puissiez découvrir celle de l'autre en *d*, afin de tracer l'alignement *cd*, que vous ferez passer, s'il est possible, sur l'un des angles de la figure, comme en I.

Si cet alignement se trouvait perpendiculaire sur *bc*, le canevas serait évidemment un rectangle, et les côtés opposés seraient égaux; mais si cette ligne *cd* est oblique comme dans cette figure, le canevas représentera un trapèze dont la superficie sera

$$(ad + bc) \times \frac{ab}{2},$$

d'où retranchant la somme de tous les petits trapèzes et triangles empruntés sur le terrain adjacent, le reste sera évidemment la superficie de la figure proposée à mesurer.

Pour vérifier si l'on ne s'est point trompé dans la mesure des quatre bases, il faut ajouter le détail que l'on a fait sur chacune en mesurant les distances des perpendiculaires, et voir si la somme est la même que celle que l'on a trouvée en mesurant sans s'arrêter.

On examinera de plus si $cd = \sqrt{\overline{ab}^2 + (\overline{ad}^2 - \overline{bc}^2)}$, comme cela doit être à très peu de chose près; s'il en est autrement, c'est un preuve qu'il y a erreur dans la

mesure de ces bases; alors il faudra nécessairement les remesurer.

Voici les calculs de cette figure, en supposant que les dimensions du terrain soient telles qu'on les voit représentées sur le canevas. Je commence par vérifier la ligne *cd*, et j'ai

$$cd = \sqrt{10000 + 64} = \sqrt{10064} = 100{,}3,$$

comme elle a été trouvée par le mesurage; cela étant fait, comme *abcd* est un trapèze, sa surface

$$= (60 + 52) \times \frac{100}{2} = 5600,$$

d'où retranchant 1133,434 pour la valeur des emprunts, suivant l'état ci-après, il reste 4466,566, ou 44 arpens 66 perches 57 mètres carrés pour la superficie réelle de la figure qu'il fallait mesurer.

Tableau des emprunts faits dans le trapèze abcd.

Je commence par le quadrilatère *ch*G*p*, en imaginant une diagonale *c*G pour avoir les deux triangles rectangles *ch*G, *cp*G. De même, au quadrilatère AY*ed*, j'imagine la diagonale *d*Y, afin d'avoir les deux triangles *ed*Y et AY*d*; cela étant fait ou supposé fait, on a

1.	$\begin{cases} 9{,}25 \times 2{,}05 = 18{,}9625 \\ 4{,}5 \times 5 \ldots = 22{,}5 \end{cases}$	=	41,4625
2.	4,1 × 9.	=	36,9
3.	16,4 × 2.	=	32,8
4.	21,4 × 3.	=	64,2
			175,3625

8..

	De l'autre part.		175,3625
5.	12,3 × 5.	=	61,5
6.	4,7 × 4,07.	=	19,129
7.	3,1 × 9.	=	27,9
8.	5,6 × 12,3.	=	68,88
9.	11,3 × 5.	=	56,5
10.	4,15 × 16,7.	=	69,305
11.	6,2 × 10.	=	62
12.	13,2 × 4,1.	=	54,12
13.	14,9 × 5.	=	74,5
14.	5,1 × 3,5.	=	17,85
15.	6,15 × 3.	=	18,45
16.	{4,15 × 1,5 = 6,225 {2,95 × 5... = 14,75 } . . .	=	20,975
17.	5,3 × 6.	=	31,8
18.	18,6 × 6.	=	111,6
19.	9,4 × 6.	=	56,4
20.	12,5 × 4.	=	50
21.	6,25 × 15,9.	=	99,375
22.	17,25 × 3,35.	=	57,7875
			1133,434.

Si l'on ne pouvait mesurer la perpendiculaire *nm* du triangle LM*m* ou de tout autre semblable, on mesurerait les trois côtés de ce triangle, et l'on en chercherait la surface par la règle du n° 70.

Si LM était inaccessible, il faudrait sur la ligne LK élever au point M une perpendiculaire que l'on mesurerait, laquelle étant multipliée par la moitié de ML donnerait un produit égal à la surface du triangle LM*n*.

82. On circonscrit autant qu'on le peut des rectangles aux figures inaccessibles en dedans, comme à la

figure ABCD... (fig. 40), dont la surface est de 1545,34, parce que les calculs sont toujours plus simples, et que la vérification se fait plus aisément. De plus, on peut faire rentrer en dedans toutes les perpendiculaires, en les faisant tomber sur un des côtés comme A*a* (fig. 41). Alors on peut se dispenser de représenter d'autres lignes d'emprunt que celles qui se trouvent sur la base que l'on choisit ; car la surface que l'on trouve, en se servant de ces nouvelles lignes, doit être absolument la même ; en effet, le calcul donne aussi 1545,34.

On peut même, si l'on veut, ne point faire paraître d'emprunts en menant, par exemple, à la ligne A*a*, une parallèle E*f* (fig. 42), qu'on regardera comme la base de toute l'opération, et en faisant tomber sur cette base toutes les perpendiculaires, comme si l'on avait pu entrer dans cette figure avec l'équerre.

La surface que l'on trouve par ce dernier procédé, est aussi de 1545,34, comme on l'a trouvée d'après les dimensions prises sur le terrain.

Pour avoir les distances *ed*, *df*, on fera la proportion suivante, qui est fondée sur la propriété des lignes proportionnelles :

$$33{,}2 : 5{,}4 :: 16{,}7 : ed = 2{,}716,$$
$$33{,}2 : 5{,}4 :: 16{,}5 : df = 2{,}684.$$

On aurait pu trouver cette dernière quantité en retranchant 2,716 de 5,4 ; car les deux espaces *ed*, *df*, doivent nécessairement former la portion *cg* de la ligne *cb* (fig. 40) ; en effet, 5,4 — 2,716 = 2,684.

83. On peut aussi avoir la surface ABCDEFG

(fig. 43), en lui circonscrivant un triangle rectangle *abc*, que l'on calculera par le moyen de sa hauteur et de sa base, et du total on soustraira les parties empruntées qui sont des triangles et des trapèzes; le reste 355,28 sera la superficie demandée. Il faut avoir soin de vérifier si le carré de l'hypoténuse *bc* vaut le carré de la ligne *ac* plus celui de la ligne *ab*, comme cela arrive dans cet exemple.

Si quelqu'un des angles, comme D, par exemple, était inaccessible, on se trouverait dans l'impossibilité de mesurer directement la perpendiculaire *d*D; mais on sera toujours à même de trouver la valeur de cette ligne et de toute autre semblable, en se servant des moyens enseignés pour la mesure des distances inaccessibles.

Remarque. On n'est pas borné aux seules circonscriptions des rectangles, trapèzes et triangles. On peut circonscrire des polygones irréguliers d'un nombre quelconque de côtés, en se retournant, autant qu'il sera possible, à angle droit, et en ayant soin de faire ces côtés les plus longs possibles; car moins on peut les multiplier, plus les opérations sont exactes.

84. *Mesurer le canton* ABCDE *borné par deux chemins, et connaître la contenance de chacune des pièces* AEML, LNOPQ.... etc. (fig. 44), *appartenantes à divers particuliers.*

On peut avoir la superficie de chaque propriété en la mesurant séparément; mais il vaut mieux opérer de la manière suivante qui est plus exacte.

Après avoir fait mettre des jalons aux extrémités des

différens terrains de chaque particulier, mesurez la totalité du canton sans vous arrêter aux diverses divisions.

Pour cela, prenez la ligne AB pour base de toute l'opération, et mesurez en partant du point A jusqu'au point a où doit être élevée une perpendiculaire à l'angle D; mesurez cette perpendiculaire aD sans vous arrêter, et en retournant au point a, mesurez du point D jusqu'au point y, où doit être élevée une perpendiculaire yE que vous mesurerez; mesurez encore ay, et voyez si la somme des deux parties Dy, ay, est égale à la ligne aD mesurée d'une seule fois.

Continuez à mesurer du point a au point b où doit être élevée une perpendiculaire à l'angle C, et prenez les distances bB, bC; réunissez les parties mesurées sur la base AB, et voyez si elles se rapportent avec la somme que vous trouverez en mesurant cette base sans vous arrêter; enfin, calculez la superficie totale du canton ABCDE.

En supposant

$$\mathrm{A}a = 15,\ ay = 20,\ \mathrm{E}y = 20,\ \mathrm{D}y = 30,$$
$$ab = 60,\ b\mathrm{B} = 10,\ \text{et}\ b\mathrm{C} = 40;$$

on trouvera cette superficie de 3550.

Pour avoir la surface de chacune des propriétés qui composent ce canton, élevez sur AB une perpendiculaire au point N, et une autre au point G; mesurez sN sans vous arrêter, et en retournant au point s, prenez la distance du point N au point t, où doit être élevée une perpendiculaire tM; mesurez as, sL, Li, et avancez, en mesurant sur iG, jusqu'aux points k, l,

m, n, où doivent être élevées des perpendiculaires aux extrémités P, O, R, S; mesurez aussi nG, et seulement les deux traverses Pk, lO. Faites la somme des quantités trouvées en mesurant iG, et voyez si elles s'accordent avec bC, augmenté du quatrième terme de cette proportion,

$$ab : aD - bC :: ib : x.$$

Si, par exemple,

$$as = 20, \quad sL = 6{,}3, \quad Li = 11,$$

on aura $$ib = 22{,}7;$$

et la proportion ci-dessus sera

$$60 : 10 :: 22{,}7 : x;$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{227}{60} = 3{,}783;$$

c'est-à-dire que

$$iG = 40 + 3{,}783 = 43{,}783.$$

Mesurez iQ, et portez-vous sur la perpendiculaire bC, sur laquelle vous avancerez, en mesurant, jusqu'aux points c, d, e, où doivent être élevées des perpendiculaires aux extrémités K, I, H; mesurez aussi la partie eC, et vérifiez si la somme de toutes ces quantités se rapporte à celle trouvée en mesurant bC d'une seule fois.

Tout étant ainsi mesuré sur le terrain, on calculera la surface de chaque propriété, de la manière suivante

Pour avoir la superficie de la figure AEML, on

cherchera d'abord la perpendiculaire tM, par cette proportion :

$$26 : 6{,}3 :: 10 : tM = 2{,}423.$$

Puis, en imaginant les perpendiculaires vM, $e'E$, on aura évidemment

$$e'E = 20, \quad e'v = 42{,}423, \quad \text{et} \quad vM = 16;$$

on pourra donc calculer la surface de cette figure, puisque l'on connaîtra aussi

$$e'A = 5, \quad \text{et} \quad vL = 3{,}877.$$

Cette surface est égale à

$$(18 \times 42{,}423) + (8 \times 3{,}877) - (10 \times 5) = 744{,}63.$$

Pour avoir la surface de la figure LNOPQ, cherchez la distance $io' = sN +$ le quatrième terme de cette proportion,

$$is + lO : il - sN :: is : x,$$

ou $$24{,}3 : 5 :: 17{,}3 : x = 3{,}559;$$

par conséquent,

$$io' = 29{,}559.$$

Calculez le quadrilatère $LoNo'i$, le trapèze $ikPQ$, et le quadrilatère $ko'OP$; réunissez ces trois quantités, et vous aurez la surface cherchée de 596,69.

Pour calculer EFRONM, il est nécessaire de connaître ax, az, Fr, ir', $o'r'$, et mR; pour trouver ax, on a cette équation à résoudre :

$$ax = vM + \left(\frac{e'E - vM}{e'v}\right) \times av$$

$$= 16 + \frac{4 \times 22{,}423}{42{,}423} = 18{,}114.$$

Pour connaître az, il faut résoudre cette autre équation :

$$az = im + \frac{(ar - im).(mR \times ai)}{Fr + ai + mR}$$

$$= 34 + \frac{4 \times 42,657}{50,657} = 37,368.$$

Si du facteur $(mR + ai)$ on retranche ai, la même équation fera connaître ir', car on a

$$ir' = im + \frac{(ar - im) \times mR}{Fr + ai + mR}$$

$$= \frac{34 + 4 \times 5,357}{50,657} = 34,423 ;$$

et si l'on retranche io' de ir', on aura

$$o'r' = 4,864.$$

On trouvera la perpendiculaire

$$mR = \frac{lO \times Gm}{Gl} = \frac{7 \times 9,783}{12,783} = 5,357 ;$$

et celle

$$Fr = \frac{Dr \times yE}{Dy} = \frac{12 \times 20}{30} = 8.$$

Une fois ces distances connues, on calculera le trapèze $azr'i$, les quadrilatères $o'r'RO$, $EFzx$; et si de la somme de ces trois quantités, on retranche celle des quadrilatères $axML$, $LNio'$, il restera la surface demandée de 819,78.

Puisqu'on connaît az et ir', l'on connaît aussi Dz et Gr' ; ainsi, pour avoir la surface FDGR, il ne s'agira que de multiplier 1°. $(Dz + Gr')$ par $\frac{ai}{2}$; 2°. Dz

par $\frac{Fr}{2}$; 3°. Gr' par $\frac{mR}{2}$. En faisant le calcul d'après les données écrites sur le canevas, on trouvera que la surface de cette figure est égale à 485,75.

Pour calculer la superficie des autres figures, l'on imaginera *o*P*p* parallèle à *i*G, et l'on cherchera, comme ci-dessus, la largeur de chacune de ces figures sur les lignes *op*, *b*C, ainsi que les distances *n*S, *c*K, *d*I, *e*H.

Ces dimensions étant trouvées et écrites sur le canevas, on trouvera

QPKB....	=	422,83
POIK.....	=	240,76
OSHI.....	=	146,50
SGCH....	=	93,06.

Ajoutant la surface des autres figures, savoir :

AEML....	=	744,63
LNOPQ...	=	596,69
EFRONM..	=	819,78
FDGR..	=	485,75
		3550,00

Cette somme est précisément égale à celle qu'on a trouvée en mesurant tout le canton, sans s'arrêter aux divisions.

On observera sans doute que le calcul qu'il faut faire pour connaître la superficie de chaque propriété, est aussi long que si l'on avait mesuré chaque pièce séparément. On répondra à cette objection, qu'il y a des cas où le calcul s'abrège considérablement; que

d'ailleurs l'opération sur le terrain étant moins longue et moins compliquée, il en résulte nécessairement plus d'exactitude.

Nota. Si le terrain présentait trop de difficulté pour prendre le canton à la fois, l'on pourrait mesurer séparément chaque étendue du terrain qui se laboure du même sens, et faire ensuite, dans chacune, les opérations nécessaires pour être en état de calculer la superficie de chaque propriété particulière.

85. (Fig. 30.) On obtient la surface d'un pentagone avec les mesures des trois diagonales AD, AC, BE, et des portions Am, An, mn, et nB; alors l'on peut calculer la superficie du triangle Amn (70); et en représentant cette surface par s, on a celle du pentagone

$$=\left\{\frac{\mathrm{AD}\,.\,\mathrm{E}m}{\mathrm{A}m\,.\,mn}+\frac{\mathrm{AC}\,.\,n\mathrm{B}}{\mathrm{A}n\,.\,nm}+\frac{\mathrm{AD}\,.\,\mathrm{AC}}{\mathrm{A}m\,.\,\mathrm{A}n}\right\}.$$

(Fig. 45). En faisant toujours s la surface abc, celle de l'hexagone irrégulier

$$\mathrm{ABCDEF}=s\left(\frac{\mathrm{A}c.c\mathrm{B}+c\mathrm{D}.c\mathrm{E}}{ac.bc}+\frac{a\mathrm{C}.a\mathrm{D}+a\mathrm{A}.a\mathrm{F}}{ab.ac}+\frac{b\mathrm{B}.b\mathrm{C}+b\mathrm{F}.b\mathrm{E}}{ab.br}-\right.$$

J'observe cependant que ces formules sont plus curieuses qu'utiles, surtout lorsque la surface s est très petite, parce qu'alors il faut, dans sa détermination, une précision à laquelle on ne peut guère espérer d'arriver dans la pratique. Il en est de même pour chacune des deux formules de la remarque du n° 76, lorsque les surfaces par lesquelles il faut multiplier sont petites.

Des terrains inclinés à l'horizon.

86. Jusqu'ici le terrain sur lequel on a opéré a été supposé de niveau; s'il est en pente, et si les mesures que l'on prend doivent servir à connaître la surface d'un champ, il faut avoir soin que la chaîne soit toujours tendue le plus horizontalement possible.

Lorsque la pente n'est pas considérable, l'on peut se contenter, quand on mesure en montant, de lever la main dans la hauteur du piquet du porte-chaîne, et lorsqu'on mesure en descendant, le même porte-chaîne lèvera la main dans la hauteur horizontale du genou de celui qui tient l'autre extrémité de la chaîne, pour ensuite laisser tomber ce piquet perpendiculairement.

Si la pente est trop considérable pour opérer de cette manière avec une chaîne de dix mètres, on mesurera avec la moitié de cette chaîne, ou avec un double mètre, suivant que l'inclinaison du terrain sera plus ou moins forte; alors, on pourra toujours suivre la méthode qu'on vient d'indiquer.

En tenant ainsi la chaîne de niveau, dans les différentes mesures que l'on prend pour évaluer la surface d'un terrain, on obtient *la superficie horizontale*; c'est celle qu'il faut calculer; car l'on estime la valeur des champs sur la quantité de leurs productions, et les végétaux, les arbres surtout, poussant généralement dans une direction verticale, un terrain incliné n'en contient pas plus que son étendue de niveau.

On pourrait cependant contester ce principe, par

rapport aux grénées et autres plantes basses; mais alors, on ajoutera que les terrains de niveau peuvent mieux être semés que ceux inclinés, où la semence ne se trouve pas partout répandue également, et dont l'engrais est entraîné par les pluies; d'un autre côté, ces terrains retenant moins l'humidité que les autres, toutes choses d'ailleurs égales, ne donnent pas autant de productions, et leur culture est plus dispendieuse, parce qu'elle est plus difficile.

Toutes ces diverses circonstances font qu'on doit réellement compter la surface d'un terrain incliné pour une étendue moindre, et cette étendue, l'usage l'a déterminé à *la surface horizontale.* Il n'y a aucune erreur préjudiciable aux particuliers, toutes les fois que l'arpentage d'un champ se fait toujours d'après la même méthode.

Ainsi, avant de mesurer un terrain incliné, il faut examiner si sa contenance n'a pas été déterminée par un arpentage antérieur, et quelle est la méthode qu'on a suivie, afin de l'employer encore.

S'il n'a pas été fait d'arpentage du terrain qu'on se propose de mesurer, on en cherchera la surface d'après sa base horizontale, ce qui se réduit à porter la chaîne de niveau, en mesurant les lignes qui doivent servir à calculer cette surface.

Il est des circonstances où il peut être nécessaire de connaître la surface inclinée d'un champ, comme, par exemple, si l'on voulait la recouvrir d'une enveloppe flexible dont toutes les parties s'étendent et s'appliquent sur cette surface; alors, pour avoir la grandeur de cette enveloppe il faut mesurer parallèlement à la sur-

face ; mais comme la figure peut présenter différentes pentes, on ne doit pas s'attendre à un résultat rigoureusement exact; cependant on aura d'autant plus de précision qu'on multipliera davantage les différentes opérations pour n'embrasser dans chacune que les parties où l'inclinaison ne change pas.

Des Lignes courbes.

87. Quoiqu'il y ait peu de champs terminés par des lignes courbes, il est cependant nécessaire qu'un arpenteur sache trouver la superficie de ces sortes de figures, soit pour sa propre satisfaction, soit pour faire le plan d'un jardin ou d'un parc, dont quelques-unes des parties sont circulaires; c'est pour cette raison que nous parlerons d'abord de la mesure du cercle.

On sait, par le n° 14, qu'il existe dans le cercle deux lignes dépendantes l'une de l'autre; savoir, le *diamètre* et la *circonférence ;* que quand l'une de ces lignes est connue, on connaît aussi l'autre, à l'aide du rapport constant qui existe entre elles. Le rapport que nous avons indiqué au n° 16 est de 7 à 22 ; c'est *Archimède* qui a trouvé et démontré que ce rapport est à très peu près celui du diamètre à la circonférence.

Adrien Métius a trouvé que ce rapport pouvait être exprimé plus exactement par les nombres 113 et 355.

On se sert assez souvent de celui de 1000 à 3142, parce que le nombre qui représente le diamètre n'étant que l'unité suivie de zéros, dispense d'une multiplication ou d'une division.

Si l'on sait, par exemple, que le diamètre d'un cercle est 500, on aura la circonférence de ce cercle par cette proportion :

$$1000 : 3142 :: 500 : x = 1571 ;$$

et réciproquement, si l'on connaissait la circonférence on aurait le diamètre en disant :

$$3142 : 1000 :: 1571 : y = 500.$$

Par le rapport d'Archimède, on trouverait pour x 1571,43, quantité un peu plus grande que celle trouvée ci-dessus ; et cela devait être, car le rapport de 7 à 22 donne une circonférence plus grande qu'elle n'est réellement, d'environ la huit-centième partie du diamètre.

88. Comme il n'est pas aisé de mesurer une circonférence sur le terrain, surtout lorsque le cercle est grand, on détermine le diamètre comme il suit :

Si l'on veut connaître le diamètre du cercle ABCA, on posera une équerre sur un point de la circonférence tel que B, et l'on prolongera les lignes BA, BC que les rayons visuels indiqueront ; les deux endroits où ces rayons couperont la circonférence, seront les deux extrémités du diamètre demandé. En effet, l'angle ABC est droit par sa construction, et comme il a son sommet à la circonférence, ses côtés sont appuyés sur le diamètre AC.

On peut aussi trouver ce diamètre de cette manière :

Mesurez une corde BC (fig. 46) à volonté, et du milieu F élevez la perpendiculaire FD que vous prolongerez en E pour avoir le diamètre ED.

Si le cercle n'était pas fini et qu'il manquât la partie IDH, l'opération que l'on vient d'indiquer ne pourrait avoir lieu ; alors on mènerait une autre corde BI, sur le milieu de laquelle on éleverait une seconde perpendiculaire qui couperait la première au milieu K de ce cercle ; par ce moyen on connaîtrait le diamètre, puisqu'il vaut deux fois le rayon EK ou GK.

Si le cercle était un bassin rempli d'eau, il serait impossible de faire l'opération en dedans ; dans ce cas on tirera une ligne droite quelconque IEK′ (fig. 46) qui touche la circonférence de ce cercle au point E, et de ce point on élevera sur IK′ une perpendiculaire ED qui sera le diamètre demandé, puisque la ligne IEK′ est une tangente perpendiculaire au rayon, et par conséquent au diamètre.

Quand les extrémités de ce diamètre seront déterminées, il ne s'agira plus que de connaître la longueur de cette ligne ; or, en se rappelant que *la tangente* CL *est moyenne proportionnelle entre une sécante entière* DL *quelconque, et sa partie extérieure* EL, on verra que la question se réduit à prolonger le diamètre ED d'une grandeur quelconque EL, et à mener du point L une tangente à ce cercle, qui ne touche la circonférence qu'en un seul point C, car on aura la ligne LD par la proportion

$$EL : LC :: LC : LD.$$

Si $EL = 4$ et $LC = 8$, on aura

$$LD = \frac{64}{4} = 16;$$

d'où, retranchant la valeur de EL, on obtient 12 pour le diamètre ED qu'il fallait trouver.

Toute la difficulté dans cette opération sera de déterminer précisément le point C pour connaître la longueur LC.

Au surplus, on peut aussi employer les méthodes des nos 56 et 57 pour déterminer la longueur de la ligne ED.

89. On a vu au n° 64 comment on trouve la surface d'un cercle dont on connaît le rayon : on peut encore avoir cette surface par cette proportion (19) : 452 : 355 :: le carré du diamètre : la surface que l'on cherche.

Dans l'exemple du n° 64 on a

$$452 : 355 :: 400 : \text{surface} = \frac{355 \times 400}{452} = 314,16.$$

Remarque. Le logarithme de la surface d'un cercle = log. du rayon + log. constant 0,4971498;
dans cet exemple, log. du ray. = 1,0000000; donc,
log. de la surface du cercle = 1,4971498 = 314,159.

Au moyen du logarithme constant, le calcul de la surface du cercle devient plus simple et plus exact que celui qu'on obtient en employant les différens rapports cités.

Manière de tracer le cercle et l'ellipse sur le terrain.

90. On trace un cercle sur le terrain avec un cordeau ou une chaîne, dont on fixe une des extrémités à un point autour duquel on fait tourner l'autre extrémité,

en tenant le cordeau ou la chaîne tendue. Si l'on attache à cette dernière extrémité un petit objet en bois ou en fer, la trace que cet objet, aminci par le bout, imprimera sur le terrain, sera une circonférence de cercle qui aura pour centre l'extrémité fixée de la chaîne, et pour rayon la longueur de cette chaîne.

Pour tracer sur le terrain une ellipse dont les axes sont égaux aux lignes droites A et B,

Dans l'endroit où cette ellipse doit être tracée, menez les droites CD, EF, (fig. 47), perpendiculaires l'une sur l'autre, et prenez

$$CG = DG = \frac{1}{2} A\,; \quad GE = GF = \frac{1}{2} B.$$

Élevez sur CE la perpendiculaire EN, et faites GN = GH ; ensuite, aux points H et N fixez les extrémités d'un cordeau dont la longueur soit égale à celle de l'axe A = CD ; tendez ce cordeau par le moyen d'un piquet *m*, que vous ferez glisser le long du même cordeau jusqu'à ce qu'il se trouve au point d'où il est parti; alors l'ellipse sera tracée.

91. Je crois que l'on est maintenant en état d'exécuter toutes les opérations qui sont du ressort de l'équerre, mais il est bon d'observer encore que lorsqu'une figure est disposée de manière qu'il faut faire des emprunts considérables, ou qu'il faut établir une multitude de petites bases pour suivre de près les sinuosités d'une grande figure, ce n'est pas sans commettre quelque erreur que l'on parvient à la mesurer avec l'équerre.

Ces opérations de grande étendue sont du ressort

du graphomètre, avec lequel on parvient facilement à lever et connaître la superficie de toutes sortes de figures; ainsi nous terminerons ici les opérations de l'arpentage sur le terrain qui sont du ressort de l'équerre; et avant de passer à celles que l'on fait avec le graphomètre ou tout autre instrument analogue, nous rappellerons quelques propositions de Trigonométrie, dont la connaissance est indispensable pour calculer les lignes et les surfaces mesurées avec cet instrument, et nous reviendrons par la suite sur cet objet avec plus de développement.

CHAPITRE V,

Contenant le calcul des Triangles et l'usage du Graphomètre.

Calcul des Triangles rectilignes.

92. Le triangle est composé de trois côtés et de trois angles. Quand on connaîtra trois de ces six parties, on pourra calculer les trois autres, pourvu que dans les trois choses connues il se trouve un côté; d'ailleurs la connaissance de deux angles fait connaître le troisième, parce qu'un angle quelconque vaut deux angles droits ou 200° moins la somme des deux autres angles.

Dans le triangle rectangle, un angle aigu vaut 100° moins l'autre angle aigu; ces angles aigus sont appelés complémens ou cosinus l'un de l'autre.

Dans ce qui va suivre, on verra les mots *sinus, cosinus, tangentes et cotangentes*, qu'on représente par *sin.*, *cos.*, *tang.*, *cot.* Ce sont des lignes qui déterminent les angles et qui sont proportionnelles aux côtés des triangles. Ce sont aussi les logarithmes de ces lignes que l'on trouve dans les tables trigonométriques.

93. *On démontre que dans un triangle rectiligne quelconque, les sinus des angles sont entre eux comme les côtés opposés à ces angles.*

Au moyen de cette règle, quand on connaîtra un

côté et un angle aigu d'un triangle rectangle, on pourra calculer les deux autres côtés.

Dans le triangle obliquangle, on calculera les parties inconnues quand on connaîtra deux angles et un côté ; et quand on aura un angle et deux côtés dont l'un sera opposé à l'angle donné, on déterminera l'un des angles inconnus.

Dans ce dernier cas, le sinus de l'angle inconnu peut appartenir à un angle aigu ou à un angle obtus qui serait son supplément; ainsi, il est nécessaire de connaître l'espèce de l'angle inconnu, c'est-à-dire, qu'il faut savoir s'il doit être aigu ou obtus; c'est ce que la pratique fait ordinairement connaître.

94. Il reste encore à trouver dans le triangle rectangle, un angle aigu quand on connaît les deux côtés rectangulaires ; c'est-à-dire, les côtés qui se coupent à angles droits. Voici la règle.

La tangente d'un des angles aigus est égale au côté opposé à cet angle, multiplié par le rayon, divisé par l'autre côté de l'angle droit.

La règle du n° 93 ne contient pas non plus les deux questions suivantes.

95. *Connaissant dans un triangle obliquangle quelconque, deux côtés et l'angle compris entre ces côtés, trouver chacun des deux autres angles et le troisième côté.*

Il y a plusieurs méthodes pour résoudre ce problème. Voici celle que les arpenteurs emploient ordinairement.

La somme des deux côtés est à leur différence,

comme la tangente de la moitié des angles inconnus est à la tangente de la moitié de leur différence.

Ensuite, pour avoir le plus grand angle, on ajoutera la moitié de la somme à la moitié de la différence, et l'on aura le plus petit angle en ôtant cette demi-différence de la moitié de la somme.

Une fois les angles calculés, on trouvera le troisième côté BC, par la règle du n° 93.

96. *Remarque.* Dans la proportion ci-dessus on fait entrer les côtés qui comprennent l'angle connu; en calculant un réseau de triangles, les côtés sont presque toujours donnés par leurs logarithmes; dans ce cas, il est plus exact, et peut-être plus expéditif, d'employer ces logarithmes au lieu des côtés; alors, pour avoir la tangente de la demi-somme des angles inconnus, qui est le quatrième terme de la proportion ci-dessus, *ajoutez ensemble le plus grand logarithme et le complément arithmétique du plus petit, la somme de ces logarithmes sera une tangente que vous chercherez dans les tables, et de laquelle vous soustrairez* 50° (*nouv.div.*). *Ajoutez le logarithme de la tangente du reste avec celui de la cotangente de la moitié de l'angle connu, la somme sera le logarithme de la tangente que l'on cherche.*

97. *Connaissant les trois côtés d'un triangle quelconque, trouver les angles.*

Parmi les diverses solutions propres à résoudre cette question, celle qui suit est la plus simple.

De la demi-somme des trois côtés, retranchez successivement chacun de ceux qui comprennent l'angle

cherché; puis ajoutez ensemble les logarithmes des deux restes et les complémens arithmétiques de ceux des côtés qui renferment l'angle que l'on cherche; la moitié de cette somme sera le logarithme du sinus de la moitié de l'angle demandé.

Cet angle une fois connu, on se trouve dans le cas de la règle du n° 93.

Au moyen de ces principes, dont l'application ne peut présenter aucune difficulté, l'arpenteur qui aura travaillé avec son graphomètre, pourra connaître avec plus de promptitude et plus d'exactitude qu'il ne le ferait avec son équerre, les distances inaccessibles et les surfaces des propriétés d'une grande étendue. Il lui suffira d'avoir entre les mains une table de logarithmes à cinq décimales seulement. On trouve en tête de ces tables une instruction qui apprend à s'en servir.

Usage du Graphomètre.

98. Dans l'Arpentage, on se sert ordinairement d'un graphomètre donnant les divisions de minute en minute pour les principales opérations, et de 5 en 5 minutes pour les objets de détail.

Mesurer la grandeur d'un angle sur le terrain.

Il peut arriver qu'il soit possible de se placer au sommet de l'angle, ou que des obstacles empêchent d'y poser l'instrument.

Premier cas. Soit l'angle BAC (fig. 48), dont on veut connaître la grandeur.

Faites mettre un piquet C sur le côté AC de cet angle, et un autre piquet B sur le côté AB; mettez ensuite

le trépied au point A, et posez le graphomètre sur son pied, de manière que le centre réponde exactement au sommet de l'angle A, ce qui est facile au moyen d'un petit plomb attaché au centre avec un fil; mettez le plan de votre instrument bien horizontalement avec le niveau à bulle d'air, qui est préférable au niveau en forme de triangle.

Votre instrument étant ainsi disposé, dirigez le rayon visuel A'D de l'alidade fixe, par exemple, sur C*c*, et faites tourner l'alidade mobile A''E jusqu'à ce que vous aperceviez le second piquet B*b*. L'arc du demi-cercle du graphomètre qui se trouve compris entre le diamètre A'D et l'alidade mobile A''E, sera la valeur de l'angle qu'il fallait mesurer : en effet, $bac = BAC$.

Si la ligne tracée au milieu de l'alidade mobile, et qui répond au centre, tombe précisément sur un degré du limbe de l'instrument, il ne s'agira que de compter le nombre de degrés compris entre D et E; si elle marque quelque chose au-delà, cet arc contiendra des degrés et minutes que l'on trouvera comme il est expliqué au n° 32.

Après avoir écrit la valeur de cet angle sur un morceau de papier ou dans l'angle même, on regardera de nouveau avant de déranger l'instrument, si les deux rayons visuels se rapportent précisément aux deux lignes qui forment l'angle, et si cet angle contient bien exactement le nombre de degrés et minutes écrits sur le canevas.

(Fig. 49). *Deuxième cas.* Mettez deux jalons *b* et *d* à égale distance de la ligne AB, et deux autres jalons *c* et *e* aussi à égale distance de la ligne AC; prolongez

les rayons *bd*, *ce*, jusqu'à leur rencontre en *a*, et prenez à ce point la valeur de l'angle *bac* = l'angle BAC.

On n'est point tenu de faire cette opération en dehors, on peut également la faire en dedans de l'angle à mesurer.

Si cette méthode n'est point praticable, des points B et C, pris à volonté sur les côtés AB, AC, menez la droite BC, et mesurez les angles ABC, ACB que je suppose accessibles; retranchez la somme de ces angles, de deux angles droits, vous aurez la valeur de l'angle BAC, puisque la somme de trois angles de tout triangle rectiligne, vaut toujours deux droits (13).

S'il est impossible de mesurer les angles B et C, on prolongera les côtés AB, AC vers E et D; on mènera la ligne DE à volonté, et l'on mesurera les angles en D et en E, dont la somme retranchée de deux angles droits, donnera la valeur de l'angle cherché.

99. *Remarque.* 1°. Quand on mesure les angles sur le terrain, on ne saurait prendre trop de précaution pour déterminer la position horizontale de l'instrument; car si en mesurant l'angle horizontal *bac* (fig. 50), le plan du graphomètre se trouve dans le rayon visuel *ad*, au-dessus ou au-dessous de l'horizon de la ligne *ac*, il est évident que l'angle *bad* qu'on observera, ne sera pas égal à l'angle *bac*. Si l'on n'y faisait pas attention, on trouverait nécessairement une différence dont l'arpenteur, peu pénétré des principes de son art, ignorerait la cause.

2°. Il faut faire attention, en regardant par les pinnules des alidades, de viser bas et le plus près du limbe qu'il est possible, car c'est sur le limbe que l'angle se

mesure ; mais comme dans les graphomètres ordinaires on ne peut pas mesurer de cette manière les angles depuis environ 190° jusqu'à 200°, à cause des alidades fixes, ces sortes d'angles se mesurent en deux parties, toutes les fois que cela est possible.

(Fig. 51.) Soit à mesurer l'angle BAC plus grand que 190°; faites mettre un piquet à peu près au milieu D, et mesurez les angles BAD, CAD (98), dont la somme sera évidemment égale à BAC.

Si l'on a trouvé BAD = 96° 20′ et CAD = 98° 24′, l'angle BAC sera de 194° 44′.

3°. Il peut arriver que le point A se trouve environné d'obstacles qui empêchent de mettre un jalon, soit à gauche, soit à droite, comme au point D. Dans ce cas, pour connaître l'angle BAC, que je suppose plus grand que 190°, on ne se sert que de l'alidade mobile que l'on fixe sur un nombre quelconque, plus grand que ceux marqués sur la largeur de l'alidade fixe. Ainsi, pour connaître cet angle BAC, placez-vous en A, et après avoir fixé l'alidade mobile, par exemple, sur le nombre 100, dirigez-la sur le point B, puis tournez l'extrémité *b* de cette alidade jusqu'à ce qu'un œil placé à l'autre extrémité aperçoive le point C ; remarquez la grandeur de l'arc *ac*, que l'alidade *ab* aura décrit pour se placer sur l'alignement AC, et ôtez sa valeur de deux angles droits; le reste sera égal à l'angle BAC qu'il fallait mesurer.

(Fig. 52.) 100. *Sur une ligne droite donnée sur le terrain, faire un angle d'une grandeur déterminée, et qui ait son sommet en un point donné sur cette même ligne.*

Soit la ligne AE sur laquelle il faut faire un angle, par exemple, de 80°, et qui ait son sommet au point B.

Faites mettre un piquet C sur la ligne AE, posez votre graphomètre bien horizontalement au point B (98), et dirigez l'alidade fixe sur le piquet C. Tournez ensuite l'alidade mobile, jusqu'à ce que l'arc du demi-cercle compris entre elle et l'alidade fixe soit de 80°. Faites planter un piquet D dans la direction du rayon visuel qui passe par les deux pinnules qui sont à l'extrémité de cette alidade mobile; enfin, faites tirer du point B au piquet D, une ligne droite indéfinie BD, et vous aurez l'angle B'DE de 80°, comme on l'a demandé.

Si l'on voulait faire au point B sur la ligne AE, un angle égal à celui *g*F*k* donné sur le terrain, on mesurerait cet angle donné, et lorsqu'on aurait le nombre de degrés qu'il contient, on serait dans le cas précédent.

101. *D'un point* E (fig. 53), *donné sur une ligne droite située sur le terrain, élever une perpendiculaire à cette ligne.*

Pour élever une perpendiculaire avec le graphomètre, il ne s'agit que de faire répondre le rayon visuel de l'alidade mobile bien exactement sur le centième degré, d'assurer cet instrument dans cette position, et d'opérer ensuite comme avec l'équerre.

Il peut arriver que le point D par lequel doit passer cette perpendiculaire, ne puisse s'apercevoir du point sur lequel elle doit tomber. Si l'on ne veut point avoir recours à la méthode du n° 52, qui pourrait d'ailleurs être quelquefois insuffisante, on peut opérer de la manière suivante :

Faites mettre un piquet au point D, choisissez sur la ligne AB un point quelconque C, duquel vous puissiez apercevoir le point D, et mesurez l'angle BCD avec le graphomètre; mettez ensuite un piquet en C, et transportez-vous avec votre graphomètre au point D; dirigez l'alidade de cet instrument sur le point C, et faites un angle CDE égal à la différence de l'angle BCD, ou ECD à un angle droit; alors l'angle CED sera nécessairement droit, et la ligne ED qui passe par le point D, sera perpendiculaire sur AB. Si, par exemple, l'angle ECD a été trouvé de 52°15', il faudra faire CDE = 47° 85'.

S'il fallait élever du point B (fig. 54), duquel on ne peut approcher, une perpendiculaire BD sur AB, on mènerait AC faisant avec AB un angle quelconque BAC, dont on mesurerait la grandeur, et l'on avancerait sur AC, jusqu'à ce qu'on pût faire un angle ACB égal au complément de BAC. Le point C serait un de ceux de la perpendiculaire, car l'angle en B serait droit.

Si, par exemple, on fait BAC de 60°, il faudra avancer sur AC jusqu'à ce que l'angle ACB soit de 40°.

Une fois le point C déterminé, on pourra prolonger cette perpendiculaire aussi loin qu'on voudra, en faisant planter des jalons dans l'alignement qu'indiquera le rayon visuel des pinnules de l'alidade dirigée sur le point B.

102. *Par un point donné hors d'une ligne droite, mener, sur le terrain, une parallèle à cette ligne.*

Au lieu de la pratique du n° 54, on peut se servir de celle-ci, qui est aussi simple :

Si l'on veut mener par le point C (fig. 55), une parallèle à la ligne AB, qui est donnée sur le terrain, on mettra un piquet au point C, et l'on posera un graphomètre sur un point quelconque E de la ligne AB, afin de mesurer l'angle AEC formé par AE, et le rayon CE; ensuite on mettra un piquet à la place du graphomètre, et l'on reviendra au point C faire sur CE un angle égal à celui AEC. Le côté CD de cet angle sera la parallèle demandèe, puisque les angles alternes-internes, *a* et *b*, sont égaux (12).

103. *Par un point donné sur le terrain, mener une parallèle à une ligne inaccessible.*

S'il faut mener par le point A (fig. 56), donné sur le terrain, une parallèle à la ligne BC, de laquelle on ne peut approcher, on remarquera sur cette ligne deux points D et E, que l'on puisse reconnaître, et l'on prendra un point F à volonté, tel cependant qu'on puisse y aller directement du point A, et que, de ce point F, on aperçoive les points remarqués D et E.

Cela étant fait, prenez la valeur des angles EAF, DAF, et mesurez la distance AF, ainsi que les angles AFD, AFE.

Au moyen de ces opérations, calculez les deux côtés AD, AE, et cherchez l'angle AED du triangle ADE. Faites au point A un angle EAG, égal à l'angle AED, et mesurez la ligne indéfinie AG, qui sera la parallèle demandée.

Soit EAF $= 20°10'$, DAF $= 75°25'$,
AF $= 200^m$, AFD $= 60°35$,
et AFE $= 58°15$.

Le triangle ADF, dans lequel je connais les angles en A et en F avec le côté AF, me donnera AD; car, par la règle du n° 93, on a

$$\sin D : \sin F :: AF : AD;$$

d'où
$$AD = \frac{AF \times \sin F}{\sin D}.$$

De même le triangle AEF donne

$$AE = \frac{AF \times \sin AFE}{\sin A}.$$

Type du calcul.

Pour avoir AD, il faut commencer par chercher l'angle D = 200°, moins les deux autres angles du triangle ADF, qui sont

$$\begin{array}{rrl} A = 75°25' & & \\ F = 60°35' & & 200°\,00' \\ \hline 135°60' & - & 135°\,60' \\ & D = & \underline{64°40.} \end{array}$$

Ensuite, on a

$$\begin{array}{rr} \text{log. AF, ou } 200.. = & 2.30103 \\ \text{log. sin F, ou } 60°35' = & 9.90968 \\ \hline & 12.21071 \\ \text{ôtez, log. sin D, ou } 64°40' = & 9.92823 \\ \hline \text{log. AD} = & 2.28248. \end{array}$$

Ce logarithme répond, dans les tables, à $191^{m},64$.

Au lieu de soustraire le log. du dénominateur sin D, il est plus expéditif d'ajouter son complément arithmétique (n° 10), et de retrancher une dixaine à la caractéristique. Ainsi, reprenant les calculs, on posera

$$\begin{aligned} \log.\ 200 &= 2.30103 \\ \log.\ 60^\circ 35' &= 9.90968 \\ \text{comp. arith. } \log.\ 64^\circ 40' &= 0.04177 \\ \hline \log.\ AD &= 2.28248 \end{aligned}$$

comme ci-dessus.

Pour avoir AE, on posera d'abord

$$\begin{aligned} EAF &= 20^\circ 10' \\ AFE &= 58.15 \\ \hline & 78^\circ 25' \\ AFE &= 121.75 \\ \hline & 200^\circ 00'. \end{aligned}$$

L'angle AFE est obtus, mais son sinus est égal à celui de son supplément 78°25'; ainsi, l'on aura

$$\begin{aligned} \log.\ 200 &= 2.30103 \\ \log.\ 58^\circ 15' &= 9.89850 \\ \text{comp. arith. } \log.\ 78^\circ 25' &= 0.02466 \\ \hline & 2.22419, \end{aligned}$$

qui, dans les tables, répond à 167m,57.

Je connais maintenant, dans le triangle ADE, les côtés AD, AE, et l'angle compris DAE; je puis trouver l'angle AED, par le n° 95, ou par la règle du n° 96.

Voici le détail du calcul, en suivant la proportion énoncée au n° 95,

$200^\circ\ 0'$	$\mathrm{DAF} = 75^\circ\, 25'$	$\mathrm{AD} = 191{,}64$
$-\ 55.15'$	$\mathrm{EAF} = 20.10'$	$\mathrm{AE} = 167{,}57$
$144^\circ\ 85'$		$\mathrm{AD} + \mathrm{AE} = 359{,}21$
La moitié $= 72^\circ\, 42'\, 50''$	$\mathrm{DAE} = 55.15'$	$\mathrm{AD} - \mathrm{AE} = 24{,}07.$

On a donc cette proportion,

$$359{,}21 : 24{,}07 :: \text{tang } 72^\circ 42' 50'' : \text{tang } x;$$

opérant par les logarithmes,

$$\begin{aligned} \log 24.07 &= 1.38148 \\ \log \text{tang } 72^\circ 42' 50'' &= 0.33497 \\ \text{comp. arith. } 359.21 &= 7.44465 \\ \log \text{tang } x &= 9.16110 = 8^\circ 15'; \end{aligned}$$

c'est la moitié de la différence des angles inconnus ADE, AED.

L'angle AED, opposé au plus grand côté AD,

$$= 72^\circ 42' 50'' + 8^\circ 15' = 80^\circ 57' 50''.$$

Si l'on voulait avoir le troisième angle ADE, on pourrait retrancher de 200° la somme des angles A et E, qui est de 135°72′50″; le reste, 64°27′50″, serait la valeur de cet angle; ou bien, ce qui est plus simple, on le trouvera par le n° 95, qui donne

$$72^\circ 42' 50'' - 8^\circ 15' = 64^\circ 27' 50''.$$

Dans l'Arpentage, il est inutile de pousser l'exactitude jusqu'aux secondes; on peut les négliger lorsqu'elles sont au-dessous de 50′, et augmenter les mi-

nutes d'une unité, lorsqu'elles sont au-dessus. Quand ce nombre de secondes est 50, on peut prendre indifféremment les minutes telles qu'on les a trouvées, ou les augmenter d'une unité; ainsi, au lieu de 80°57′50″, que nous avons trouvés pour la valeur de l'angle AED, on peut écrire 80°58′, ou seulement 80°57′.

104. On peut résoudre le problème ci-dessus sans faire de calcul.

Par exemple, si l'on veut mener par le point C donné (fig. 57), une parallèle CD à la ligne AB qui est inaccessible, imaginez les deux lignes AC, BC formant l'angle ACB, que vous mesurerez; cherchez ensuite un point tel que E, duquel vous puissiez faire l'angle AEB = ACB; mesurez l'angle AEC, et faites au point C un angle qui lui soit égal. Le rayon CD que vous mesurez sera la ligne demandée, car

$$AEC = ABC,$$

puisque ces angles ont leur sommet à la circonférence, et qu'ils sont appuyés sur le même arc (14); donc

$$ABC = BCD;$$

donc CD est parallèle à AB.

Remarque. Maintenant que l'on sait comment on mène une ligne parallèle à une autre ligne, on peut abaisser d'un point D (fig. 53), pris hors d'une ligne inaccessible AB, une perpendiculaire à cette ligne; car on voit aisément qu'il ne s'agit que de mener par ce point D une parallèle à la ligne AB, puis, du même point D, élever sur GF une perpendiculaire DE, qui sera la ligne demandée.

De la mesure des distances inaccessibles avec le graphomètre.

105. La question du n° 103 (fig. 56) nous donne le moyen de *mesurer la distance entre deux objets* A *et* D, *auxquels il est impossible d'aller directement de l'un à l'autre.*

Il ne s'agit que de mener une ligne AF telle, qu'on puisse aller du point A au point F, et que, de ce dernier point, on puisse apercevoir les objets A et D; de prendre la valeur des angles DAF, AFD, et de mesurer bien exactement la ligne AF.

Si ces mesures sont telles qu'on les a supposées au n° 103, on verra, par le calcul qu'on y a fait, que la distance inaccessible AD que l'on demande, est de $191^{m},64$.

Remarque. La ligne AF doit être au moins la dixième partie de AD; si elle en était le quart ou la moitié, l'opération n'en serait que plus juste; de plus, il faut éviter les angles trop aigus ou trop obtus. Dans l'Arpentage, où la mesure des distances n'exige pas une précision rigoureuse, on peut les employer depuis environ 10° jusqu'à 190°.

La condition la plus avantageuse, lorsqu'on veut déterminer un côté seulement d'un triangle, comme dans l'exemple ci-dessus, est que la base AF soit égale au côté cherché AD.

Quand il faut connaître deux côtés d'un triangle, le cas le plus favorable est que le triangle soit *équilatéral;* c'est une conséquence de la règle fondamentale, qui veut que la base soit égale au côté cherché;

mais si l'on ne peut satisfaire à cette condition, on en approchera le plus qu'il sera possible.

106. On peut aussi résoudre le problème du n° précédent (fig. 58), en élevant, du point A sur AB, une perpendiculaire vers E, qu'on prolongerait jusqu'à ce qu'on pût faire avec EB un angle égal au tiers de la demi-circonférence, ou de 66°67′, et en menant ensuite sur EB une perpendiculaire ED, jusqu'à la rencontre de la ligne AB, prolongée en D, car cette ligne ED serait la moitié de BD; donc, si l'on double cette dernière ligne, qu'on aura soin de mesurer, et que, du total, on retranche la partie AD, qu'on mesurera aussi, le reste sera la distance AB qu'il fallait trouver.

Cette opération serait rigoureusement exacte, si l'on ne prenait que $66°66' \frac{2}{3}$, car la ligne ED serait précisément égale au rayon d'un cercle qui aurait BD pour diamètre.

Si l'on mesure les lignes AE, AD, on trouvera aussi AB par la proportion

$$AD : AE :: AE : AB = \frac{AE^2}{AD}.$$

On pourrait encore trouver cette ligne par l'équation

$$AB = \sqrt{3ED^2 - AE^2}.$$

En effet, $AB^2 = EB^2 - AE^2$;

mais $EB^2 = 3ED^2$,

car $BD^2 = ED^2 + EB^2$,

d'où $EB^2 = BD^2 - ED^2$:

mais $BD^2 = 4ED^2$;
donc $EB^2 = 4ED^2 - ED^2 = 3ED^2$.

Ce dernier procédé fournit encore un moyen de connaître une distance quelconque qu'on ne peut mesurer directement. Par exemple, s'il fallait déterminer la longueur de la ligne EB, on voit qu'il ne s'agirait que de faire un angle de 66°67′, et un autre BED qui fût droit; de tirer indéfiniment les lignes EA, ED; d'avancer sur l'alignement EA, jusqu'à ce que, en se retournant carrément avec l'équerre ou le graphomètre mis à angle droit, on aperçût le point B; de prolonger BA jusqu'à la rencontre de la ligne ED; enfin de mesurer cette dernière ligne, et de prendre la racine carrée de trois fois son carré.

En supposant ED = 40^m, le triple de son carré sera 4800, dont la racine carrée = $69^m,3$; c'est la longueur de la ligne EB qu'on voulait connaître.

Si l'on voulait mesurer la ligne DE qu'on suppose inaccessible à ses deux extrémités, le même problème du n° 103 résoudrait encore la question. On choisirait à quelque distance du point D (fig. 56), sur un terrain en plaine, deux points A et F, d'où l'on puisse apercevoir les deux extrémités D et E de la ligne à mesurer; on observerait au point A les angles FAE, FAD; on mesurerait AF, ainsi que les angles AFD, AFE; on calculera les côtés AD, AE et les angles ADE, AED commme on l'a fait au n° 103; et ensuite on aura la ligne DE par l'une des proportions

sin D : AE :: sin A : DE.
sin E : AD :: sin A : DE.

La première donnera

$$\log DE = 2.24827 = 177^{m},12.$$

Si l'on employait la seconde proportion, on aurait

$$\log DE = 2.24828.$$

J'observe encore que la base AF doit être prise, autant que cela sera possible, dans une direction à peu près parallèle à la ligne inaccessible DE; et si l'on ne pouvait mesurer commodément cette base AF, on ferait, pour déterminer cette distance, qu'on suppose qu'il est indispensable de connaître pour trouver la longueur DE, les mêmes opérations qu'on vient de faire pour calculer cette dernière ligne; mais cette difficulté se présente rarement dans l'Arpentage, parce qu'il est rare qu'on ne trouve point tout de suite sur le terrain une base AF que l'on puisse mesurer directement.

107. Si la ligne à mesurer était AC (fig. 9), on pourrait faire CD′=D′B, et mesurer les angles CD′A, CBA, en supposant qu'il soit impossible de mesurer l'angle au point C; alors on aura

$$AC = \frac{1}{2} BC \sqrt{\left(1 + \frac{\sin^2 B}{\sin^2 D'AB}\right) \pm 2 \frac{\sin B}{\sin D'AB} \cdot \cos AD'B}.$$

Le signe — a lieu lorsque AD′B est obtus.

Si le point D′ était quelconque, on aurait

$$AC = \sqrt{CD^2 + BD^2 \cdot \frac{\sin^2 B}{\sin^2 DAB} + 2CD \cdot BD \cdot \frac{\sin B}{\sin DAB} \cdot \cos ADB}.$$

Supposons que l'on a

$$\text{Logarithme}\left\{\begin{array}{rl} \frac{1}{2}\,BC = & 2.78711, \\ \sin B = & 9.84603, \\ \sin D'AB = & 9.74208, \\ \cos AD'B = & 9.31541, \end{array}\right.$$

$$\text{Logarithme}\left\{\begin{array}{rl} CD = & 9.94699, \\ BD = & 2,53148, \\ \sin DAB = & 9.43496, \\ \cos ADB = & -9.69442. \end{array}\right.$$

Je mets le signe — au cosinus ADB, parce que je suppose que cet angle est obtus, et que tout angle obtus a son cosinus négatif, ainsi que sa tangente.

Dans ces suppositions, voici le tableau du calcul de ces formules :

Première Formule.

log sin² B = 9.69206	. log cos AD'B = 9.31541	
C. l. sin² D'AB = 0.51584	log 2 = 0.30103	
1.6140	0.20790 ... la moitié = 0.10395	
+ 1		=
2.6140	9.72039 = 0,5253.	
0.5253		
2.0887 la moitié du log de ce nombre = 0.15994		
	log ½ BC = 2.78711	
	log AC = 2.94705 = 885,2.	

Deuxième Formule.

log DB² =	5.06296
log sin² B =	9.69206
C log sin² DAB =	1.13012
	5.88514 = 767584.

	De l'autre part......		767584
log 2 =	0.30103		
log CD =	2.94699		
log BD =	2.53148		
log sin B =	9.84603		
C. log sin DAB =	0.56506		
C. log cos ADB =	— 9.69442		
	— 5.88501	= —	767365
			219
		CD^2 = —	783225
		AC^2 =	783444.

Donc AC, qui est la racine carrée de ce nombre, = 885,1. On donne le signe — au logarithme 5.88501 à cause du logarithme négatif ajouté à d'autres logarithmes positifs; cela suit de ce que l'on doit toujours donner le signe — au produit formé par une quantité qui a le signe + et par une autre qui a le signe —.

Remarque. Au moyen de la règle du n° 97, on peut connaître à quelle distance on est d'un objet que l'on voit, sans se servir d'aucun instrument pour mesurer les angles, et sans avoir recours aux différens moyens enseignés jusqu'ici pour la mesure des distances.

Si, étant placé au point B (fig. 59) dans la campagne, on veut connaître la longueur de la ligne AB inaccessible, on fera planter deux piquets D et E dans les alignemens AB, AC; ensuite on imaginera les deux triangles BCD, DCE, dont on mesurera les trois côtés de chacun, afin de connaître l'angle CBD ou ABC au moyen du triangle BCD, et l'angle BCE ou ACB au moyen du triangle BCE.

Les deux angles ABC, ACB et la base BC étant connus, on trouvera AB par le n° 93.

S'il fallait trouver AD, on voit qu'il suffirait de mesurer une distance quelconque BD dans l'alignement AB; de faire les opérations indiquées ci-dessus, et de la distance AB qu'on trouverait, retrancher celle BD pour avoir AD.

Ou bien encore, comme DC serait connu ainsi que les angles ADC, ACD, on pourrait se servir du triangle ADC pour avoir AD.

De la mesure des Hauteurs.

108. *Déterminer la hauteur d'un objet, comme une tour, un clocher, etc., dont le pied est accessible et de niveau avec l'endroit où l'on est placé.*

Soit AD (fig. 60) la hauteur qu'il faut trouver; choisissez sur le terrain supposé horizontal, un point quelconque E, duquel vous puissiez aller directement au pied D de l'objet; placez un graphomètre à ce point E, et disposez son diamètre de manière qu'il soit bien vertical (*); fixez-le dans cette position, et faites tourner l'alidade mobile jusqu'à ce qu'on puisse apercevoir à travers les pinnules, ou la lunette dont

---

(*) Cette opération est facile au moyen d'une ligne d'aplomb, qui n'est autre chose qu'un fil à l'extrémité duquel on attache un plomb; on passe ce fil dans un petit trou pratiqué à l'extrémité du diamètre et dans le milieu où répond une ligne tracée, que l'on nomme *ligne d'aplomb.* On le laisse mouvoir librement le long de cette ligne, et l'on juge que le diamètre est bien perpendiculaire à l'horizon, lorsque le petit plomb, en s'arrêtant, fait tomber le fil exactement dans la ligne d'aplomb.

elle est garnie, le sommet A de la tour; alors, imaginez par le centre G du graphomètre une horizontale GH qui aille couper la verticale AD en H, le graphomètre donnera la mesure de l'angle AGF et celle de son complément AGH; enfin mesurez la distance

$$ED = GH.$$

On connaîtra dans le triangle AGH, rectangle en H, le côté GH, l'angle H qui est droit, et l'angle AGH; ainsi (93) on calculera le côté AH, auquel, ajoutant la hauteur EG de l'instrument, on aura celle AD de la tour.

Supposons l'angle AGF $= 78°24'$ et le côté ED de $13^m,24$; on aura l'angle AGH de $21°76'$, et l'angle GAH $=$ AGF sera de $78°24'$.

On aura donc

$$AH = \frac{\sin 21°76' \times 13^m,24}{\sin 78°24'},$$

et par logarithmes,

$$\begin{aligned} \log \sin 21°76' &= 9.52529 \\ \log 13^m,24 \ldots\ldots &= 1.12189 \\ \text{C.} \log \sin 78°24' &= \underline{0.02588} \\ \log AH &= 0.67306 = 4{,}71; \end{aligned}$$

donc la hauteur AD $= 4{,}71 +$ la hauteur EG de l'instrument.

Remarque. Quoique la distance ED soit arbitraire, il faut cependant faire en sorte qu'elle soit telle, que l'angle AGH ne se trouve pas trop aigu. Si cet angle était de 50° on aurait ED $=$ AH.

109. Si le terrain n'était pas de niveau avec le pied

de la tour, on fixerait sur cette tour un point G (fig. 61), de manière que l'on ait BG = FD; puis on prendrait la valeur de l'angle AFG; ensuite on mettrait le diamètre de l'instrument dans une position verticale pour mesurer l'angle AFE = FAG; enfin on mesurerait la distance DB = FA; alors on connaît les angles et le côté FG du triangle AGF, ce qui suffit pour calculer le côté AF; et comme BG est aussi mesuré, on aura la hauteur AB.

On pourrait tout de suite mettre l'instrument dans une situation verticale, pour prendre l'angle AFE, et tourner ensuite l'alidade mobile jusqu'à ce qu'on aperçût le point G remarqué, pour mesurer l'angle AFG.

110. *Le pied* B *de la tour étant de niveau avec le terrain sur lequel on opère, mais inaccessible.*

Prenez un point E (fig. 62) dans l'alignement CD, et mesurez, comme dans les exemples précédens, les angles AGO, AFP, ainsi que ED = FG; alors on a, dans le triangle AFG, le côté EG, l'angle AFG complément de AFP, et l'angle AGF = AGO + 100°. On trouvera donc le côté AG (93).

Dans le triangle ABG, on connaîtra le côté AG qu'on vient de calculer, l'angle AGB complément de AGO, et l'angle B qui est droit; ainsi, on aura le côté AB par le même principe; et si, à ce côté, l'on ajoute la hauteur CB de l'instrument, on aura celle de l'objet AC.

Il arrive souvent qu'après avoir fait la première station en D, on ne peut trouver dans la direction de

la ligne horizontale CD, aucun point qui soit de niveau avec le pied C de l'objet à mesurer; dans ce cas, on choisit sur le terrain un point quelconque R, tel, qu'on puisse y aller directement de l'endroit D; on prend la valeur de l'angle BGH, et l'on mesure.... DR = GH; enfin, on mesure l'angle BHG. Alors on a un triangle BGH dans lequel on connaît tout ce qui est nécessaire pour avoir le côté BG, qui appartient aussi au triangle ABG, dans lequel on connaît les angles. On pourra donc trouver le côté AB au moyen de ce dernier triangle.

Si l'on ne pouvait trouver un point R, duquel on pût apercevoir le point B, on imaginerait la ligne AH, et l'on mesurerait les angles AHG, AGH, ainsi que la ligne DR, afin de connaître AG par le n° 93; puis on prendrait la valeur de l'angle AGB, formé par AG et par l'horizontale BG, ce qui donnerait un triangle rectangle ABG, dans lequel on connaîtrait l'hypoténuse et un angle aigu : par conséquent on calculerait la hauteur AB par le même principe.

111. Au moyen de cette dernière opération, on peut trouver de combien le sommet B (fig. 63), d'une montagne R, est plus élevé que l'endroit E où l'on est placé, et déterminer la distance AE ou CH de ce même endroit, à la verticale AB qui passe par le sommet; car, en faisant les opérations indiquées au numéro précédent, on trouvera les deux lignes CH et BH; donc, en ajoutant CE à cette dernière ligne, on aura la verticale AB.

Si le point B, au lieu d'être le sommet d'une mon-

tagne, est le fond d'un vallon, AB en sera la profondeur, et AE la distance horizontale entre le point E et celui de l'horizon auquel répond le point B, le plus profond du vallon.

112. Lorsque la hauteur inaccessible à mesurer ne sera point de niveau avec le terrain sur lequel on est placé, on prendra la valeur des angles BFD, AFD (fig. 64); puis on fera mettre un jalon en un point quelconque E, et l'on mesurera l'angle AFG; enfin, on mesurera CE = FG, ainsi que l'angle AGF. Dans le triangle AFG, on connaîtra les angles et le côté FG; ainsi, l'on trouvera le côté AF par la règle du n° 93.

Dans le triangle ABF, on aura aussi le côté AF qu'on vient de calculer, ainsi que les angles en B et en F; donc, on trouvera AB par le même principe.

113. *Remarque.* Dans toutes les opérations que l'on fait pour mesurer les hauteurs, les calculs ont besoin de quelques petites corrections lorsque l'observateur est à une grande distance de l'objet.

Dans la pratique, on ne considère ordinairement comme erreur, que celle dépendante de la différence des horizons. On voit, par la table Ire, que l'excès du niveau apparent sur le niveau vrai, n'est que de $0^m,0786$, lorsqu'on a CD = 1000^m (fig. 62); si cette même ligne CD était de 2000^m, l'erreur serait de $0^m,314$, dont il faudrait tenir compte. Cet objet sera amplement détaillé à l'article *Nivellement*. Au surplus, ces différences sont de très peu de chose en raison de celles que l'on peut commettre dans la mesure des angles,

lorsque le graphomètre est petit et médiocre, ce qui arrive fort souvent.

Ce n'est qu'avec de bons instrumens qu'on obtient de la précision. On emploie aussi le baromètre avec avantage. *Voyez cet article.*

Nous allons maintenant nous occuper de la mesure des surfaces avec le graphomètre.

Évaluation des surfaces, en employant la mesure des angles.

114. *Mesurer la surface du quadrilatère* ABCD.

Mesurez, en partant du point A (fig. 65), la longueur de la ligne AB, et prenez la valeur de l'angle ABC. Mesurez BC et l'angle BCD; mesurez encore CD, et vous aurez ce qui est nécessaire pour calculer la surface de cette figure; car, si l'on imagine les perpendiculaires FD, EA abaissées sur le côté BC prolongé, on connaîtra dans le triangle rectangle CFD, le côté CD, l'angle droit F, et l'angle DCF, supplément de BCD : par conséquent, on pourra calculer CF et FD.

Par un procédé semblable, on déterminera AE et BE. Ces lignes, une fois connues, il ne s'agira plus, pour avoir la superficie de cette figure, que de multiplier EF par la moitié de la somme des deux perpendiculaires AE, DF, et de retrancher du produit la surface des deux triangles CFD, AEB.

Supposons qu'on ait trouvé

$$AB = 180^{m},$$
$$ABC = 115°,$$
$$BC = 1050^{m},$$

$$BCD = 126°,$$

$$CD = 350^m,$$

Triang. ABE. { l. sin 85° = 9.98783 . l. cos 85° = 9.36819
log 180 = 2.25527 . . . . 2.25527
2.24310 = 175^m = AE. 1.62346 = 42^m = BE.

Triang. CDF. { l. sin 74° = 9.96273 . l. cos 74° = 9.59895
log 340 = 2.54407 . . . . 2.54407
2.50680 = 321,2 = DE 2.14302 = 139 = CF

AE + DF = 496,2   181
BC = 1050
1231.

Multipliant 1231 par la moitié de 496,2, on aura 30541 1^m,1; d'où retranchant la surface des deux triangles rectangles ABE, CDF, dont la somme = 25998^m,4, le reste, 279412^m,7 ou 27 arpens 94 perches 13 mètres carrés, sera la superficie demandée.

On suppose ici, ainsi que dans les exemples suivans, que les angles ont été observés au sommet, ou que, n'y pouvant placer son instrument, on a fait usage de la pratique enseignée au n° 98, et que ces angles ont été observés dans le même plan, ce qui a presque toujours lieu dans les opérations de détail que l'arpentage embrasse. D'ailleurs, dans les pays où le terrain est très montueux, on adapte au graphomètre des pinnules ou lunettes plongeantes.

115. Si l'on ne pouvait mesurer que les angles et les deux côtés opposés d'un quadrilatère, on pourrait

néanmoins en trouver la superficie sans faire d'autres opérations sur le terrain.

Soit la figure ABCD (fig. 66), dont on connaît les angles et seulement les côtés AB, CD.

En supposant AC, BD, prolongés jusqu'à leur rencontre en E, on aura deux triangles ABE, CDE, qu'on pourra résoudre; et si, de la surface du premier, on ôte celle du second, le reste sera évidemment égal à la superficie du quadrilatère proposé.

On peut encore résoudre cette question comme il suit:

Imaginez les triangles rectangles A*a*B, C*b*D, au moyen desquels vous calculerez A*a*, *a*B, C*b*, *b*D, puisque l'on connaît les côtés AB, CD et les angles en A et en C;

Il reste encore la distance *ab* à déterminer.

Si vous imaginez le triangle rectangle B*c*D, vous aurez B*c* = *a*B — *b*D; de plus l'angle *a*BD, par exemple, = ABD — AB*a*; donc, vous pourrez calculer *c*D = *ab*. Remarquez que si les angles en A et en B étaient droits, ou, si l'un étant aigu, l'autre était son supplément, cette méthode ne pourrait avoir lieu: ainsi, pour que cette opération puisse se faire, il faut que les angles adjacens au côté AB soient moindres que deux angles droits.

En opérant de la même manière, on trouverait la surface d'un polygone quelconque, pourvu qu'il n'y eût d'inconnus que les deux côtés qui concourent au même point.

116. *Mesurer la surface d'une figure irrégulière* ABCD.... (fig .67).

Après avoir pris la valeur de l'angle BAZ, on mesurera la ligne AB; on prendra la valeur de l'angle ABC, et l'on mesurera BC; on observera l'angle BCD et l'on mesurera CD. Enfin, on continuera de la même manière jusqu'à ce que l'on soit parvenu au point A; et comme alors l'opération sera finie sur le terrain, on cherchera la surface de cette figure comme il suit :

Prenez la ligne AB pour base de toute l'opération que vous allez faire; imaginez les perpendiculaires LZ, ND, OC élevées sur cette base prolongée, aux angles Z, D et C. Alors, dans le triangle rectangle ALZ, vous connaîtrez AZ, l'angle LAZ, supplément de BAZ, et l'angle en L qui est droit; donc (93) vous aurez les lignes AL, LZ. Dans le triangle BOC, on connaîtra le côté BC, l'angle droit O et l'angle CBO supplément de ABC; donc on aura encore les lignes OC, OB, par le même principe.

Sur la perpendiculaire imaginée ND, si vous concevez une autre perpendiculaire PC élevée au point C, vous aurez un triangle rectangle CPD, dans lequel vous connaîtrez CD, l'angle droit P et l'angle CDP, supplément de CDE. On connaîtra donc CP, DP.

En imaginant encore une perpendiculaire IQ élevée au point I, on aura NQ = LZ, à cause des parallèles; on a également NP = OC, NO = PC, et LN = ZQ. (La ligne IZ est supposée dans l'alignement de la perpendiculaire QI.)

Si à NP on ajoute PD, on aura la perpendiculaire ND; et comme on connaît OC, ON et OB, on trouvera la surface du quadrilatère BCDN.

On a aussi les données nécessaires pour connaître celle du trapèze AZQN.

Sur la ligne IZ, imaginez une perpendiculaire HM abaissée du point H, et vous aurez un triangle rectangle HMI dans lequel vous connaîtrez le côté IH, l'angle droit M et l'angle observé HIM : ainsi vous aurez les côtés HM, IM.

En retranchant IM de IZ, il restera MZ qui, étant ôté de ZQ, donnera QM pour reste; et en supposant que sur la ligne ND prolongée en V, on imagine abaissée la perpendiculaire RH, on aura RQ = HM, et RH = QM, à cause des parallèles ; donc on trouvera la surface QRHI.

En supposant la perpendiculaire SF élevée au point F, on aura deux triangles rectangles ESF, FSV ; le premier fera connaître les distances ES, SF, et au moyen du second, on déterminera le côté SV.

Si l'on ajoute ES à SV, on aura EV que l'on multipliera par la moitié de SF, pour avoir la surface du triangle EVF. Enfin, imaginant encore une perpendiculaire xG élevée au point G, on aura le triangle rectangle GxH, dans lequel on connaîtra les angles et le coté GH. Ainsi on trouvera les côtés Hx et xG; par conséquent Rx sera aussi connu.

Donc, on trouvera la surface du trapèze RxGV, et celle du triangle GxH.

Comme les quadrilatères, trapèzes et triangles que l'on vient d'indiquer pour le calcul, forment la superficie de la figure proposée, il ne s'agit que de les ajouter ensemble pour avoir une somme qui sera évidemment égale à la surface demandée.

Preuve des Angles et des Côtés.

117. Puisque la somme de tous les angles antérieurs d'une figure rectiligne quelconque, contient autant de fois deux angles droits qu'elle a de côtés moins deux (15), on pourra toujours vérifier si l'on ne s'est point trompé en prenant la grandeur des angles. Ainsi, dans la figure 67, le nombre des cotés étant dix, la somme de tous ses angles doit être égale à $200° \times 8 = 1600°$. Cette vérification doit se faire sur le terrain, afin de pouvoir aussitôt rectifier l'erreur, s'il s'en trouve.

En faisant la preuve des angles de cette manière, il faut faire attention à ne point prendre les angles extérieurs, comme par exemple HIZ; il faudrait donc, pour avoir la valeur de l'angle au point I, ôter l'angle HIZ de quatre angles droits.

On peut constater l'exactitude des angles d'une figure irrégulière quelconque, sans être obligé de faire la soustraction qu'exige la méthode ci-dessus; car, si l'on écrit dans une même colonne tous les supplémens des angles observés, leur somme ajoutée aux angles extérieurs sera égale à 400 degrés, plus autant de fois 200 degrés qu'il y a d'angles rentrans.

Si, en faisant la preuve des angles, on trouve un ou plusieurs degrés de différence, on les observera de nouveau jusqu'à ce qu'on retrouve l'erreur, qui provient souvent des lignes mal jalonnées; mais si cette erreur n'excède pas un nombre de minutes égal à celui des angles observés, si l'instrument donne les minutes, on se contentera de les répartir sur tous les angles;

car, telle précaution que l'on prenne, il est impossible d'observer avec une précision géométrique.

Après avoir fait cette vérification pour les angles, on peut aussi s'assurer de l'exactitude de la mesure des côtés. Pour cela, on calculera encore le triangle rectangle GyF, et l'on verra si l'on a

1°. $LZ + MH + xG = OC + PS + Fy \ldots$ (A)

2°. $yG + xH + MZ = OL + FS - CP \ldots$ (B).

Dans le cas où il y aurait une légère différence dans ces équations, on la rectifierait en la répartissant proportionnellement sur toutes les mesures déduites du calcul.

Enfin, ce n'est qu'après avoir fait les petites corrections sur les angles et sur les distances calculées, qu'on entreprend le calcul des surfaces.

Voici le tableau des mesures qu'on suppose qui ont été trouvées sur le terrain.

ANGLES			LONGUEUR DES CÔTÉS.
	OBSERVÉS.	RECTIFIÉS.	
A.	121° 2′	121° 3′	AB = 107
B.	113. 2	113. 3	BC = 53
C.	135.50	135.51	CD = 37
D.	146.90	146.89	DE = 30
E.	139. 0	138.99	EF = 47
F.	81.62	81.63	FG = 69
G.	110.36	110.37	GH = 75
H.	128.30	128.31	HI = 62
I.	83.	82.99	IZ = 39
Z.	78.98	78.99	ZA = 64
Tot.	1137° 70′		

La somme de ces angles observés est de 1137° 70′.

Pour en faire la preuve par la première méthode, je prends la somme des trois angles rentrans D, C, I, observés de 368° 90′; je double cette somme, ce qui me donne 737° 80′ que je retranche de 1200°, et j'ai pour reste. . . . . 462° 20′

Total. . . 1599° 90′

au lieu de 1600° que l'opération mathématique exige; ainsi la correction est précisément d'une minute par angle.

Si l'on fait la preuve de ces angles par le second procédé, qui est plus simple que le premier, on a

Angles observés.		*Angles rectifiés.*
A...	78° 98′	78° 97′
B...	86.98	86.97
C...	64.50	64.49
D...	146.90	146.89
E...	139.00	138.99
F...	118.38	118.37
G...	89.64	89.63
H...	71.70	71.69
I...	83.00	82.99
Z...	121.02	121.01
	1000° 10′	1000...

Cette somme doit être égale à 1000, parce qu'il y a trois angles rentrans; ainsi la correction est encore précisément d'une minute par angle, comme cela devait être dans cet exemple. Les angles observés doivent donc être employés dans le calcul, tel qu'on le

voit dans la colonne des angles rectifiés, soit qu'on emploie ceux du premier tableau ou ceux du second.

Détail du Calcul.

Triang. BOC.	log CB = 1.72428	1.72428
	l. sin B = 9.99084	9.30803
	1.71512 = 51,89 = OC	1.03231 = 50,77 = OB.
Triang. CPD.	log CD = 1.56820	1.56820
	l. sin D = 9.86970	9.82720
	1.43790 = 27,41 = CP	1.39540 = 24,86 = PD.
Triang. EFS.	log EF = 1.67210	1.67210
	l. sin E = 9.91288	9.75957
	1.58498 = 38,46 = SF	1.43167 = 27,02 = ES.
Triang. FSV.	log FS = 1.58498	
	log sin F = 9.79297	
	C. l. cos F = 0.10521	
	1.48316 = 30,42 = SV.	
Triang. xGH.	log GH = 1.87506	1.87506
	l. sin G = 9.86908	9.82795
	1.74414 = 55,48 = xH	1.70301 = 50,47 = xG.
Triang. IMH.	log IH = 1.79239	1.79239
	l. sin I = 9.98431	9.42164
	1.77670 = 59,80 = MH	1.21403 = 16,37 = IM.
Triang. AZL.	log AZ = 1.80618	1.80618
	l. sin A = 9.97586	9.51103
	1.78204 = 60,56 = LZ	1.31721 = 20,76 = AL.

Pour faire la preuve de tous ces calculs, ainsi que celle de la mesure des côtés, il faut encore calculer les

lignes Fy et yG au moyen du triangle rectangle FyG, dans lequel l'angle en G est égal à l'angle SFV, qu'on a précédemment déterminé de 42°64′.

En faisant le calcul, on trouvera

$$Fy = 42{,}84 \quad \text{et} \quad yG = 54{,}09.$$

Cela étant fait, on retournera aux équations (A) et (B) qui donneront

(A)		(B)	
LZ = 60,56	OC = 51,89	yG = 54,09	138,53 = OL,
MH = 59,80	PS = 81,88	xH = 55,48	38,46 = SF,
xG = 50,47	yF = 42,84		176,99
170,83....	= 176,61	Mz = 22,63	— 27,41 = CP,
		132,20	= 149,58.

Les deux membres de chacune de ces équations n'étant pas égaux, et présentant des différences sensibles, il est évident qu'il y a erreur ou dans le calcul qu'on vient de faire, ou dans la mesure des côtés, qu'il faudra remesurer après qu'on se sera assuré de l'exactitude de ces calculs; et supposons que toute vérification faite, l'équation A donne 170 = 172, et l'équation B 149 = 152, on augmentera les bases du premier membre de l'équation A, dans la proportion de la 170[e] partie, et l'on diminuera celles du second membre dans la même proportion.

De même, dans l'équation B, on augmentera les perpendiculaires du premier membre dans la proportion de 1 à 100, et l'on diminuera celles du second membre dans la même proportion.

Ces corrections étant faites, on s'occupera du calcul

des surfaces; ces calculs se feront précisément de la même manière que ceux des nos 75 et suivans. On peut même abréger en employant les logarithmes pour faire les multiplications des nombres un peu grands.

118. *Trouver la superficie d'une figure dont le contour est très sinueux* (fig. 68).

Commencez, comme à l'ordinaire, par prendre connaissance du terrain, et prenez pour base la ligne AB, que vous prolongerez en *g*; ensuite, faites tracer les alignemens *a*H, H*c*, *c*L, LM, MA, le plus près possible des sinuosités; passez, en mesurant les lignes et prenant l'ouverture des angles, du point *a* au point H, de là au point *c*, et ainsi de suite jusqu'à ce que vous soyez arrivé au point *a*; faites la preuve des angles, et prenez successivement les lignes *a*H, H*c*..., etc., pour bases; élevez les petites perpendiculaires *b*E, *d*G, *e*I, *f*K..., etc., que vous mesurerez et coterez sur votre canevas, et au bout de chaque base additionnez toutes les distances comprises entre les perpendiculaires; enfin, voyez si leur somme se rapporte à la quantité que vous avez trouvée en mesurant ces bases sans interruption. Une fois que toutes les dimensions seront bien cotées sur le canevas, on calculera les distances *as*, *s*H, H*t*, *tc*, *cu*, *u*L, L*h* et *ih*, afin de pouvoir connaître la surface de cette figure.

Si l'on veut se donner la peine de chercher cette surface d'après les mesures prises sur le terrain, et celles trouvées par le calcul, et qui se trouvent cotées sur la figure, on verra qu'elle contient 22 arpens 97 perches 7 mètres carrés.

119. *Mesurer la superficie de chaque propriété du canton* AEKO (fig. 69).

Mesurez les angles AOK, OAE, ainsi que les côtés OA, AB, BC, CD, DE, ON, NM, ML et LK des quadrilatères que contient ce canton.

En supposant que ces mesures soient telles qu'elles sont écrites dans cette figure, on trouvera la perpendiculaire OV = 27,723, et la distance AV de 6,164.

L'angle AOP, supplément de AOK, étant de 70°, et l'angle OAP, supplément de OAE, étant de 113°93′, l'angle en P sera de 16°7′.

Au moyen de ces données, on trouvera toutes les parties inconnues du triangle rectangle OVP, savoir, l'hypoténuse OP de 111 perches, et le côté PV de 107,482.

Les lignes NR, MS, LT et KU, se trouveront facilement, puisque ce sont les côtés des triangles rectangles dont on connaît les angles et un côté.

En faisant les opérations nécessaires, on trouvera

NR = 30,72, MS = 33,967, LT = 37,788
et KU = 40,036.

On trouvera aussi que les distances RB, SC, TD et UE sont respectivement de 7,216, 12,624, 4,813 et 25,108.

Lorsque ces dimensions seront ainsi connues, on calculera la surface des quadrilatères proposés par la méthode ordinaire.

Au lieu de former un triangle (fig. 70), on peut opérer comme l'indique cette figure, où l'on voit qu'il ne s'agit que de connaître les lignes AB, BC, CD, BE,

EF, BG, GH, BI et IK, avec lesquelles on pourra calculer la surface de chaque propriété.

On verra par la suite le moyen de mesurer les détails d'un canton plus considérable.

120. *Trouver la superficie d'une figure terminée d'un côté par les sinuosités d'une rivière, et dont on ne peut mesurer qu'une ligne des extrémités de laquelle on peut voir les principaux coudes de cette figure* (fig. 71).

Comme on suppose qu'on ne peut mesurer que le côté AB, si les sinuosités que fait cette rivière ne sont pas bien marquées, envoyez quelqu'un avec un batelet pour y poser les jalons C, D, E...., etc. Ensuite, prenez la grandeur des angles CAB, DAB..., etc., et mesurez la distance AB. Enfin, prenez la valeur des angles ABK, ABI..., etc., et toute l'opération sera terminée sur le terrain.

Au moyen des observations faites aux points A et B, on connaît

1°. Les angles du triangle BAC et le côté AB, dont on trouvera les deux côtés AC et CB, et par conséquent la surface de ce triangle par la formule (1) du n° 67.

2°. Dans le triangle ABD, dont on connaît les angles et le côté AB, on trouvera BD; ensuite on calculera la surface du triangle BCD au moyen des côtés BC, BD et de l'angle compris entre ces côtés.

3°. A l'aide du triangle ABE, dans lequel on connaît les angles et le côté AB, on trouvera BE; donc on aura encore la superficie du triangle BDE, puisqu'alors on connaîtra les deux côtés BD, BE, et l'angle compris entre

ces côtés. En continuant toujours de la même manière, on trouvera la surface des autres triangles; et en faisant une somme de toutes ces parties, on aura évidemment la surface demandée.

121. *Remarque.* 1°. On peut trouver la surface du triangle ABC d'une manière beaucoup plus expéditive et même plus exacte par la formule (2) du n° 67, parce que, dans cette équation, il n'entre que les élémens pris sur le terrain; mais les autres triangles se calculeront comme on vient de l'enseigner.

Supposons l'angle $A = 142°$, l'angle B de 25°, et la base AB de 375m,4. La formule (2) citée ci-dessus donne

$$\text{surface du triangle ABC} = \frac{AB^2}{2} \times \frac{\sin A \cdot \sin B}{\sin(A+B)};$$

et par logarithmes,

$$\begin{aligned} \log AB^2 &= 5.1489886 \\ \log \sin A &= 9.8354033 \\ \log \sin B &= 9.5828397 \\ \text{C.l.}\sin(A+B) &= 0.3049926 \\ \text{C.}\log 2 &= 9.6989700 \end{aligned}$$

$$\log.\ \text{surface} = 4.5711942 = 37256 \text{ mètres carrés,}$$
ou 3 arpens 72 perches 56 mètres carrés.

Pour faire usage de la formule (1), il faut d'abord, comme on l'a déjà dit, calculer le côté AC, qu'on trouve de 289,96; puis cette formule développée donne la surface = 37256,6. On pourrait commencer les calculs par le triangle ABK, et finir au triangle ACD, le procédé serait le même; et si l'on a bien

opéré, les deux résultats ne présenteront qu'une différence insensible.

2°. Si l'on veut avoir les perpendiculaires abaissées de chaque sinuosité sur la base AB, il faudra connaître toutes les distances AC, CB, BD...., etc. Ensuite, pour avoir, par exemple, la perpendiculaire CR, on fera

$$CR = AC \times \sin A;$$

on aura également pour le point F,

$$FL = AF \times \sin FAL;$$

et ainsi des autres.

Avec les données ci-dessus on trouvera

$$CR = 198,49;$$

mais la surface du triangle $ABC = CR \times \frac{1}{2} A$; en faisant le calcul, on trouve 37256,6 pour la surface de ce triangle.

Calculant ainsi toutes les autres perpendiculaires, on aura les mêmes dimensions que si l'on avait pu entrer dans ce terrain; et si l'on a bien opéré, la surface de chaque triangle, calculée avec ces perpendiculaires et la base AB, se rapportera, à très peu près, à celle qu'on obtiendrait par les autres méthodes indiquées ci-dessus.

Avant de calculer ces perpendiculaires, on fera bien de faire l'addition, tant des angles observés, que de ceux trouvés par le calcul, et voir si, conformément au n° 117, la somme est égale, dans cet exemple, à 1600 degrés; s'il en était autrement, il faudrait re-

commencer l'opération jusqu'à ce que l'on découvrît l'erreur, dans le cas où elle serait de quelque importance. On a déjà vu que, dans la pratique de l'Arpentage, où le graphomètre donne tout au plus les minutes de deux en deux, une différence de deux minutes par angle pouvait être tolérée, sauf répartition.

122. *Mesurer la superficie d'une figure* ABCD..., *dans laquelle on ne peut ni entrer, ni diriger des rayons visuels à tous ses angles, ni enfin s'écarter de ses limites* (fig. 72).

Puisqu'on peut suivre les limites de cette figure, on peut en chercher la superficie en opérant comme aux n°s 116 et 117.

On peut aussi trouver cette surface de cette manière.

Après avoir mesuré les côtés et les angles de cette figure, on l'imaginera partagée en triangles par des lignes droites tirées d'un angle à un autre; ensuite on cherchera la surface de chacun de ces triangles, dont la somme sera la superficie demandée.

Par exemple, dans le triangle CDE, on connaît les deux côtés CD et DE avec l'angle compris entre ces côtés; on pourra donc connaître la surface de ce triangle, ainsi que le côté EC; alors, dans le triangle CEF on connaîtra les côtés EC, EF et l'angle compris entre ces côtés, car cet angle est égal à la différence de l'angle DEF observé, à celui CDE que l'on connaît par le moyen de l'opération précédente. Donc on trouvera la surface de ce nouveau triangle, et ainsi des autres.

123. *Remarque.* 1°. On n'est point tenu de mesurer

tous les angles et tous les côtés. En général, un polygone est déterminé par la connaissance de ses élémens moins trois, c'est-à-dire par la connaissance de tous les côtés moins deux, et de tous les angles moins un; ou bien encore lorsqu'on connaît tous les côtés moins un, et les angles moins deux : mais, comme il est toujours prudent de douter de ses opérations, il vaut mieux mesurer tous les côtés et tous les angles lorsque cela est possible, afin de s'assurer de leur exactitude par tous les moyens qui peuvent se présenter.

2°. Si, à chaque angle, il était possible de s'écarter un peu des limites d'une figure quelconque, soit en dedans, soit en dehors, on pourrait en trouver la superficie avec une chaîne seulement, ou un bâton d'une mesure connue, comme le mètre ou le double mètre. En effet, en prolongeant le côté AB (fig. 73) d'une quantité quelconque A*a*, et menant *ab* à volonté sur le côté AI, on aura un triangle A*ab*, dont la connaissance des côtés fera trouver l'angle *a*A*b*, supplément de BAI. (Ces côtés doivent être mesurés avec beaucoup de précision.)

En faisant la même opération aux points I, H, G, on aura la valeur des angles AIH, IHG, FGH.

Quant à l'angle rentrant EFG, si vous pouvez mener une ligne *ik* aboutissant sur les côtés FG, EF, le triangle F*ik*, dont vous mesurerez les trois côtés, donnera le moyen de connaître cet angle, et ainsi de suite.

Une fois tous les angles connus, si l'on a eu soin de mesurer les côtés de cette figure, on en trouvera la surface comme aux nos 116 et suivans.

124. *Observation.* Dans toutes les opérations précédentes, faites avec le graphomètre, il a été supposé, ainsi que nous l'avons déjà dit, que les angles qu'on a observés dans chaque figure étaient sensiblement dans un même plan, ce qui est presque toujours vrai, surtout dans les opérations un peu étendues. En effet, toutes les fois que le graphomètre sera posé horizontalement, et que, par ses pinnules, on apercevra l'objet qu'on observe, cet objet sera censé dans l'horizon de l'observateur, ce qui arrive presque toujours quand on vise sur un objet éloigné; mais si l'on se trouvait fort près de cet objet, il faudrait, s'il était possible, lui diriger un alignement avec des jalons sur une certaine distance horizontale, et y assujettir l'instrument, afin d'éviter, par ce moyen, toutes réductions à l'horizon.

Ces réductions sont indispensables toutes les fois que ce procédé ne peut réussir, comme lorsque le point de station est placé au pied d'une montagne, et que l'objet qu'on observe est vers le sommet; ou bien lorsque ce point de station est au sommet ou vers le milieu d'un côteau, et l'objet à observer dans la vallée..., etc.; car alors les angles n'étant pas les mêmes que ceux qu'on observerait si le terrain était de niveau, on n'aurait point la surface horizontale du terrain, quoique la chaîne n'eût jamais été inclinée dans le mesurage.

Le problème suivant, dans lequel on suppose les réductions indispensables, pourra servir d'exemple pour tous les cas de cette nature.

125. *Mesurer un terrain* ABCD, *dont les angles*

étant dans des plans différens, ne peuvent être observés horizontalement, et dans lequel on ne peut entrer pour mesurer une des diagonales BD *ou* AC (fig. 74).

Après avoir fait mettre des piquets à tous les angles de cette figure, mesurez ceux ADC, CDE, ADF (*), ainsi que la ligne DC.

Au sommet de l'angle C, prenez de la même manière la valeur des angles DCB, DCH; mesurez la ligne CB, et prenez la grandeur de l'angle CBA; mesurez BA, et prenez au point A la valeur des angles BAD, BAG; enfin, mesurez AD, et toutes les opérations seront terminées sur le terrain.

Si l'on imagine la diagonale DB, cette figure sera partagée en deux triangles ADB, BDC; et pour avoir la surface horizontale de ces triangles, on voit évidemment qu'il ne s'agit que de réduire chaque côté à sa distance horizontale, et de chercher ensuite l'*aire* de chaque triangle par la connaissance des côtés réduits.

Supposons que les mesures prises sur le terrain sont :

Angles.	*Côtés.*
ADC = 129° 52′	AD = 970^m
CDE = 6.37	DC = 800
ADF = 8.57	BC = 1040
DCB = 67.00	AB = 720

(*) Les angles CDE, ADF sont formés, le premier par la ligne DC et par l'horizontale DE, et le second par la ligne AD et par l'horizontale DF. On a vu au n° 108 comment on mesure ces angles.

Angles.

BCH = 6.50
CBA = 129.74
BAG = 4.93
BAD = 73.63

1°. Dans le triangle CDE, formé par la rampe DC, par la hauteur verticale CE de l'endroit C au-dessus de l'endroit D, et par la ligne horizontale DE qui passe par ces deux endroits, on connaît l'angle E qui est toujours droit, l'angle DCE, complément de CDE, et la rampe DC ; ainsi, on trouvera la distance DE = 795,999.

2°. Dans le triangle BCD, on connaît les deux côtés DC, CB avec l'angle compris entre ces côtés ; on trouvera donc BD = 947,196.

3°. Dans le triangle CBH, formé par la rampe CB, par la hauteur verticale BH, et par l'horizontale CH, on connaît l'angle en H qui est droit ; on connaît aussi l'angle BCH et le côté CB ; donc on trouvera CH et la verticale BH. Le calcul donne

CH = 1034,584 et BH = 106,001.

4°. Dans le triangle ABG, formé par la rampe AB, par la verticale BG, et par la distance horizontale AG, on connaît l'angle droit G ; l'angle ABG, complément de BAG, avec le côté AB ; on trouvera donc aussi la distance horizontale AG et la verticale BG. En faisant l'opération on a AG = 717,842 et BG = 55,701.

5°. Dans le triangle ADF, formé par la rampe AD, par l'horizontale DF, et la verticale AF, on connaît

aussi tout ce qui est nécessaire pour déterminer AF et DF, qu'on trouve respectivement de 961,224 et 130,185.

6°. Puisque le point C est plus élevé que le point D de la quantité 79,914, et que le point B est plus élevé que le point C de 106,001, il s'ensuit que le même point B est plus élevé que le point D de 185,915.

Pour vérifier si cette hauteur est exacte, il faut voir si elle se rapporte avec BG + AF, que l'on calculera seulement pour faire cette vérification. La somme de ces deux hauteurs égale 185,886, dont la différence avec 185,915 n'est que de 0,029.

Cette différence peut provenir des mesures et des angles; il suffirait de changer quelques secondes à l'un des angles d'élévation pour tout accorder.

On peut partager cette différence en deux également, et conclure la hauteur BL de 185,9; alors, dans le triangle BDL, formé par la distance BD, par la verticale BL, et par l'horizontale DL, on connaîtra l'angle droit L, le côté BD et la verticale BL; on trouvera donc DL qui n'est autre chose que le côté BD réduit à sa base productive; ce côté est de 928,763.

Toutes les distances horizontales étant ainsi connues, on calculera la superficie des triangles BCD, ABD, par la règle du n° 70. Si l'on se donne la peine de faire l'opération, on trouvera $66723^{m},95$ pour la superficie horizontale de ces deux triangles.

En n'ayant pas égard à l'inclinaison de cette figure, on trouve 68102^{m}; ce qui fait une différence de 1360 1,05, ou 1 arpent 36 perches, ou environ $\frac{1}{50}$.

On voit donc évidemment combien il serait dangereux de chercher la superficie des terrains inclinés, comme celle des terrains dont les angles sont dans un même plan horizontal, puisqu'il est reconnu que c'est la surface de niveau que l'on doit prendre.

Dans ces sortes de réductions, lorsque l'angle d'inclinaison est très petit, il est plus commode de chercher l'excès de la rampe sur sa base horizontale. En nommant r la longueur de la rampe, i son inclinaison, et h sa longueur réduite à l'horizon, on a

$$r - h = 2r \sin^2 \frac{1}{2} i;$$

c'est-à-dire que la ligne horizontale est égale à la rampe moins le double de cette ligne multipliée par le carré du sinus de la moitié de l'angle d'inclinaison.

Soient par exemple $r = 1200$ et $i = 50'$; par la méthode ordinaire, et employant des logarithmes à sept décimales, on trouvera $h = 1199{,}963$.

Si l'on cherche la différence, il suffira de prendre les logarithmes avec cinq décimales; on trouvera $\log r - h = 8{,}56832$, qu'on voit tout de suite dans la table être égal à $0{,}037$; par conséquent $h = 1199{,}963$, comme ci-dessus.

Si l'on veut réduire à l'horizon les angles observés, on tirera une diagonale dl dans le plan horizontal, ce qui donnera deux triangles dans chacun desquels on connaîtra les trois côtés; ainsi l'on calculera les angles de ces triangles par le n° 97.

Or, $\quad fdl + edl = edf;$

de même, $\quad dlf + eld = elf.$

En faisant le calcul, on trouvera

$$edf = 130^\circ 96'; \quad elf = 130^\circ 61' 67''.$$

On trouvera aussi l'angle en $e = 65^\circ 86' 70''$,

et l'angle en $f = 72^\circ 55' 63''$.

Lorsqu'on a réduit les côtés et les angles de la figure à mesurer, on peut en chercher la surface par la règle du n° 116, et voir si elle se rapporte avec celle calculée d'après les côtés réduits; si l'on a bien opéré, la différence sera insensible dans la pratique. Dans cet exemple, les deux opérations s'accordent à trois-centièmes de mètre près.

On n'emploie cette dernière méthode que pour s'assurer de ses opérations; car la première exige évidemment moins de temps.

126. *Remarque.* Le moyen que nous venons d'employer pour réduire les angles à l'horizon, n'est pas celui qu'on suit ordinairement. On y parvient sans être obligé de réduire les côtés à leurs distances horizontales, ainsi qu'on le verra par la suite à l'article *réduction à l'horizon.*

Dans la question qui vient de nous occuper, on a supposé qu'il n'y avait pas différentes pentes d'un point à un autre, c'est-à-dire que le terrain ne présentait aucun enfoncement ni aucune élévation : cela arrive en effet assez souvent dans un champ d'une petite étendue; mais il n'est pas rare de rencontrer des coteaux dans la figure que l'on mesure; alors, il faut avoir soin de réduire les différentes rampes à leurs

bases horizontales; car, si l'on n'y faisait pas attention, on aurait une surface trop grande et dont l'assiette serait irrégulière.

Il arrive souvent que plusieurs parties d'une ligne se trouvent en plaine, et que d'autres sont dans des coteaux, comme par exemple dans la figure 16; alors, pour connaître la forme du terrain à l'inspection du mesurage, on prend AD, DH, HL séparément, ainsi que les angles d'inclinaison DHQ, LHR, et l'on cote le tout sur un état.

Soit ABCD (fig. 75), dont les bases sont dans des plans différens : comme AC et CD traversent des coteaux, je forme l'état suivant à côté du canevas.

Bases.	En plaine.	Rampes.	Réduction.	Bases réduites.	Angles d'élévation.
AB	....	130	....	117,63	28° en montant.
AC	Ae... 40	*ef* 50	47,55	202,51	20° en descend.
	*g*C... 78	*fg* 40	36,96		25° en montant.
CD	*h*D... 50	C*h* 90	....	134,19	23° *idem*.
BD	150	....	....	150	

On voit, par ce petit état, que la partie A*e* de la base AC est en plaine; que le point *f* est dans un fond; que le point *g* est au sommet d'une colline, et

que gC est en plaine ; que la rampe Ch de la base CD va en montant, et que la partie hD est en plaine..., etc.

L'opération étant terminée sur le terrain, on calculera la base horizontale de chaque coteau.

On trouvera AB de 117,63 ; ef de 47,55 et fg de 36,96 ; de sorte que la base AC ne sera plus que de 202,51 au lieu de 208 qu'on avait trouvé en mesurant suivant l'inclinaison du terrain. Au moyen de cette réduction, la distance ek ne sera plus que de 28,53, que l'on obtient par la proportion

$$50 : 47{,}55 :: 30 : x = 28{,}53.$$

Si de 47,55 on ôte 28,53, on aura 19,02 pour la distance horizontale hf ; et si l'on fait la proportion $40 : 36{,}96 :: 8 : y$, on aura la ligne horizontale $fl = 7{,}39$..., etc.

Si l'on mesure de la même manière la diagonale CB, on pourra calculer la surface horizontale de cette figure. Si l'on ne peut avoir la mesure horizontale de cette diagonale, il faudra voir s'il ne serait pas possible de connaître celle AD. Au surplus, la mesure directe de ces diagonales est inutile toutes les fois qu'il se trouvera sur les côtés qui forment l'angle opposé deux distances telles, qu'on puisse prendre un angle horizontal ; car alors on pourra connaître, par le calcul, la diagonale opposée à ce même angle.

Enfin on ne forme, ainsi qu'on vient de le dire, le tableau de l'autre part que pour donner l'esquisse du terrain ; car ces bases peuvent être mesurées horizontalement avec la chaîne, en suivant le procédé indiqué au n° 86.

127. *Orienter un plan sur le terrain.*

Orienter un plan, c'est marquer sur ce plan la direction du nord au midi. Pour orienter la figure 60, posez un graphomètre garni d'une boussole, à tel endroit du terrain qu'il vous plaira, mais dont la position vous soit cependant connue, comme, par exemple, au point A (fig. 37); dirigez l'instrument de manière qu'en regardant par ses pinnules, vous aperceviez un objet dont vous connaissiez aussi la position; par exemple, l'objet P.

Lorsque l'aiguille aimantée qui est dans la boussole sera fixée, remarquez la grandeur de l'angle *n*AP.

Si l'aiguille aimantée se dirigeait toujours au vrai nord, la ligne A*n* indiquerait le nord *d* plan; mais comme elle décline tantôt plus et tantôt moins, suivant les lieux, et que cette déclinaison change quelquefois sensiblement d'une année à l'autre, il faut avoir soin d'ajouter ou d'ôter à l'angle que l'on trouve par l'opération qu'on vient d'indiquer, la déclinaison de l'aiguille pour le temps et pour le lieu; alors on aura l'angle que fait le vrai nord, avec la ligne ou le rayon visuel que l'on connaît.

Supposons que la ligne AP fasse avec l'aiguille de la boussole un angle de 95°, et que la déclinaison particulière de l'aiguille soit de 24°80; comme l'aiguille A*n* décline à l'occident, j'ajoute 24°80′ à 95°, et j'ai 119°80′ pour l'angle que fait le vrai nord AN′, avec la ligne AP.

Il est bien évident que, si au lieu d'observer l'angle PA*n* on eût pris celui IA*n*, il aurait fallu ôter la déclinaison au lieu de l'ajouter.

La direction de la ligne du nord déterminée avec l'aiguille aimantée, n'a pas toute l'exactitude qu'on pourrait désirer; mais elle suffit pour indiquer la situation de tous les objets d'un plan par rapport à cette ligne. Au surplus, voici une méthode plus rigoureuse de tracer cette ligne, que l'on nomme *méridienne.*

128. *Tracer une ligne méridienne sur le terrain.*

Décrivez sur un terrain horizontal et du même centre, plusieurs circonférences ou arcs concentriques; sur ce centre commun élevez un style ou gnomon perpendiculaire à l'horizon, qui ait environ 4 dixièmes de mètre de hauteur, et dont l'extrémité supérieure soit une petite boule, afin de mieux déterminer son ombre. Entre 9 et 10 heures du matin, observez le point où l'ombre du style se terminera sur chacun des cercles; observez ensuite, l'après-midi, quand l'ombre coupera de nouveau les mêmes cercles, et marquez les points où elle les coupera.

Divisez les arcs de cercles ou les intervalles du matin au soir sur chaque cercle en deux parties égales, et du milieu de chacun des arcs, tirez une ligne droite qui passe par le pied du style, cette ligne sera la méridienne cherchée; de sorte que dans le cours de l'année, il sera midi chaque jour quand l'ombre du style tombera sur cette ligne.

Les différens cercles que l'on trace servent à donner plus exactement la position de la méridienne, parce que les opérations réitérées pour la déterminer sur plusieurs cercles concentriques, peuvent servir à se corriger mutuellement.

Cette méthode de tracer une méridienne, suppose que la déclinaison du soleil ne change pas entre les instans auxquels on marque les deux points d'ombre, ce qui n'a lieu qu'aux solstices, et 15 ou 20 jours avant ou après ; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce temps.

Lorsqu'on veut plus de précision, on peut corriger l'erreur qui peut résulter de cette déclinaison, au moyen des tables de la Connaissance des Tems; mais cette erreur étant à son maximum au-dessous d'une minute, il est assez inutile d'y avoir égard dans les opérations de l'arpentage.

Si l'on avait une montre bien réglée sur le midi vrai, en observant à la fois et à l'instant de midi précis les deux bords du soleil, et faisant placer un jalon dans la direction de la moitié de l'angle observé, on aurait la ligne méridienne.

On peut encore, le matin, placer un jalon dans la direction de l'un des bords du soleil, et à pareille distance de midi ; le soir, faire planter un second jalon dans la direction du même bord de cet astre ; la moitié de l'angle compris entre ces jalons, donnerait aussi, à très peu près, la direction méridienne.

Nous parlerons dans la suite des méthodes qui font connaître cette ligne avec toute la précision que la pratique permet d'atteindre.

129. On a vu au n° 127, que la déclinaison de l'aiguille aimantée n'est pas la même pour tous les lieux de la terre, et qu'elle varie dans chaque lieu avec le temps ; il n'est même pas rare de la voir varier à diffé-

rentes heures de la journée, mais d'une très petite quantité. La déclinaison de l'aiguille est *occidentale* depuis 1666, où elle marquait juste le nord à Paris; en 1808, cette déclinaison était de 22°19′ de la division sexagimale, ou 24°80 de la division décimale.

Puisque la déclinaison de l'aiguille aimantée est variable, il est nécessaire de savoir comment on la détermine. Cette opération est très simple; la voici :

Vers le 20 mars ou 20 septembre, tracez une méridienne par la méthode du n° 128; mettez une boussole sur cette ligne, et visez par les pinnules sur un piquet placé vers le nord sur des points de la méridienne. Quand l'aiguille sera arrêtée dans cette position, le nombre de degrés et minutes que la pointe septentrionale indiquera avec le point marqué *nord* au fond de la boîte, sera la véritable déclinaison de l'aiguille aimantée.

Avant de passer au levé des plans un peu détaillé, je vais dire comment on peut s'y prendre pour en faire le canevas visuel.

Des Plans visuels.

130. Le plan visuel n'est commun au plan géométrique qu'autant qu'il représente, mais imparfaitement, les objets qui y sont situés; car on n'y lève aucun angle, on ne mesure aucune longueur ni largeur, et l'on n'y fait aucun calcul; néanmoins ces sortes de plans tiennent à des principes. Il faut d'abord parcourir le terrain avec un homme qui le connaisse parfaitement; ensuite, on figure les chemins et les maisons, cours et jardins, qui se trouvent de part et d'autre; puis, on

entre dans le détail de chaque canton ou champtier; par exemple, on pourra commencer par le canton borné par les chemins G'L, LH', en prenant la courbure du chemin LF'H' (fig. 76), et les héritages suivant leurs sillons, en observant d'écrire les noms des propriétaires dans l'intérieur de chaque case, ou bien par des lettres de renvoi. Il faut que l'indicateur s'applique surtout aux figures triangulaires, et à celles faisant plusieurs retours, qu'on appelle *haches*.

Pour opérer avec ordre, on commencera par le triangle *v*; et lorsqu'on sera parvenu à la dernière figure *x*, on reviendra faire les champtiers *y* et *z*, en ayant soin de laisser l'espace nécessaire pour figurer les héritages *a'*, *b'*, *c'*. L'arpenteur se transportera avec l'indicateur sur les pièces triangulaires et sur celles faisant hache, afin d'observer à peu près à quelle hauteur peuvent être ces haches et triangles, et il continuera de la même manière jusqu'à ce que le plan du terrain soit ainsi représenté sur le papier.

On ne parvient à bien dessiner le terrain, que par un grand usage, et en s'appliquant à donner aux lignes et aux angles à peu près leur valeur respective.

On fait assez facilement un angle égal à celui du terrain, en se plaçant au sommet et en traçant des lignes dans la direction des côtés.

CHAPITRE VI.

Du Levé géométrique des plans un peu étendus.

131. Lorsque le plan qu'il faut lever n'est pas d'une grande étendue, on peut opérer comme aux n[os] 84 et 119; mais quand le terrain est d'une certaine grandeur, par exemple au-dessus de 100 arpens, et qu'il contient beaucoup de détails, il faut commencer par parcourir les chemins, coteaux, vallées et les différentes pièces de terre, jusqu'aux points limitrophes, en en faisant en même temps le canevas, sur lequel on fera les angles aigus et obtus, autant qu'on pourra le juger à l'œil, égaux à ceux du terrain, et l'on mettra les côtés à peu près dans la proportion qu'on a d'abord jugé à propos de leur donner.

Cette première opération étant terminée, on prendra pour bases les lignes les plus longues; on dressera bien exactement avec des jalons; on élèvera sur ces bases des perpendiculaires aux sinuosités voisines; et lorsqu'on sera certain que tous les alignemens seront bons par la vérification qu'on en aura faite, on passera au détail de toutes les figures qui composent les différens cantons.

Il existe à ce sujet plusieurs manières d'opérer, qui toutes conduisent également à de bons résultats; il en est cependant qui méritent la préférence; mais quelle que soit celle qu'on emploie, il faudra apporter beau-

coup de précision dans toutes ces parties du travail, si l'on veut n'avoir que des différences tolérables (*).

Soit le canton représenté par la figure 76, dont on veut lever le plan et trouver la surface de chacune des propriétés dont il est composé.

Après en avoir fait le canevas, on dirigera un alignement AB, le plus près possible des limites de ce canton, afin que les perpendiculaires à élever à chaque sinuosité, soient moins longues.

Avant de mesurer sur cet alignement, on élèvera, s'il est possible, une perpendiculaire AC, sur laquelle on en élèvera d'autres qui détermineront les sinuosités qui lui sont voisines.

Afin de pouvoir retrouver cet alignement AC, on enfoncera aux points A et C un piquet qui n'excédera presque pas la terre, et l'on retournera sur l'alignement AB, qu'on peut regarder comme la base de tous les autres. On mesurera sur cet alignement jusqu'à l'endroit où l'on doit élever la seconde perpendiculaire *ab*; ensuite jusqu'à la troisième *cd*, de là à la quatrième *ef*, etc.

Étant arrivé au point D, où je suppose qu'on peut apercevoir le point E, qui est la rencontre de deux chemins, on élèvera la perpendiculaire DE qu'on mesurera, et l'on mènera de part et d'autre des perpendiculaires aux sinuosités qui se rencontreront, et qu'on

---

(*) Voyez mon *Arpentage parcellaire*, concernant la partie d'Art du Cadastre, chez Chapoulaud, imprimeur-libraire, à Limoges.

aura soin de marquer avec des jalons avant de commencer à mesurer.

Arrivé en E, on tirera, en suivant à peu près la direction des rues ou chemins, les lignes EF, FG, GH, GI, etc. Du point N on mènera NC, et l'on prendra l'ouverture de l'angle CNK, afin de lier toutes ces opérations aux précédentes.

On retournera sur la ligne DE pour y élever une perpendiculaire QR, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'en se retournant carrément, on puisse apercevoir un point quelconque S; on tirera la ligne RS, sur laquelle on élevera les petites perpendiculaires nécessaires, et l'on prolongera cette ligne en T, jusqu'à ce que l'on puisse lui élever la perpendiculaire TN. Après avoir mis des piquets à tous ces points, on retournera en D, pour continuer les mêmes opérations vers B où se termine la base.

A ce point B, on élèvera une perpendiculaire BU, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'en se retournant d'équerre, on aperçoive le point S.

Enfin, on tirera sur ces deux dernières lignes des petites perpendiculaires à chaque sinuosité, afin d'en déterminer la position.

Quand tous les alignemens seront ainsi achevés, on en fera la vérification en examinant si l'on a

$$AB = AD + RQ + US\ ;\ BU = DQ + RS.$$

On procédera au détail en mesurant séparément chaque canton qui se laboure du même sens, en ayant soin de partir chaque fois d'un point déterminé.

Je suppose que l'on commence par le petit canton marqué V, dont les extrémités G', g se trouvent déter-

minées par les opérations précédentes. Je prends $G'g$ pour base, et j'élève les perpendiculaires hi, kl, que je mesure ainsi que les distances gm et mG'. Ces mesures étant cotées sur le canevas, on connaîtra la surface de chacune de ces figures, puisqu'on aura la base et la hauteur de chaque triangle.

Pour mettre plus d'exactitude dans ses opérations, il est nécessaire de mesurer les autres côtés $G'l$, il, ig, ainsi que les angles $G'gl$, $gG'l$; car au moyen de ses doubles mesures, on pourra toujours vérifier si l'on ne s'est point trompé, et déterminer avec plus de précision, lors du rapport, la position des lignes qui forment le contour de ces figures.

Passant ensuite au canton Y, je prends l'alignement gn pour base, et j'élève aux extrémités de chaque figure des perpendiculaires que je mesure.

Les chemins $G'l$, oL, déterminés par les deux dernières opérations, peuvent servir de base aux champs adjacens, qu'on mesurera de la même manière et ainsi de suite.

132. *Remarque.* 1°. Il ne faut jamais perdre de vue que toutes les mesures doivent être prises horizontalement; et lorsque le terrain est très montueux, ce n'est pas sans difficulté que l'on parvient à lier ses opérations sans rencontrer des différences. Pour les diminuer et les rendre même insensibles dans la pratique, on détermine trigonométriquement plusieurs points dans différentes parties, et on lie les alignemens avec ces points ; c'est l'objet d'une petite triangulation dont on parlera par la suite, et au moyen de laquelle

on peut rectifier le mesurage des lignes dans des terrains très inclinés à l'horizon ; mais cette petite triangulation n'exige d'autres soins dans la mesure des angles et de la base, que ceux qui ont été enseignés jusqu'ici.

2°. Quand on lève le plan d'un village contenant beaucoup de détails, il faut avoir soin de donner à son canevas une proportion assez grande pour que tous les objets puissent être mis à leur place d'une manière bien distincte, afin que, lors du rapport, on ne se trouve point embarrassé par la confusion qui y régnerait nécessairement si la proportion était trop petite.

Il faut aussi, en formant le tableau d'assemblage ABUH,... etc., arrêter aux différens chemins et aux différentes propriétés particulières.

3°. Quand on rencontre des bois dans l'intérieur desquels il est difficile d'entrer pour mesurer, et qu'ils sont traversés par des chemins très sinueux, on opère comme au n° 118, pour en avoir la surface, et l'on a soin d'arrêter à l'ouverture de toutes les communications que l'on rencontre ; mais quand les bois sont traversés par des routes droites, on fait mesurer les principales; on prend l'alignement des autres, et l'on figure ensuite les contours.

Tous ces procédés sont cependant bien arbitraires, et dépendent beaucoup des méthodes que l'on emploie. Au surplus, l'intelligence et l'habitude concourent à fournir à ceux qui lèvent les plans une infinité de moyens que l'on chercherait vainement à expliquer, parce qu'ils dépendent d'une foule de circonstances qu'il est impossible de prévoir.

Rapport sur le papier des opérations exécutées sur le terrain.

133. Il ne suffit point de savoir lever un plan sur le terrain, il faut aussi pouvoir décrire sur le papier les différentes lignes et les différens angles qu'il forme.

Pour construire sur le papier une figure semblable à celle du terrain levé et mesuré, il faut que celui qui opère soit muni d'un étui de Mathématiques et d'une échelle des parties égales, plus ou moins longue, pour donner la même proportion aux distances mesurées avec la chaîne, ou déterminées par le calcul.

L'étui de Mathématiques doit contenir des règles de bois, dont une au moins ait un rapport déterminé avec le *mètre ;* plusieurs compas de différentes grandeurs ; un compas de proportion, des équerres de bois ou de cuivre pour élever des perpendiculaires; enfin, plusieurs rapporteurs pour faire sur le papier des angles semblables à ceux mesurés sur le terrain avec le graphomètre, ou tout autre instrument analogue. Ces rapporteurs doivent être de différentes grandeurs, afin qu'on ait le choix dans des opérations plus ou moins grandes.

Beaucoup d'arpenteurs préfèrent le rapporteur de corne à celui de cuivre, parce qu'il ne noircit pas le papier, et que l'on voit à travers les opérations que l'on fait, ce qui est assez commode; cependant il ne donne pas la même précision que celui de cuivre, parce que ses dimensions diminuent ou augmentent, selon l'état de l'atmosphère, souvent d'une manière sensible,

et qui n'est point toujours proportionnelle dans toutes ses parties. On est aussi obligé de le mettre en presse entre deux objets unis pour le conserver bien droit.

On peut élever des perpendiculaires très facilement avec un rapporteur, même plus exactement qu'avec les équerres ordinaires, soit de cuivre, soit de bois, parce que l'angle droit de ces équerres est presque toujours un peu émoussé; enfin, on s'en sert pour tirer des lignes au crayon aussi facilement qu'avec une règle, lorsque ces lignes ne sont pas plus grandes que le diamètre du rapporteur.

Les compas ordinaires sont trop connus pour en donner la description. Voici celle du compas de proportion, dont l'usage est fondé sur la théorie des lignes proportionnelles.

Cet instrument, qui peut servir d'échelle de parties égales, est composé de deux lames de cuivre qui s'ouvrent et tournent autour d'une charnière; la longueur de chacune de ces lames, sur lesquelles sont tracées plusieurs lignes, est généralement d'un double décimètre.

Les principales lignes tracées sur les faces du compas de proportion sont celles des *parties égales*, *des cordes*, *des polygones*, *des plans* et *des solides*. Celle des parties égales est ordinairement divisée en 200 parties égales entre elles.

Pour travailler avec succès sur le papier, il faut se rappeler les premiers élémens de Géométrie, au moyen desquels on résout les problèmes suivans, dont la connaissance est indispensable à l'arpenteur qui veut marcher dans la route la plus courte et la plus assurée (18).

134. *Elever une perpendiculaire sur le papier* (fig. 77).

Dans la pratique, on se sert ordinairement d'une petite équerre de bois ou de cuivre pour élever une perpendiculaire à une ligne donnée AF. Cette équerre n'est autre chose que deux règles fixes ou mobiles, perpendiculaires l'une à l'autre; on en fait aussi en forme de triangle, dont l'un des angles est droit.

Pour opérer avec cet instrument, couchez l'une des branches GB de l'équerre le long de la ligne donnée, de manière que l'extrémité G réponde au point sur lequel vous voulez faire tomber la perpendiculaire. Ensuite, si vous faites glisser une plume ou un crayon le long de l'autre branche GC, vous aurez la perpendiculaire demandée, que vous prolongerez vers E aussi loin que vous voudrez.

L'équerre sert aussi à mener des parallèles. Par exemple, si l'on veut mener une parallèle à une ligne donnée AF, on élevera comme tout à l'heure, une perpendiculaire GE à cette ligne; puis on placera une des règles de l'équerre le long de cette perpendiculaire, et on tirera une ligne dans la direction de l'autre règle; cette ligne sera parallèle à celle donnée AF, car les deux angles GCD, CGF sont droits, puisque GC est perpendiculaire aux lignes CD et AF.

Au lieu d'une équerre, on peut faire usage, pour résoudre ce problème, de *règles parallèles*, qui ne sont autre chose que des règles de bois ou de cuivre d'égale longueur, que l'on joint ensemble de manière qu'elles peuvent s'éloigner ou se rapprocher sans quitter le parallélisme. On peut même suppléer avan-

tageusement à ces règles assemblées par une seule, portant deux roulettes de même dimensions; alors, en appuyant la main sur le milieu de la règle, on la fera mouvoir parallèlement, et elle ne se dérangera du parallélisme qu'en faisant effort de part ou d'autre, surtout si les deux roulettes sont dentelées. On trouve de ces règles chez les marchands d'instrumens de Mathématiques.

135. On peut élever une perpendiculaire sans le secours de l'équerre; car si du point C (fig. 78), où doit être élevée une perpendiculaire à la ligne AB on porte une même ouverture de compas de C en D et de C en E, et que des points D et E avec des rayons égaux on décrive des arcs qui se coupent en un point F, l'intersection de ces arcs sera un point de la perpendiculaire, par lequel on mènera la droite CF.

Si le point d'où doit partir cette perpendiculaire est à l'extrémité de la ligne AB (fig. 79), on prolongera cette ligne, et l'opération sera absolument la même que dans le cas précédent; mais si AB ne peut être prolongé, on opérera comme il suit:

Marquez à volonté un point E au-dessus de cette ligne; de ce point et avec un rayon EB, décrivez l'arc *d*B*c*; par le point où cet arc rencontrera la droite AB, et par le centre E, menez le diamètre DEC, qui déterminera sur l'arc *d*B*c* un point C: la droite CB qui joint ce point à l'extrémité B de la ligne AB, sera la perpendiculaire demandée, puisque l'angle CBD sera droit comme ayant son sommet à la circonférence, et ses côtés appuyés sur les extrémités d'un diamètre.

136. *Par un point donné hors d'une ligne droite* BC, *mener une perpendiculaire à cette ligne.*

Couchez une branche de l'équerre sur la ligne BC (fig. 80), et faites la glisser le long de cette ligne jusqu'à ce que l'autre branche passe par le point donné A; la ligne AE que vous tracerez le long de cette dernière branche sera la perpendiculaire demandée.

S'il fallait mener par un point donné une parallèle à une ligne, on éleverait d'abord à cette ligne une perpendiculaire sur laquelle on en mènerait une autre que l'on ferait passer par le point donné; mais il sera plus expéditif d'employer l'un des instrumens indiqués à la fin du n° 134.

On peut avoir la direction de la ligne AE sans le secours de l'équerre, de cette manière :

Du point A, pris comme centre, et avec un rayon AF pris à volonté, mais cependant plus grand que la plus courte distance du point A à la droite proposée, décrivez un arc qui coupe la ligne BC, prolongée, s'il est nécessaire, en F et en G. De ces derniers points pris pour centre, et avec le même rayon, décrivez deux arcs qui s'entrecoupent en un point D; enfin, menez du point A, par le point D, une ligne droite AD qui sera perpendiculaire sur BC : donc AE est la perpendiculaire demandée.

137. *Remarque.* 1°. Avant de se servir d'une équerre, il faut s'assurer de son exactitude. Les ouvriers ne les font pas toujours très justes; d'ailleurs une équerre qui le serait, peut cesser de l'être par le travail du bois.

On s'assure qu'une équerre est juste en élevant sur une ligne AF (fig. 77), avec le compas, une perpendiculaire GE; on applique un côté de l'équerre sur AF, de manière que le sommet de son angle droit réponde précisément au point G du pied de la perpendiculaire. Dans cet état, si l'équerre est juste, l'autre côté de l'angle droit de cette équerre se confondra avec la perpendiculaire GE.

2°. Lorsqu'on a plusieurs perpendiculaires à élever sur la même ligne, on est dans l'usage d'appliquer une règle bien dressée le long de la ligne AF; puis, maintenant celle-ci dans la même situation, en appuyant fortement dessus, on fait glisser l'équerre aux différens points où doivent être élevées les perpendiculaires. Les lignes tracées le long de cette équerre seront les perpendiculaires qu'il fallait élever.

3°. Il arrive assez souvent qu'on est obligé de se servir plusieurs fois de la même ouverture de compas, après en avoir employé une ou plusieurs autres; alors, comme l'écart ou le rapprochement des branches du compas, pour obtenir des ouvertures différentes, peut occasionner de petites erreurs, il serait nécessaire que celui qui opère eût à sa disposition un nombre suffisant de compas, afin de ne point avoir de ces différences qui sont presque inévitables lorsqu'on élargit ou qu'on resserre les branches de son compas pour obtenir toutes les ouvertures exigées pour la solution du problème.

138. *Diviser une ligne droite* AE *en parties égales* (fig. 81).

Tirez une droite indéfinie AI, faisant avec AE un angle quelconque EAI; prenez sur AI une partie AF d'une grandeur arbitraire, que vous porterez à la suite d'elle-même un nombre de fois égal à celui des parties en lesquelles la droite donnée AE doit être divisée, par exemple, quatre fois. Joignez l'extrémité I de la dernière avec l'extrémité E de la ligne à diviser, et par les points de division F, G et H, menez parallèlement à EI les droites FB, GC, HD, qui couperont AE en quatre parties égales; car les portions AB, BC, CD et DE sont proportionnelles aux parties égales de la ligne AI.

S'il fallait diviser une ligne, par exemple, en quatre parties, qui fussent entre elles comme les nombres 2, 3, 5 et 7, après avoir tiré une droite indéfinie AI, faisant avec celle donnée AE un angle quelconque, on prendrait la somme de ces nombres, ce qui donnerait 17; on porterait une même ouverture de compas 17 fois de suite sur la ligne AI. Le point où se terminerait la dernière partie serait l'extrémité de cette ligne, et on achèverait l'opération en menant des parallèles à la droite EI par les points de division 2, 5 et 10.

Si ces rapports étaient donnés en lignes, on suivrait un procédé semblable; on mettrait ces lignes bout à bout, et avec la droite qui en résulterait et celle donnée à diviser, on ferait un angle à volonté; on joindrait les extrémités de ces deux lignes par une droite, à laquelle, par les points de jonction des lignes données, on mènerait des parallèles qui diviseraient la droite proposée en parties proportionnelles aux lignes données.

On abrège un peu cette méthode de diviser une ligne droite en parties égales ou proportionnelles, en opérant comme il suit :

Par le point E menez une parallèle à la droite AI, et divisez-la de la même manière que cette dernière ligne, en commençant au point E ; puis, par les points de division correspondans de ces deux lignes, menez des droites qui couperont la ligne AE comme ci-dessus, puisqu'elles seront toutes parallèles.

Remarque. On divise ainsi, sans tâtonnement, une ligne en parties égales; mais on peut dire que la pratique ne répond pas à la théorie. L'habitude rend le tâtonnement plus prompt et plus sûr que la méthode géométrique. Avec l'usage de manier le compas, on arrive promptement à la division exacte d'une ligne en parties égales.

Pour la partager, par exemple, en trois, on prend à vue le tiers de cette droite sur laquelle on porte cette ouverture trois fois, en partant de l'une de ses extrémités. Si l'on ne tombe pas exactement sur l'autre, on partage la différence à peu près en trois parties égales en ouvrant ou en fermant le compas d'une quantité convenable. On porte cette nouvelle ouverture trois fois sur la ligne. Si la division ne se faisait pas encore exactement, ce qui arrivera rarement lorsqu'on aura l'habitude de ces sortes d'opérations, on corrigerait l'erreur en élargissant ou rétrécissant le compas.

La facilité que l'œil acquiert pour partager en portions égales les petites distances, fait préférer cette méthode par essai à la méthode géométrique, pour

diviser en parties égales une ligne droite de quelque longueur qu'elle soit.

139. *Trouver une quatrième proportionnelle à trois lignes droites données* A, B, C (fig. 82).

Tirez deux lignes indéfinies DE, DF, faisant un angle quelconque; prenez sur la première une distance DE = A, et une distance DG = C; puis portez sur la seconde une distance DF = B, et joignez les points E et F; enfin, menez GH parallèlement à EF pour avoir DH quatrième proportionnelle qu'il fallait trouver. En effet, on a

DE : DF :: DG : DH; ou A : B :: C : DH.

Si les deux droites B et C étaient égales, DH serait ce qu'on appelle *troisième proportionnelle*. Dans ce cas, le point F tomberait en *f*, et la droite G*h*, parallèle à E*f*, déterminerait sur DF, la partie D*h* égale à la troisième proportionnelle demandée, puisqu'on aurait

DE : D*f* :: DG : D*h*, ou A : C :: C : D*h*,

qu'on exprime ainsi : ∻ A : C : D*h*.

La ligne C est dite moyenne proportionnelle entre A et D*h*.

140. *Trouver une moyenne proportionnelle entre deux lignes droites* AB, AC (fig. 83).

Formez une ligne DE des deux droites données et en les mettant bout à bout; du milieu O de cette ligne décrivez une demi-circonférence DGE; puis, au point de jonction F des lignes données, élevez la per-

pendiculaire FG ; cette perpendiculaire sera la moyenne proportionnelle demandée, car on a

DF : FG :: FG : EF.

Il y a d'autres moyens d'avoir cette ligne, celui-ci est suffisant.

141. *Faire passer une circonférence par trois points donnés, pourvu que ces points ne soient pas sur une même ligne droite.*

Soient les points A, B, C (fig. 84), par lesquels on veut faire passer une circonférence de cercle. Joignez les points A, B et ceux B, C par les droites AB, BC, et du milieu de chacune de ces lignes ; élevez les perpendiculaires EO, DO ; le point O où ces perpendiculaires se couperont, sera le centre de la circonférence : par conséquent, si du point O comme centre, et d'une ouverture de compas égale à l'un des rayons AO, BO, CO, on décrit une circonférence, elle passera nécessairement par les trois points donnés.

142. *Sur une ligne droite donnée* AB, *faire un angle* BAC *égal à un angle donné* bac (fig. 85).

Du point *a* comme centre, et d'une ouverture de compas prise à volonté, décrivez un arc de cercle *df* ; puis, du point A, avec la même ouverture de compas, décrivez un autre arc indéfini DG ; ensuite, prenez avec le compas la grandeur de la corde *df*, et portez-la de D en F.

Par le point A et le point F menez la ligne droite AFC, qui fera, avec AB, l'angle BAC égal à l'angle proposé.

Au moyen de ce problème, on peut, par un procédé fort simple, mener par un point donné A, une parallèle à la ligne BC. Pour cela, tirez une ligne indéfinie AE; faites l'angle EAF égal à l'angle AGB, et menez AF, qui sera la parallèle demandée.

143. *Sur une ligne donnée* AB, *décrire un cercle tel, que tous les angles ayant leur sommet à sa circonférence, et s'appuyant sur la droite* AB, *soient égaux à un angle donné* (fig. 87).

Menez par le point A une ligne AF qui fasse avec AB un angle BAF, égal au complément de l'angle donné; cette ligne coupera en O la perpendiculaire EO qu'on élevera sur le milieu de AB; en sorte que le point O sera le centre, et AO le rayon.

D'après cette construction, il est bien évident que tout angle ACB qui aura son sommet à la circonférence de ce cercle, sera égal à l'angle donné.

Ce problème s'énonce ordinairement ainsi:

Sur une ligne donnée, décrire un segment capable d'un angle donné.

144. *Décrire un triangle qui ait les côtés égaux aux lignes droites* A, B, C, *chacun à chacune* (fig. 88).

Tirez DE égal à la ligne C; puis du point E pris pour centre, et d'un rayon égal à la ligne A, décrivez un arc; ensuite, du point D pris pour centre, et d'un rayon égal à la ligne B, décrivez un autre arc qui coupera le précédent en un point F; enfin, menez les droites DF, EF.

Remarquez que si la somme des deux petites lignes

données était moindre que la plus grande ligne donnée, le problème serait impossible.

145. *Diviser un angle quelconque* BAC *en deux parties égales* (fig. 85).

Du sommet de l'angle A, comme centre, et d'un rayon à volonté, décrivez un arc DF; ensuite, des points D et F, pris successivement pour centres, et avec le même rayon, décrivez deux arcs qui se coupent en un point H, par lequel vous menerez la ligne AH qui divisera l'angle donné en deux également.

146. *Sur une ligne droite donnée* GH *décrire une figure qui soit semblable à une autre figure donnée* ABCDEF (fig. 89).

Pour résoudre cette question, qui est une des plus importantes du levé des plans; du point A menez des diagonales aux angles C, D, E, et prenez sur le côté AB, prolongé s'il est nécessaire, une partie *ab* égale à GH; par le point *b*, menez *bc* parallèlement au côté BC; par le point *c*, menez *cd* parallèlement à CD; par le point *d*, menez *ed* parallèlement à ED; enfin, par le point *e*, menez *ef* parallèlement à EF, et vous aurez la figure A*bcdef*, semblable à celle proposée.

Au lieu de mener toutes les diagonales à partir du sommet d'un même angle, on fera mieux, pour plus d'exactitude, de lier tous les angles de la figure aux deux extrémités de l'un de ses côtés.

147. *Construire une figure semblable à une autre et dont la surface soit à celle-ci comme* x *est à* y (fig. 83).

Menez une droite DE, que vous diviserez dans le rapport de x à y (138), et sur laquelle vous décrirez une demi-circonférence; au point de division F, élevez une perpendiculaire FG, et tirez les cordes GE, GD; enfin portez sur GD, de G en R, l'un des côtés a de la figure donnée, et menez RH parallèlement à DE; la partie GH sera homologue au côté a, car on a

$$EG^2 : GD^2 :: GH^2 : GR^2,$$

et $$EG^2 : GD^2 :: EF : FD :: y : x.$$

Donc $$HG^2 : a^2 :: y : x.$$

Ainsi, la question se réduit à faire sur GH un polygone semblable à celui proposé (n° précédent).

Remarque. 1°. On a porté le côté a sur la plus grande corde parce qu'on suppose x plus grand que y. Dans la supposition contraire, on le porterait sur GE.

2°. Il sera toujours facile de déterminer en nombre la valeur de GH, car la proportion $GH^2 : a^2 :: y : x$,

donc $$GH = \sqrt{\frac{a^2y}{x}},$$

c'est-à-dire que GH est moyen proportionnel entre a et $\frac{ay}{x}$.

Soit donc $a = 500$; $x = 3$, et $y = 2$,
on aura

$$GH = \sqrt{\frac{500^2 \times 2}{3}}, \quad \sqrt{166667} = 408,2.$$

148. *Changer le triangle* ABC *en un autre de*

même surface, et qui ait son sommet au point D (fig. 90).

Menez AL parallèle à BC (123), et joignez les points B et D par une droite BD. Du point E où ces deux lignes se coupent, menez une droite EC, et vous aurez un triangle BEC égal au proposé.

Menez DC, sa parallèle EF et la ligne DF; alors le triangle BDF aura toutes les conditions requises.

Le problème n'aurait pas plus de difficulté si le point D était au-dessous du point A, ou bien sur un des côtés, ou dans l'intérieur du triangle.

149. *Transformer un polygone quelconque en un autre qui ait un côté de moins et qui lui soit égal en surface.*

Soit un pentagone ABCDE (fig. 91) à réduire en un quadrilatère de même surface; joignez les deux angles B et D par une droite BD, et par le sommet de l'angle C, menez CF parallèlement à BD; ce qui vous donnera, sur la ligne AB prolongée, un point F que vous joindrez au point D, pour avoir le quadrilatère AFDE égal au pentagone proposé.

150. *Transformer une figure quelconque en un parallélogramme équivalent, et qui ait pour base un côté donné.*

Transformez d'abord la figure en un triangle de même surface, qui ait pour base le côté donné; la moitié de la hauteur de ce triangle sera le côté inconnu du parallélogramme.

S'il s'agissait de transformer une figure rectiligne en

un carré de même surface, on y parviendrait toujours en convertissant cette figure en un triangle équivalent, et en prenant une moyenne proportionnelle entre la base et la moitié de la hauteur pour le côté du carré à construire.

En faisant une construction semblable à la précédente, on transformera le quadrilatère AFDE (fig. 91) en un triangle DGF de même surface, et, par une suite d'opérations semblables, on transformera un polygone quelconque en un triangle équivalent.

Ce problème est principalement utile pour la division des champs, qu'on fait faire facilement au moyen de ces sortes de tranformations, lorsque la figure à partager n'est pas trop sinueuse, et que l'on ne veut point une très grande précision dans le partage. Ces transformations se font très promptement au moyen de l'un des instrumens dont on a parlé dans le dernier paragraphe du n° 134.

Des échelles.

151. On nomme *échelle*, une ou plusieurs lignes parallèles divisées en un certain nombre de parties égales, dont les unes représentent l'unité qui a servi de mesure sur le terrain, comme le *mètre*, la perche,... etc., et dont les autres forment communément *dix* de ces unités.

On fait un fréquent usage d'échelles dans l'Arpentage et surtout dans le levé des plans où elles sont indispensables; c'est par leur secours qu'on représente en petit, et dans leur juste proportion, les dimensions que l'on a prises sur le terrain.

L'échelle dont on se sert le plus ordinairement, se nomme échelle des *parties égales*, et quand elle est construite de manière à ce que l'on puisse prendre les parties décimales, on lui donne le nom d'*échelles des dixmes*. Voici la construction de cette dernière échelle.

Tracez une ligne indéfinie DE (fig. 92), et portez sur cette ligne, en partant du point D, dix fois de suite une même ouverture de compas; prenez la distance AD de ces dix ouvertures et portez-la de A en F, de F en G..., etc., et des points D, A, F..., etc., menez à la ligne DE, des perpendiculaires que vous ferez égales à AD; divisez DC, CB, AB ou EH de la même manière que AD; et par les points de division de ces perpendiculaires, menez des droites que vous couperez par des transversales, dont la première partira du point A et tombera sur le point de la première division de la ligne CB. La seconde partira du point 1, et tombera à la seconde division, et ainsi de suite jusqu'à la dernière, qui partira du point 9 et joindra le point C; enfin numérotez les divisions comme elles le sont dans cette figure, et l'échelle sera construite. Au moyen de cette construction, le triangle rectangle AB*a* sera coupé en parties proportionnelles, dont la première vaudra un dixième, la seconde deux dixièmes,... etc., de sorte que si l'on veut prendre sur cette échelle, par exemple, 20,6, ce sera la distance *bc* qui représentera cette quantité. Si l'on voulait 23,6, on prendrait la distance *bd*; enfin si l'on demandait 35,75, comme la fraction décimale se trouve entre 70 et 80, ou entre 7 et 8, on prendrait la distance *ef*; ainsi des autres.

Remarque. 1°. Quoique l'ouverture qui représente l'unité qui a servi à mesurer sur le terrain, et que l'on porte dix fois de suite sur la ligne indéfinie DE, soit arbitraire, elle doit néanmoins être proportionnée à la grandeur du papier destiné à représenter le plan qu'on veut faire, en évitant pourtant de donner à cette ouverture moins de trois millimètres, parce qu'il n'est pas possible de faire des opérations exactes sur des plans construits avec une échelle au-dessous de ce nombre. Il faut, autant qu'il est possible, dans la pratique du levé des plans, donner cinq millimètres pour unité, afin que les parties décimales soient plus sensibles.

L'échelle de 1 à 5000 donne 2 millimètres pour perche; celle de 1 à 2500 en donne 4. Ces deux échelles sont recommandées aux arpenteurs forestiers, et pour le cadastre : la première est trop petite pour mesurer des superficies, la seconde est plus exacte. Celle de 1 à 2000 donne 5 millimètres pour 10 mètres.

L'échelle de 1 à 500 est de 2 décimètres pour 100 mètres; on en fait usage dans les ponts et chaussées pour le tracé des profils.

2°. Lorsqu'on a un grand plan détaillé à rapporter à la même échelle, les pointes du compas dégradent cette échelle de manière qu'il n'est plus possible de s'en servir. Pour éviter d'en construire de nouvelles chaque fois que l'une est altérée, on pourra la faire graver sur une règle de cuivre; alors cette échelle servira d'étalon pour en faire de semblables.

Pour rendre ces échelles portatives, il faut coller du

papier un peu fort sur une règle de bois sec, puis rapporter dessus l'échelle qui est sur la règle de cuivre, et recommencer cette opération toutes les fois qu'on le croira nécessaire.

Si l'on opère avec celle de cuivre elle sera beaucoup plus de temps à être endommagée, mais il faudra, pour prendre les mesures sur cette échelle, un compas à pointes sèches.

152. *Mesurer la grandeur d'un angle sur le papier.*

Il ne suffit point de savoir faire un angle égal à un autre, et de pouvoir le diviser en deux également, il faut encore en déterminer la valeur : on y parvient facilement au moyen d'un instrument qu'on nomme *rapporteur,* qui n'est autre chose qu'un demi-cercle de cuivre ou de corne (133), divisé en 200 parties ou degrés. Le centre de cet instrument est marqué par un petit trou, et quelquefois par une échancrure; les degrés ou demi-degrés sont marqués sur le limbe.

Si je veux connaître le nombre de degrés que vaut l'angle A, je pose le rayon AD (fig. 93), du rapporteur sur le côté AB, de manière que le centre du demi-cercle se trouve précisément au sommet de l'angle A, et remarque sur le limbe du rapporteur le nombre de degrés qui se trouvent compris dans l'angle DE. Si, par exemple, ce nombre est 50, l'angle A sera de 50°.

Il arrive souvent que la ligne AB se trouve placée de manière que le rayon du rapporteur excède le papier sur lequel on opère; alors, à cause que les divi-

sions du rapporteur ne se trouvent que sur les extrémités du limbe, on ne peut point déterminer la valeur de l'angle sans s'exposer à commettre des erreurs; mais on peut éviter cette difficulté en prolongeant AC au-dessous de AB, et prenant la valeur de l'angle opposé.

Si l'espace qui se trouve au-dessous de AB n'était pas lui-même assez grand pour pouvoir prendre avec le rapporteur la valeur de cet angle, il faudrait transporter l'angle à mesurer sur un papier assez grand pour pouvoir en obtenir la mesure.

Dans ces opérations graphiques, il faut avoir soin de bien appliquer la ligne centrale, ou le diamètre du rapporteur, sur celle donnée sur le papier; c'est principalement de cette attention que dépend l'exactitude de ces mesures.

Si l'on veut la valeur de l'angle A avec plus de précision, on peut faire adapter au rapporteur un vernier semblable à celui qui est sur l'alidade du graphomètre; ou bien, ce qui est encore plus simple, on prendra avec un compas 500 parties d'une échelle quelconque; on portera cette ouverture de compas sur AB et AC, on joindra les points de division D et E, et l'on mesurera sur la même échelle la ligne DE; puis on aura, par les principes de la Trigonométrie, dont nous parlerons par la suite,

$$\sin \frac{1}{2} A = \frac{DE}{2AD} = \frac{300}{1000} \text{ ou } 0,3,$$

en supposant que DE a été trouvé de 300 sur l'échelle.

Le logarithme de 0,3 = 9.47712, lequel répond à 19°40′; donc l'angle A = 38°80′.

La table des sinus naturels pour la nouvelle division donne tout de suite 0,3 = 19°40′. Cette table n'est autre chose que la deuxième de celles qui sont à la fin de cet ouvrage.

153. *Construire une ellipse sur le papier.*

On peut suivre la méthode enseignée au n° 90 pour construire l'ellipse sur le terrain, en substituant un fil au cordeau, et un crayon ou une plume au piquet *m*.

On peut aussi décrire une ellipse de cette manière. Après avoir déterminé les points H et N, prenez sur les deux axes les parties EI, CH (fig. 47), égales chacune à GN. Du point H pris pour centre et avec CH pour rayon, décrivez un arc indéfini *m*C*o*. Menez IH, et du milieu de cette ligne, élevez une perpendiculaire *k*L que vous prolongerez jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe EF, ou son prolongement. Tirez la droite L*m*, et du point L pris pour centre, et avec LE pour rayon, décrivez l'arc E*m*. La courbe E*m*C que cet arc formera avec l'arc *m*C, sera le quart de la ligne elliptique demandée; par conséquent, si l'on décrit ensuite les autres parties ED, FC, FD, on aura cette ligne entière. Cette manière de décrire l'ellipse n'est pas bien géométrique, mais elle est suffisante dans la pratique.

154. Nous sommes maintenant en état de rapporter toutes les opérations qu'on a faites sur le terrain.

Pour construire une figure semblable à celle qu'on a mesurée, la pratique a ses méthodes particulières, selon l'instrument dont on s'est servi pour lever le plan.

Quand on n'a employé qu'une chaîne, la construction se fait au moyen des triangles semblables; si l'on s'est servi de l'équerre, on fait usage des trapèzes et triangles rectangles; et lorsqu'on mesure avec le graphomètre ou tout autre instrument qui donne la valeur des angles, le rapport s'opère ordinairement en faisant les angles égaux et les côtés proportionnels à ceux du terrain.

Rapport des mesures prises avec la chaîne.

155. Pour rapporter sur le papier le plan de la figure 30 que j'ai mesuré sur le terrain avec la chaîne seulement, je tire au crayon, sur le papier, une ligne AB à laquelle je donne autant de parties de l'échelle que son homologue sur le terrain contient de perches; puis, du point A pris pour centre, et avec la valeur de AC pris sur l'échelle, je décris un arc, et, du point B aussi pris pour centre, je décris avec BC pris sur la même échelle, un autre arc qui coupe le premier en un point C.

Ensuite, je prends sur l'échelle la distance CD trouvée sur le terrain, et du point C, avec cette même ouverture de compas, je décris un arc; je porte la valeur AD sur l'échelle, et avec cette ouverture, je décris du point A un autre arc qui coupe le précédent en D; enfin, des points A et D pris successivement pour centre, et avec la valeur des côtés DE, DE du terrain pris

sur l'échelle, je décris deux arcs qui se coupent en un point E, et je joins tous ces points par des droites qui forment la figure ABCDE, semblable à celle du terrain.

Rapport des Figures levées avec l'équerre.

156. Si la figure qu'il faut rapporter sur le papier a été levée sur le terrain avec une équerre, menez au crayon une ligne indéfinie *ab*, pour représenter la base AB (fig. 35); donnez à cette ligne indéfinie autant de parties de l'échelle qu'il y a de mesures dans sa correspondante AB, et prenez sur votre échelle les distances marquées sur cette base entre les perpendiculaires qui y sont élevées tant à droite qu'à gauche, pour les porter sur cette ligne indéfinie *ab*.

Élevez aux points où ces mesures finiront, des perpendiculaires auxquelles vous donnerez autant de parties de l'échelle, que celles qu'elles représentent sur le terrain contiennent de mesures.

Enfin, joignez les points *a*, *c*, *d*, *e*, *f*, etc., par les droites *ac*, *cd*, *de*, *ef*, etc., et vous aurez le plan du terrain proposé; car, d'après cette construction, il est évident que le terrain et le plan seront composés d'un égal nombre de trapèzes et de triangles semblables.

Le rapport de la figure 37 ne serait pas plus difficile; il ne s'agirait, comme ci-dessus, que de tracer la base AB, et de lui donner autant de parties de l'échelle, que celle qu'elle représente sur le terrain contient de mesures; d'élever les perpendiculaires situées tant à droite qu'à gauche de cette base, de donner à

chacune autant de parties de l'échelle que sa correspondante contient de fois la mesure dont on s'est servi, et de mener du point A au point C une ligne AC, du point C au point D une ligne CD, et du point y au point F une ligne yF ; enfin, d'élever sur ces nouvelles bases, aux points indiqués, des perpendiculaires auxquelles on donnerait la longueur écrite dans le canevas qui sert au rapport, et de mener aux extrémités I, K, L, etc., des lignes droites à l'encre pour former cette figure.

Toutes les lignes tracées au crayon qui ne font point partie du périmètre de la figure, doivent être ponctuées légèrement ; il faut même les effacer lorsque le plan n'a été levé que pour en connaître la forme et la contenance.

157. En faisant le rapport d'un plan, il y a des arpenteurs qui portent à mesure les distances qui se trouvent entre les perpendiculaires, ce qui les empêche souvent de clore avec précision ; car après avoir pris la longueur d'une ligne en plusieurs ouvertures de compas, il arrive presque toujours qu'en mettant ces ouvertures bout à bout, la droite qui en résulte est plus ordinairement grande que sa véritable longueur.

Pour éviter ces petites erreurs, il vaut mieux faire l'addition des quantités trouvées, et prendre le total sur l'échelle avec le compas, afin de porter ces différentes mesures en une seule fois, et procéder ensuite au détail sur cette ligne, ainsi que nous l'avons fait ci-dessus.

158. Avant de passer au rapport des figures levées

avec le graphomètre, ou tout autre instrument semblable, j'observerai qu'on peut résoudre avec l'échelle et le compas, et d'une manière très expéditive, toutes les questions qui n'exigent pas une exactitude rigoureuse, ainsi que cela arrive dans les opérations ordinaires du levé des plans.

Par exemple, si l'on voulait résoudre la question du n° 74, en n'employant que l'échelle et le compas, on opérerait ainsi :

Si l'on fait passer un cercle par les trois points B, C, E (fig. 33), BC sera le diamètre de ce cercle; car l'angle droit E, dont le sommet est à la circonférence, a ses côtés appuyés sur les extrémités de ce diamètre. Cela posé, on prendra sur une échelle de proportion autant de parties que la ligne BC contient de mesures, et l'on élevera la perpendiculaire AD que l'on fera indéfinie; puis, du milieu F de BC, on décrira l'arc BG, et l'on prendra sur la même échelle autant de parties qu'on a trouvé de mesures sur le terrain en allant de B en E; on portera cette ouverture de compas sur cet arc pour avoir le point E de l'angle droit, et l'on prolongera la ligne BE jusqu'à ce qu'elle rencontre l'indéfinie AD.

Le point d'intersection sera le sommet du triangle qu'on veut construire, et qu'on achèvera en menant la ligne AC. On prendra avec le compas la hauteur AD, qu'on portera sur la même échelle pour voir à quel nombre de parties elle répond.

Les mesures trouvées sur le terrain étant les mêmes qu'au n° 74, et si l'on a d'ailleurs bien opéré dans la construction graphique qu'on vient d'indiquer, on trouvera que cette perpendiculaire AD répond à peu

près à 111 ou 112 parties de l'échelle, si surtout l'angle BAD n'est pas trop aigu, car plus cet angle approchera de l'angle droit, plus l'opération sera juste.

Rapport des opérations faites avec le graphomètre.

159. On peut représenter un terrain levé avec le graphomètre de plusieurs manières.

Soit la figure 65 dont on veut représenter le plan sur le papier.

En se servant des lignes AE, BE, CF, DF, trouvées par le calcul, cette figure se construira comme si elle avait été levée avec l'équerre; mais si l'on ne veut point employer ces lignes, on fera usage des angles observés et des lignes mesurées.

Pour cela, je tire sur le papier destiné à recevoir le plan, une droite BC, à laquelle je donne autant de parties de l'échelle qu'il y a de mesures sur le terrain de B en C; aux extrémités B et C, je fais sur cette droite, avec un rapporteur, les angles ABC, BCD égaux, chacun à chacun, à leurs homologues observés sur le terrain; puis je donne aux côtés AB, CD, autant de parties de l'échelle que j'ai trouvé de mètres, en mesurant ces côtés avec la chaîne, et des points A et D, je mène CD qui forme le plan qu'il fallait construire.

Si l'on avait mesuré la ligne AD, on s'assurerait de l'exactitude tant du rapport que des mesures prises sur le terrain, en examinant si cette ligne AD du rapport contient, à très peu de chose près, autant de parties de l'échelle qu'on a trouvé de mesures dans son homologue sur le terrain; je dis à très peu près, car les divers

accidens de la propriété sur laquelle on opère, peuvent causer une différence qu'on néglige quand elle est de peu de chose.

L'opération serait la même et ne serait pas plus difficile, quand la figure à construire aurait un plus grand nombre de côtés.

160. On pourrait opérer de la même manière pour représenter sur le papier le plan de la figure 71 ; mais comme il serait trop long de calculer tous les côtés et les angles de ce terrain, il est plus expéditif d'opérer comme il suit :

Tirez sur le papier une droite *ab* que vous ferez égale à AB; faites sur *ab* les angles *cad*, *dae*, *eaf*, etc., qui aient chacun le point *a* pour sommet et qui soient égaux aux angles CAD, DAE, EAF, etc., chacun à chacun.

Décrivez aussi sur la même ligne et par le même moyen, les angles *abk*, *abi*, etc., qui aient chacun le point *b* pour sommet, et qui soient égaux aux angles ABK, ABI, etc., chacun à chacun.

Enfin, tirez par les points où ces lignes se coupent, les droites *ac*, *cd*, *de*, *ef*, etc., qui formeront le plan demandé.

C'est ainsi que quand toutes les opérations indiquées, par exemple à la figure 76, seront terminées sur le terrain, on pourra opérer pour faire le rapport de cette figure sur telle échelle qu'on voudra, et il est bien évident que, dans cette construction, on s'apercevra si l'on s'est trompé dans la mesure des angles ou des côtés,

par l'impossibilité où l'on se trouvera alors de se fermer ou de *quadrer*.

On peut s'assurer de son opération par divers moyens: par exemple, comme on a dû mesurer la largeur de chaque pièce sur la ligne *o*L, on verra si, en prenant ces distances sur l'échelle, et les portant sur cette même ligne sur le papier, les points répondent à ceux indiqués par les perpendiculaires, etc.

161. Les plans levés avec la boussole se rapportent un peu différemment. J'en donnerai un exemple après avoir expliqué la manière d'opérer avec cet instrument.

Enfin, quand on lève avec la planchette, le plan se trace sur le papier à mesure qu'on opère sur le terrain, ce qui évite d'en faire le rapport au cabinet, ainsi qu'on le verra lorsque nous nous occuperons du levé des détails d'une grande carte; mais lorsqu'on veut faire un plan bien propre, on est souvent obligé de le copier; car ce plan n'est pas toujours à l'abri des accidens, surtout lorsque le papier reste long-temps sur la planchette.

162. Lorsqu'un plan est exactement rapporté, et qu'on veut y mesurer une certaine étendue, on y parvient en réduisant la figure ou la portion proposée à mesurer, en triangles, par des lignes tirées au crayon; puis, pour avoir la surface de chaque triangle, on prend pour base le plus long côté de chacun, et l'on élève une perpendiculaire au sommet de l'angle opposé; on porte la base et la perpendiculaire de chaque triangle sur l'échelle, pour connaître le nombre des parties qu'elles

contiennent; enfin, le produit de l'une de ces lignes par la moitié de l'autre, donne la surface du triangle.

Cet article sera plus amplement détaillé en traitant de la manière de faire graphiquement tous les calculs d'un plan.

163. *Remarque.* Lorsque les mesures seront cotées sur le plan et qu'elles pourront servir, c'est-à-dire, lorsque les perpendiculaires ne seront pas coupées obliquement, on aura soin de s'en servir, car elles seront toujours plus exactes que celles qu'on obtiendra sur le plan, quelques précautions que l'on prenne.

Ainsi, si les points *o*, *p*, *t*, *u*, *d*, B, F, O, *n* (fig. 37), étaient marqués sur le plan, et qu'on voulût connaître la surface de cette portion de terrain sans aller sur les lieux, comme la partie *gd*B*y*FOE, dont les distances se trouvent marquées n'est point coupée, je me sers des mesures qui y sont pour en connaître la superficie, et je réduis le reste EO*noptug* en triangles, par des lignes très fines tirées au crayon. Ensuite, j'abaisse les perpendiculaires *l*E, *uk*, *nm*, *qn*, *pq*, *su*, que je porte sur l'échelle afin de connaître la hauteur de ces triangles; je porte aussi leur base sur la même échelle pour en connaître la longueur que je multiplie par la moitié de la hauteur; enfin, j'ajoute la somme de tous ces triangles avec la partie *gd*B*y*FOE et le résultat de l'addition me donne la surface cherchée.

Si la ligne *ud* avait abouti au point *e*, on aurait pu se servir des dimensions écrites dans la portion B*y*FOE*he*B, en supposant que le petit trapèze *hife* ne se fût point trouvé coupé, etc.; c'est par ce moyen

qu'on peut trouver la surface d'une province, d'un département, etc., en la mesurant bien exactement sur la carte.

164. On peut aussi trouver la hauteur d'un objet quelconque AC (fig. 60), car cette hauteur contient autant de fois la mesure qu'on a employée pour connaître ED, que la ligne *ad* sur le papier contient de parties de l'échelle qui a servi au rapport de cette figure.

Les personnes qui ne connaissent point les règles de la Trigonométrie, se servent de cette méthode graphique pour trouver les côtés et les angles d'un triangle dont elles ont mesuré les parties nécessaires; et comme les opérations que l'on fait sur le papier ne sont jamais bien exactes, elles ont soin de faire un triangle avec une grande échelle, afin que les erreurs soient moins fortes.

165. Lorsqu'on veut rapporter de grandes lignes, le rapporteur ordinaire est insuffisant. On en trouve de la grandeur des graphomètres et divisés de la même manière, c'est-à-dire, munis d'un vernier, ainsi que nous l'avons déjà dit; mais ce n'est pas sans inconvénient que l'on fait usage de ces grands rapporteurs. On y supplée avantageusement par les tables des cordes, connues sous le nom de rapporteur exact. Ce livre est connu, et son usage est expliqué en tête. Voici un exemple.

Pour rapporter l'angle BAC (fig. 85), de 35°, par exemple, prenez sur votre échelle une ouverture de compas de 1000 parties, avec laquelle vous décrirez du

point A l'arc DG; ouvrez le livre et prenez la corde de 35°: avec cette distance, et du point D comme centre, décrivez un autre arc qui coupera le premier au point F, par lequel vous ferez passer AFC pour avoir l'angle demandé. Réciproquement, lorsqu'on a l'ouverture d'un angle, on connaît de combien de degrés et minutes cet angle est composé;

166. *Remarque.* Cette table, quoique très commode, n'est pas sans quelques inconvéniens lorsque l'échelle est grande, parce qu'alors il faut un très grand compas pour pouvoir opérer. Par exemple, s'il fallait sur un plan construit à l'échelle de 1 à 2500, faire un angle de 84° ancienne division, il faudrait prendre sur cette échelle 1338^{m},3 qui est la corde de ce nombre de degrés, et l'on sait que l'on n'a pas toujours à sa disposition un compas assez grand pour pouvoir prendre cette distance sur une échelle de cette proportion. Il y a même des plans que l'on fait à l'échelle de 1 à 1250, de 1 à 1000, etc.

Je sais qu'on peut prendre son ouverture de compas de 500 ou 250, et alors la moitié ou le quart de la corde de 84°; mais, dans ce cas, si l'intersection n'est pas précisément à sa place, le prolongement de la ligne qui doit passer par cette intersection tant soit peu mal placée, s'écartera d'autant plus de sa véritable place, que le côté du triangle serait plus grand.

On peut diminuer ces inconvéniens en faisant usage de la table II construite pour l'ancienne et la nouvelle division.

Ainsi que nous l'avons déjà dit (152), cette table

n'est autre chose que les sinus naturels dont on prend seulement les trois premiers chiffres pour unités, les autres représentent une partie fractionnaire qu'on peut borner à un seul chiffre, et même les unités suffisent pour le rapport. Elle sert aux mêmes usages que celle des cordes, mais elle est plus commode, en ce que l'on n'est point assujetti à opérer avec un grand compas. On peut prendre plusieurs ouvertures si cela est nécessaire; d'ailleurs, on retrouve dans cette table celle des cordes, car, sachant que le sinus d'un arc est la moitié de la corde d'un arc double, il est évident qu'en doublant le sinus de 11° 25′, on aura la corde de 22° 50′.

Soit pour exemple un angle de 42°20′ nouvelle division, que l'on veut faire en un point A sur une ligne donnée.

Cherchez ce nombre de degrés et minutes dans la table, vous trouverez, vis-à-vis, le nombre 615,4, et dans la colonne suivante, vous lirez 788,2; ce dernier nombre est le sinus du complément de 42°20′. Portez 788,2 sur la ligne donnée en partant du point A, et à l'endroit où la mesure finira, élevez à cette ligne une perpendiculaire à laquelle vous donnerez 615,4 de votre échelle; puis vous tracerez par le point A et l'extrémité de cette perpendiculaire, une droite indéfinie qui déterminera l'angle qu'il fallait construire.

Si l'angle était donné de position, et qu'on voulût en connaître la valeur, on porterait 1000 parties sur un des côtés de l'angle; et du point où la mesure finirait, on abaisserait sur l'autre côté une perpendiculaire qui serait le sinus de l'angle qu'on demande, et l'on en trouverait la valeur dans la table vis-à-vis ce nombre. On

peut aussi opérer d'après la formule indiquée n° 152. Tous ces procédés découlent du même principe. Quoique cette table ne soit que de 10 en 10 minutes pour la nouvelle division, et de 6 en 6 pour l'ancienne, elle sera néanmoins toujours suffisante pour ces opérations; d'ailleurs on pourra établir les différences s'il est nécessaire d'y avoir égard.

167. Il n'est pas rare de voir sur une même carte le plan de plusieurs parties séparées les unes des autres, et rapportées avec des échelles de différentes grandeurs, que l'on place au bas du plan avec une indication du n° ou de la portion à laquelle elles ont rapport; alors, en opérant sur ces plans, il peut arriver que l'on se serve d'une échelle pour une autre; dans ce cas, voici comment on peut rectifier l'erreur qui pourrait résulter de cette méprise.

En faisant *a* la longueur d'une perche de l'échelle du plan, *b* celle de l'échelle dont on s'est servi, *c* la superficie trouvée, et *d* celle qu'on aurait trouvée en mesurant avec l'échelle du plan, on a

$$a^2 : b^2 :: c : d = \frac{b^2 . c}{a^2 .}.$$

Soit l'échelle du plan de 5 millimètres, celle dont on s'est servi de 4, et la superficie mesurée $= 178^{m}$; on aura

$$d = \frac{4^2 \times 178}{5^2} = \frac{16 \times 178}{25} = 113^{m},92.$$

Si l'on s'était servi d'une échelle de 5 millimètres $\frac{1}{2}$,

au lieu de 6 millimètres, on aurait

$$d = \frac{6^2.c}{(5\frac{1}{2})^2} = \frac{36c}{30,25} = \frac{144.c}{121},$$

et ainsi des autres.

168. Puisque, par erreur, on peut se servir d'une échelle pour une autre, il peut aussi arriver que la chaîne avec laquelle on mesure, diffère de sa longueur réelle. Cela arrivera toutes les fois qu'on se servira d'une chaîne à petits chaînons, et qu'on n'aura pas le soin de la vérifier souvent; dans ce cas, il existera nécessairement une erreur dans la superficie trouvée en mesurant.

Pour la rectifier, on se servira de l'équation

$$d = \frac{b^2.c}{a^2} \ .... \ (167);$$

mais à cause que $a^2 = 1$, on a $d = b^2.c$; c'est-à-dire, que pour avoir la superficie rectifiée, il ne s'agit que de multiplier le carré de la longueur de la chaîne avec laquelle on a mesuré, par la superficie que l'on a obtenue avec cette chaîne.

Supposons qu'après avoir mesuré une surface de 10 arpens 15 perches, on s'aperçoive que la chaîne avec laquelle on a mesuré était trop grande de 5 millimètres; c'est-à-dire, qu'elle était de 1,005; au lieu de 1, on aura

$$(1,005)^2 \times 1015 = 1,010025 \times 1015 = 1025,175,$$

ou 10 arpens, 25 perches, 17 mètres $\frac{1}{2}$.

C'est par ce moyen qu'on a construit des tables de

comparaison des différentes perches les unes aux autres. Ces tables étaient très commodes, car tous les jours un arpenteur opérait dans des pays où la chaîne était différente; et lorsqu'il se servait d'une chaîne qui n'était pas celle du lieu, il était obligé de faire la réduction, ce qui lui demandait beaucoup de temps.

La même difficulté n'existe plus, puisque la mesure est partout la même; seulement, tant que la quantité portée aux titres ne sera pas convertie en nouvelles mesures, il faudra l'y réduire.

Si je voulais convertir 5 arpens 20 perches, ancienne mesure de Paris, en nouvelles mesures; au lieu de chercher le rapport de la perche carrée au mètre carré comme on l'a fait au n° 24, je cherche celui de cette même perche au décamètre carré : ce rapport est :: 1 : 0,3418861, et la formule $d = b^2.c$, donne $0,3418861 \times 520 = 177,78$, ou 1 arpent 77 perches 78 centièmes.

169. Il peut encore arriver qu'en levant un plan, on oublie d'écrire quelques mesures sur le canevas, et que l'on ne s'aperçoive de cet oubli que lorsqu'on a quitté les lieux; dans ce cas, on examinera s'il ne serait pas possible de trouver ces dimensions omises sans retourner sur le terrain.

Par exemple, si, en mesurant la base G'g (fig. 76), on avait oublié d'écrire une distance gh, on trouverait cette ligne par le calcul, car on a :

$$gh = \sqrt{\overline{gi} - \overline{ih}};$$

Or, les deux lignes qui sont sous le radical sont con-

nues; car, outre la perpendiculaire *ih*, on a dû, pour plus d'exactitude, mesurer la largeur *gi*, *il*, de chaque figure.

Si l'on avait oublié d'écrire la distance *hk*, comprise entre les deux perpendiculaires *ih*, *lk*, on pourrait encore trouver cette distance en se servant des autres mesures connues.

En effet, si l'on imagine le triangle rectangle *ipl*, on aura le côté $lp = lk - ih$; et comme ces deux dernières lignes sont connues, ainsi que le côté *il*, on aura dans ce triangle les données nécessaires pour avoir le côté $ip = hk$.

En prenant la racine carrée du carré *gl*, moins celui *gk*, on aura la perpendiculaire *lk*, qu'on suppose avoir oublié d'écrire sur le canevas.

Si l'on connaît les angles et le contour du canton Y, comme cela doit être, on trouvera la ligne *gn*; qu'on suppose avoir été oubliée, sans avoir recours aux perpendiculaires élevées dans l'intérieur de ce canton, et sans retourner sur le terrain.

Pour parvenir à la connaissance de cette ligne, imaginez la perpendiculaire L*q*, afin d'avoir un triangle rectangle L*qn*, dans lequel vous connaîtrez l'hypoténuse et les angles, ce qui est suffisant pour déterminer *qn* et L*q*.

Ensuite, si vous imaginez la petite perpendiculaire *ur*, vous aurez un triangle rectangle L*ur* dans lequel vous connaîtrez les angles et le côté L*r* : ainsi vous déterminerez les distances L*u*, *ur*.

Concevez la perpendiculaire *sl*, sur laquelle vous en supposerez une autre au point *r*, afin d'avoir un triangle

rectangle *ltr*, dans lequel vous connaîtrez l'angle droit, le côté $tr = us$, que l'on trouve en ôtant L*u* de $Lq - lg$; on aura donc le côté *lt*, qui, étant ajouté à *ur*, donnera la perpendiculaire $ls = gq$.

Si l'on ajoute cette valeur à celle de la ligne *qn*, on aura évidemment la distance requise.

On peut trouver la distance *lt*, sans chercher le côté *tr*; car l'angle *rlt* vaut, dans cet exemple, $rlg - 100°$; ainsi on connaîtra les angles du triangle *ltr* avec le côté *lr*, ce qui suffit pour avoir *lt*.

Comme l'explication de ces différens cas n'est autre chose que ce que nous avons dit aux n[os] 84, 114 et suivans, je n'entrerai pas dans un plus grand détail sur cet objet.

170. Dans le cas où l'on aurait oublié de mettre l'échelle sur un plan, ou bien si elle se trouvait endommagée, on pourrait la rétablir en opérant comme il suit.

Choisissez dans le plan une figure triangulaire, dont la surface soit connue, comme cela doit être dans un plan géométrique; réduisez cette figure en un carré équivalent; divisez le côté de ce carré en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la racine de la superficie, et prenez une de ces parties pour celle de l'échelle cherchée.

Soit, par exemple, le triangle ABC (fig. 24), que je suppose de 169 perches de superficie. Si l'on prend une moyenne proportionnelle entre la base BC et la moitié de la hauteur AE, on aura le côté du carré égal en surface au triangle donné : or, comme cette surface $= 169$, dont la racine $= 13$, si l'on divise le côté du

carré en treize parties égales, une de ces parties sera la valeur d'une division de l'échelle; donc, si l'on prend dix de ces divisions, on aura le côté du carré de l'échelle, qu'on achèvera comme on l'a enseigné.

Si la superficie que l'on choisit n'est pas un carré parfait, sa racine contiendra nécessairement des subdivisions de l'unité principale. Dans ce cas, on multipliera cette racine par un nombre tel, que ces subdivisions disparaissent, et l'on augmentera la moyenne proportionnelle dans la même proportion, pour avoir une ligne qu'on divisera en autant de parties égales que cette racine multipliée contiendra d'unités.

Si, par exemple, la surface du triangle que l'on choisit est de 182,25, sa racine sera 13,5; je fais disparaître les subdivisions de cette racine en la multipliant par 2, ce qui me donne 27; je double la moyenne proportionnelle pour avoir une nouvelle ligne, que je divise en 27 parties égales, dont chacune vaut une division de l'échelle.

On peut se dispenser de doubler la moyenne proportionnelle, car en la divisant en 27 parties égales, une division de l'échelle sera évidemment égale à deux de ces parties.

On voit que si les unités fractionnaires étaient des centièmes ou des millièmes, cette opération serait pour ainsi dire impossible. Dans la pratique, on peut se contenter de chercher dans le plan une figure triangulaire dont la surface soit assez près d'un carré parfait, pour que l'échelle que l'on construira ne diffère qu'insensiblement de la véritable.

S'il n'était point possible de trouver un tel triangle,

on prendrait une figure quelconque que l'on réduirait en un triangle équivalent; mais si l'on ne trouvait aucune figure dont la surface fût très près d'un carré parfait, pour ne point causer d'erreur, on prendrait cependant celle qui en approche le plus; on construirait une échelle sur la ligne moyenne proportionnelle, qu'on diviserait en un nombre de parties égal à la racine carrée qui approche le plus de la surface de la figure, et l'on déterminerait son rapport en longueur avec la véritable échelle.

Par exemple, si la racine de la figure choisie contenait 16,32, on prendrait la seizième partie de la moyenne proportionnelle, égale au côté du carré de même surface que le triangle équivalent à la figure choisie, et l'on construirait une échelle dont le rapport avec la véritable serait :: 1600 : 1632, ou :: 50 : 51; c'est-à-dire qu'une division de cette échelle vaudrait 1,02 de celle du plan. Ainsi, lorsqu'on mesurera les distances avec cette nouvelle échelle, il faudra compter 1,02 pour chaque division; mais quand on voudra mesurer des superficies, il faudra compter en raison du carré de cette échelle; c'est-à-dire qu'il faudra multiplier la surface trouvée par 1,0404, carré de 1,02.

Usage du compas de proportion.

171. Le compas de proportion est fondé sur la similitude des triangles semblables; on en fait usage dans les opérations de l'arpentage lorsqu'on ne veut point une précision rigoureuse; mais quand le travail exige

de l'exactitude, on doit abandonner cet instrument, parce que l'artiste qui le construit et celui qui en fait usage, ne peuvent jamais atteindre le degré de précision convenable pour rendre insensibles les erreurs qu'il occasionne.

Voici les principaux usages de cet instrument :

Pour diviser une ligne droite, par exemple, en sept parties, on prendra, avec un compas ordinaire, la longueur de la ligne à diviser; on ouvrira le compas de proportion jusqu'à ce que l'une des pointes du premier compas étant posée sur le point de 70 de la ligne *des parties égales*, l'autre pointe tombe précisément sur le point correspondant 70 de la double ligne des parties égales.

Ensuite on prendra, avec un compas ordinaire, la distance du point 10 au point 10; l'ouverture de compas que l'on aura sera la septième partie de la ligne qu'on voulait diviser.

On était maître d'ouvrir le compas de proportion de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de la ligne à diviser, ses pointes tombassent précisément sur les points correspondans 140 et 140 des lignes des parties égales, et de prendre sur ces mêmes lignes la distance du point 20 au point 20 pour la septième partie de la ligne à diviser.

Cet exemple doit suffire pour faire voir comment on doit s'y prendre pour diviser, au moyen de cet instrument, une ligne droite en autant de parties égales que l'on voudra.

Cet instrument peut aussi servir d'échelle; car si l'on veut qu'une ligne droite quelconque représente une longueur de 100 perches, il ne s'agira que de

prendre, avec un compas ordinaire, la longueur de cette ligne, et d'ouvrir ensuite le compas de proportion jusqu'à ce que cette longueur tombe sur les points correspondans 100 et 100 des lignes des parties égales.

Le compas de proportion restant dans cette situation, il est évident que la distance du point 10 au point 10 représentera 10 perches, celle du point 11 au point 11 en représentera 11.... etc.

Si l'on veut que la même ligne représente 5 perches, on ouvrira le compas de proportion de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de cette ligne, ses pointes tombent sur les points correspondans 50 et 50 des lignes des parties égales; alors, la distance du point 10 au point 10 représentera une perche, et celle du point 3 au point 3 vaudra trois dixièmes de perche, ou trois mètres; ainsi des autres distances.

Pour mesurer les lignes du périmètre d'un polygone dont un des côtés contient un nombre de parties égales, prenez la ligne donnée avec *votre compas*, et mettez-la sur la ligne des parties égales, au nombre des parties sur chaque côté qui exprime sa longueur; le compas de proportion restant dans cet état, mettez la longueur de chacune des autres lignes parallèlement à la première, et les nombres où chacune d'elles tombera exprimeront la longueur de ces lignes.

Pour ouvrir le compas de proportion de sorte que les deux lignes des parties égales fassent un angle droit, prenez trois nombres 3, 4 et 5 ou leurs équi-multiples, 60, 80, 100, qui puissent exprimer les côtés d'un trian-

gle rectangle; prenez alors avec votre compas la distance de 100 à 100, et ouvrez l'instrument jusqu'à ce qu'une des pointes de votre compas étant mise sur 80, l'autre point tombe sur 60 de l'autre branche; alors les deux lignes des parties égales forment *un angle droit*.

Au moyen du compas de proportion, on peut aussi faire une figure semblable à une autre, et qui ait avec elle un rapport donné, par exemple, celui de 3 à 4.

Pour cela, prenez avec un compas ordinaire la longueur de l'un des côtés de la figure donnée; ouvrez ensuite le compas de proportion de manière que le compas ordinaire étant ouvert de la grandeur de ce côté, ses pointes tombent sur les points correspondans 4 et 4, ou 40 et 40 de la *ligne des plans;* sur les mêmes lignes, prenez la distance du point 3 au point 3, ou celle du point 30 au point 30; enfin sur l'une ou l'autre de ces deux dernières distances, construisez une figure semblable à celle donnée.

Avec le même instrument, on peut aussi connaître le rapport qui existe entre deux figures semblables; trouver une moyenne proportionnelle à deux lignes données; mesurer la grandeur d'un angle.... etc.

En se servant de la ligne des cordes, lorsque dans un triangle on connaît deux côtés et l'angle compris, on trouve facilement le troisième côté.

Par exemple, si les deux côtés sont respectivement 80 et 67, et que l'angle compris entre ces côtés soit de 32°, on trouvera le troisième côté en opérant ainsi :

Par la construction de cet instrument, la ligne des

cordes représente toutes les cordes depuis 1° jusqu'à 200°; par conséquent celle d'un arc de 32° sera égale à la trente-deuxième division de cette ligne des cordes.

Cela posé, prenez avec le compas ordinaire une ouverture égale à la corde de l'angle de 32°; posez les pointes de ce compas sur les points correspondans 100 et 100 des lignes des parties égales, et laissez le compas de proportion dans cette situation; ouvrez le compas ordinaire de manière qu'une de ses pointes étant posée sur le point 80 de la ligne des parties égales, l'autre tombe exactement sur le point 67 de la double ligne des parties égales : cette ouverture sera le troisième côté du triangle.

Il y a un autre compas de proportion sur lequel sont marquées les lignes de *sinus*, tangentes..., etc., et au moyen duquel on peut résoudre tous les problèmes de la trigonométrie rectiligne. Ce dernier instrument se nomme aussi secteur.

172. *Orienter un plan sur le papier.*

Soit la figure 40 dont on veut orienter le plan rapporté sur le papier.

Faites sur le plan l'angle PAN' = 119°80' (127); ensuite menez dans l'endroit que vous voudrez, une parallèle SN à la ligne AN', et vous aurez la ligne du nord : si la lettre N indique le nord, et S le sud ou le midi.

Si, au milieu de cette ligne, on élève une perpendiculaire OE, le point O représentera l'occident, et le point E l'orient, de sorte qu'on aura la position des

quatre points principaux qui partagent l'horizon en quatre parties égales; et si l'on divise les angles droits en deux également, on formera la rose des vents, comme on le voit sur cette planche.

Lorsque le plan est ainsi orienté, on juge de l'aspect qui convient à chaque figure; on voit, par exemple, que les figures qui forment le petit canton C′ (fig. 76), sont d'un côté à l'orient et d'un bout au nord; que celles qui forment le canton D′ sont d'un côté au nord, et d'un bout à l'orient.

Les figures qui n'ont point leur direction vers un de ces quatre points, prennent le nom du plus approchant; par exemple, celles marquées E′ auront le nord pour côté.

Quand le côté d'une figure est entre le nord et l'est, on dit que ce côté est *au nord-est*, et qu'il est *au sud-est*, lorsqu'il est entre le sud et l'est.

On a déjà pu remarquer qu'on peut dire indifféremment *sud* ou midi, *orient* ou *est*; on dit aussi *nord* ou *septentrion*, *occident* ou *ouest*.

Des bornes.

173. Les bornes sont des points fixes de séparation; on dresse ordinairement un procès-verbal de leur plantation.

Quand on veut mesurer une pièce de terre, de bois, de vigne . . ., etc., il faut voir si les limites ne sont pas assurées par des bornes, qui ne sont autre chose que des pierres plantées en terre pour séparer les possessions.

Quelquefois les propriétaires, par acte passé entre eux, conviennent qu'une haie ou certains arbres plantés entre leurs héritages, leur serviront de bornes, alors ces arbres deviennent *mitoyens*.

Quelquefois ce sont des rivières, des ruisseaux, des chemins, des fontaines, des étangs, des bois,... etc., qui servent de bornes aux propriétés; et quoique plusieurs de ces objets soient sujets aux variations, on les regarde néanmoins comme le bornage le plus certain.

Quelquefois aussi, par convention entre les particuliers, les bornes sont enfoncées en terre pour les garantir du soc de la charrue. Outre les cas de convention, on met sous les bornes quatre moellons qu'on appelle *témoins de la borne.* Au milieu de ces moellons on casse une tuile dont on rapproche les morceaux, que l'on nomme *témoins muets.* Enfin, au lieu de tuile, on met du charbon, des ardoises, ou une assez grande quantité de petites pierres ou cailloux. Les bornes se placent ordinairement aux angles des figures, afin qu'elles servent pour le bout et le côté; on en met aussi sur la longueur, mais elles ne peuvent servir que pour le côté.

Il est nécessaire de marquer les bornes sur les plans, telles qu'on les voit dans la figure 35, aux endroits A C D E F B N (fig. 35); il faut, autant que cela est possible, indiquer leur juste position en marquant la longueur des lignes et l'ouverture des angles qu'elles forment.

Tout propriétaire peut obliger son voisin au bornage de leurs propriétés à frais communs.

Il peut aussi clore son héritage lorsqu'il n'est point tenu de livrer un endroit de passage.

On fait beaucoup de clôtures dans les pays de métairies, et surtout dans ceux où l'éducation et l'engraissement des bestiaux font l'occupation principale du cultivateur. Les clôtures facilitent la garde des bestiaux, et les haies vives fournissent du bois pour le chauffage du métayer.

La première opération, dit M. Bosc, qu'un père de famille honnête et sage doive faire quand il entre en possession d'un domaine, c'est d'en faire vérifier le bornage par autorité judiciaire, en appelant tous les propriétaires attenans, ou de le faire faire, s'il n'existe pas. Combien de procès il évitera par ce moyen!

Lorsqu'une borne est douteuse, l'arpenteur doit avoir, pour la lever, un pouvoir par écrit des deux propriétaires voisins qui sont en contestation, ou une ordonnance du juge; car des lois non abrogées prononcent différentes peines contre ceux qui arrachent ou transposent des bornes.

D'après les lois qui nous régissent, quiconque aura en tout ou en partie comblé des fossés, détruit des clôtures de quelques matériaux qu'elles soient faites, coupé ou arraché des haies vives ou sèches; quiconque aura déplacé ou supprimé des bornes, ou pieds corniers, ou autres arbres plantés ou reconnus pour établir les limites entre différens héritages, sera puni d'un emprisonnement qui ne pourra être au-dessous d'un mois, ni excéder un an, et d'une amende égale au quart des restitutions et des dommages-intérêts, qui dans aucun cas ne pourra être au-dessous de 50 francs.

L'action pour déplacement de bornes, usurpation de terres, arbres, haies, fossés et autres clôtures faites dans l'année, ainsi que toutes autres actions possessoires, sont portées devant le juge de paix de la situation de l'objet litigieux.

La connaissance de l'action de bornage n'est donc point attribuée au juge de paix ; peut-être le nouveau code rural, que l'on attend depuis long-temps, apportera-t-il quelques changemens aux lois relatives aux bornage et clôtures. Le projet de code rural imprimé en 1808 par ordre du gouvernement, donne aux juges de paix l'action de bornage.

Vérification d'un procès-verbal d'abornement.

174. Il faut commencer par prendre connaissance du procès-verbal, puis vérifier la position et la figure des bornes qui y sont rappelées; voir si les distances de l'une à l'autre se rapportent à celles qui sont indiquées; examiner scrupuleusement si elles sont placées comme l'indique le procès-verbal, et si les riverains rappelés sont conformes aux limitrophes actuels ; enfin, il faut entrer dans tous les détails du procès-verbal, et s'assurer si tout s'accorde parfaitement.

Il peut arriver qu'en faisant cette vérification une borne indiquée par le procès-verbal ne se trouve point; alors voici ce qu'il faut faire pour trouver l'endroit où elle a été placée.

Soit le plan ABCDEFG (fig. 94), dont la borne A ne se trouve point sur le terrain, et dont on a les distances AG et AB sur le procès-verbal.

Si l'on avait la direction AG ou AB, on trouverait

la place de cette borne en mesurant l'une de ces lignes, et faisant fouiller au point A où la mesure finirait.

Si ces directions n'étaient point visibles, on ne pourrait pas opérer de même, car il est probable que l'on s'écarterait de ces limites; mais si l'angle G, par exemple, était connu, on pourrait déterminer la direction AG au moyen de cet angle.

Si l'angle B ou G n'était point marqué sur le plan, on mènerait une droite BG qu'on mesurerait; alors on connaîtrait les trois côtés du triangle ABG, et l'on chercherait la perpendiculaire AI, ainsi que sa distance aux points B et G; on marquerait le point I sur le terrain, et l'on éléverait la perpendiculaire AI qui passerait nécessairement sur la borne A.

Donc, si l'on mesure la longueur AI, on aura le point A de la borne qu'il faut trouver.

Si l'angle fait en A n'était point désigné par le procès-verbal, on prolongerait la perpendiculaire AI vers H, et l'on chercherait cette borne tant en A qu'en H; car, d'après les données du plan, elle a été posée à l'un ou à l'autre de ces deux points.

Si cette borne ne se trouvait point, on la placerait du côté vers lequel la possession actuelle serait, sans pourtant léser le propriétaire voisin, qui doit être présent à cette opération. Enfin, si du point G on ne pouvait apercevoir le point B, comme cela arrive souvent dans les bois, où l'obscurité règne presque toujours, on se servirait de la pratique du n° 43 pour déterminer l'alignement BG.

175. Les arpenteurs sont dans l'usage de donner

aux propriétaires, des plans qu'ils appellent *figurés*, tels, par exemple, que celui de la figure 35. Ces arpentages sont très bons pour ceux qui ont des notions géométriques, mais ils sont souvent inutiles aux particuliers qui n'ont qu'une légère connaissance du mesurage des superficies. Ces derniers sont obligés d'appeler les gens de l'art pour reconnaître les limites déterminées par cet arpentage figuré, sur lequel l'échelle n'est pas toujours représentée.

Si les bornes A et B (fig. 35) ont disparu, et que l'angle de leur emplacement ait varié, la base AB, qui a servi à toute l'opération, n'étant plus la même, il paraîtrait que le plan deviendrait inutile pour déterminer la place des autres bornes et limites; cependant, avec un peu d'attention, on pourra calculer la longueur des côtés et la valeur des angles de cette figure, et par conséquent reconnaître les anticipations qui pourraient avoir été faites sur le terrain.

Pour avoir le côté AC, on résoudra l'équation

$$AC = \sqrt{Ab^2 + Cb^2} = \sqrt{16 + 225} = \sqrt{241} = 15,52,$$

à très peu près. On trouvera

$$CD = \sqrt{25 + 265,69} = 17,05.$$

Pour connaître l'angle C, par exemple, on calculera ceux ACb, DCr, et l'on ajoutera leur somme à 100° pour avoir un nouveau total qui sera l'angle demandé.

L'angle D se trouvera en prenant la somme des angles CDr, EDs, qu'on peut calculer. . . , etc.

Lorsqu'on connaîtra ainsi les côtés et les angles de cette figure, si l'on a la certitude que deux angles quelconques, comme D, E, n'ont pas varié, on pourra rétablir les bornes déplacées : pour cela, on déterminera l'alignement CD au moyen de l'angle calculé CDE; on portera 17,05 sur cet alignement, et si la borne C ne se trouve point où la mesure finira, on l'y fera remettre.

L'emplacement de cette borne C une fois reconnu, on se placera à cet endroit pour déterminer celui de la borne A, au moyen de l'angle calculé ACD, et ainsi de suite.

Si les deux points déterminés étaient en D et en N, on imaginerait une ligne DN, et l'on chercherait l'angle que cette ligne doit former, par exemple, avec CD, afin de rétablir ce côté comme ci-dessus. Pour avoir cet angle CDN, on résoudra d'abord le triangle ACD pour connaître l'angle ADC; puis le triangle DAN pour avoir l'angle ADN, qui, ajouté au premier, formera l'angle requis.

CHAPITRE VII.

De la division des champs.

176. Comme l'arpenteur est très souvent appelé pour faire des partages, il est nécessaire qu'il sache diviser les différentes figures qui se présentent, en se conformant d'ailleurs aux conditions que peuvent imposer les personnes qui font procéder au partage.

La division d'un terrain peut se faire de deux manières :

1°. En cherchant par le calcul les quantités inconnues, au moyen de celles données ou mesurées.

2°. En levant d'abord le plan du terrain, et faisant ensuite la division sur ce plan rapporté.

Quoique ces deux méthodes soient également vraies en théorie, il est néanmoins préférable d'employer la première dans la pratique de l'Arpentage, parce que les inconnues trouvées par le calcul sont toujours plus exactes que celles que l'on déduit des opérations graphiques; cependant, pour ne rien laisser à désirer à cet égard, j'appliquerai la méthode graphique à la solution de la division de plusieurs figures, après avoir développé la première.

177. *Partager le triangle* BAC (fig. 95) *en un nombre* n *de parties égales, par des lignes tirées de l'angle* B.

Divisez la base BC en n parties égales, et menez par les points de division d, e... etc., les lignes Bd, Be... qui feront le partage demandé; en effet, les triangles ABd, Bde... sont égaux en surface, puisqu'ils ont une base égale et une même hauteur Bf.

Donc, si en mesurant de A en C on trouve, par exemple, 180^m, chaque division vaudra $\frac{180}{n}$. Faisant $n=3$, on aura 60^m pour les distances Ad, de, eB.

(Fig. 96.) Si le triangle devait être partagé en parties inégales, c'est-à-dire dans le rapport de $m:n$, on trouverait le point de division d par la proportion

$$m+n : \mathrm{BC} :: m : \mathrm{A}d = \frac{m.\mathrm{BC}}{m+n}.$$

En supposant $m=3$ et $n=2$, on a

$$\mathrm{A}d = \frac{3 \times 180}{5} = 108.$$

(Fig. 95.) Si le triangle devait être partagé en trois parties qui fussent entre elles $:: m:n:p$, on aurait également

$$\mathrm{A}d = \frac{n.\mathrm{AC}}{m+n+p}, \quad de = \frac{m.\mathrm{AC}}{m+n+p}, \quad ec = \frac{p.\mathrm{AC}}{m+n+p}.$$

Soit $m=2$, $n=3$, $p=5$, on trouve

$$\mathrm{A}d = 36, \quad de = 54, \quad e\mathrm{C} = 90.$$

Cette dernière quantité peut se déduire des deux autres; car on a

$$e\mathrm{C} = \mathrm{AC} - \mathrm{A}e = 180 - 90 = 90.$$

La question est évidemment résolue, puisque les surfaces sont toujours entre elles comme leurs bases, et que la base AC est divisée dans les rapports donnés.

Ces opérations ont lieu toutes les fois que plusieurs particuliers font des mises différentes pour l'acquisition d'un terrain, ou lorsque quelques héritiers vendent aux autres la portion de l'héritage qui doit leur revenir.

Lorsqu'on n'est point obligé par quelques considérations, à diviser un triangle en portions triangulaires, il faut le partager par des lignes parallèles ou non parallèles à l'un de ses côtés.

Il arrive quelquefois qu'on est dans la nécessité de faire partir les lignes de division d'un point donné sur un des côtés, ou dans l'intérieur de la figure, parce que ceux qui ont droit au partage veulent que chaque héritage aboutisse à un puits, une maison...., etc., afin que chacun puisse arriver à cet endroit, sans passer sur le terrain de son voisin. Tout ceci s'expliquera sur des exemples donnés tant sur les triangles que sur les figures de plus de trois côtés.

178. *Partager le triangle* ABC *en un nombre* n *de parties égales, par des lignes parallèles au côté* AC (fig. 97).

Soit DE une ligne de division; les triangles ABC, BED étant semblables, on a

$$ABC : BED :: AB^2 : BD^2.$$

Mais, par hypothèse, $BED = \frac{ABC}{n}$; donc,

$$BD = \sqrt{\frac{\overline{AB}^2}{n}} = AB\sqrt{\frac{1}{n}}.$$

On a de même,

$$BE = BC\sqrt{\frac{1}{n}};$$

ce qui signifie que BD et BE sont moyens proportionnels; savoir, BD entre AB et $\frac{AB}{n}$, et BE entre BC et $\frac{BC}{n}$.

On aurait de même

$$BF = AB\sqrt{\frac{2}{n}}; \quad BG = BC\sqrt{\frac{2}{n}}.$$

Si le triangle doit être divisé en trois parties égales, on a $n = 3$, et l'on voit qu'il suffit de mesurer les côtés AB, BC; ayant trouvé ces côtés, par exemple, de 30 et 38 perches, on aura

$$BD = 30\sqrt{\frac{1}{3}} = 17{,}3; \quad BE = 38\sqrt{\frac{1}{3}} = 21{,}9.$$

On trouvera aussi

$$BF = 24{,}5 \quad \text{et} \quad BG = 31.$$

Si l'on ne veut point faire de calcul, on rapportera le triangle ABC sur le papier au moyen des trois côtés qu'on aura mesurés sur le terrain; puis on prendra (140) une moyenne proportionnelle entre

AB et son tiers, et une autre entre BC et son tiers; on portera la première de B en D, et la seconde de B en E; on tirera la ligne DE qui formera la première division.

La seconde division FG se trouvera déterminée par une autre moyenne proportionnelle, aussi prise entre la même ligne AB et ses deux tiers..., etc.

Alors on portera sur l'échelle les distances BD, BF, BE, BG, pour connaître leur valeur, et l'on ira sur le terrain faire mesurer ces distances sur les côtés AB, BC, et planter des bornes où ces mesures finiront.

Tel est le procédé de la méthode graphique dont nous avons parlé : il fait apprécier l'avantage de la solution par le calcul.

179. *Partager le triangle* ABC *en trois parties égales, par des lignes partant d'un point* D *donné sur le côté* AC (fig. 98).

Mesurez la surface du triangle ABC, que je représente par S, et soit GD, CF les divisions qu'il faut trouver; en imaginant les perpendiculaires Gh, Fg, il est évident qu'on a

$$Gh = \frac{S}{3} \times \frac{2}{AD} = \frac{2S}{3AD}; \quad Fg = \frac{2S}{3CD}.$$

Or, tout est connu dans les seconds membres de ces équations, puisqu'on a dû mesurer AD et DC.

Maintenant, pour déterminer les points F et G, on fera les proportions

$$BE : BC :: Fg : CF,$$
$$BE : AB :: Gh : AG.$$

On pourrait aussi élever aux points h et g des perpendiculaires qui couperaient AB et BC aux points G et F; mais il est préférable, dans la pratique, de chercher CF et AG, comme ci-dessus, après avoir mesuré AB et BC.

Au surplus, on a

$$Ah = \frac{AE \times Gh}{BE}, \quad Cg = \frac{EC \times Fg}{BE};$$

dans ces équations, il est nécessaire de connaître AE ou EC.

Soit $AD = 50$, $CD = 80$, et $BE = 100$;

on aura la surface $S = 6500$, $Gh = \frac{13000}{150} = 86{,}67$,

et $$Fg = \frac{13000}{240} = 54{,}17.$$

S'il arrivait que l'un des quotiens qui donne Gh ou Fg, fût plus grand que la hauteur BE du triangle proposé, les deux lignes DG, DF devraient couper le même côté AB ou BC. C'est ce qui arriverait si l'on avait $CD = 30$; Fg serait alors de $\frac{13000}{90} = 144{,}44$. Le point F ne peut donc pas se trouver sur le côté BC, puisque, lorsqu'on a $BE = Fg$, les points B et F se confondent; il sera sur le côté AB, et l'on aura

$$Fg = \frac{2}{3} S \times \frac{2}{AD} = \frac{4S}{3.AD}.$$

Cette méthode est générale, quel que soit le nombre n de divisions, en changeant 3 en n.

180. Pour résoudre cette question graphiquement, divisez AC (fig. 99) en trois parties égales, et par les points de division a, b, menez à BD les parallèles aG, bF; les droites GD, FD feront le partage du triangle proposé en trois parties égales; en effet, si l'on imagine aB, le triangle AB$a = \frac{1}{3}$ ABC, et le triangle AGD est évidemment égal au triangle ABa, à cause des parallèles aG, BD.

On aurait de même

$$\text{CDF} = \text{CBD} = \frac{1}{3}\,\text{ABC}.$$

Il ne s'agit plus que de prendre sur l'échelle les distances BG, BF, et de les faire mesurer sur le terrain.

181. *Partager le triangle ABC en trois parties égales, de manière que les trois divisions aboutissent au point D situé dans l'intérieur de ce triangle.*

On peut mettre pour condition, qu'une ligne de division joindra le sommet de l'un des angles, ou qu'elle sera perpendiculaire sur AC.

Dans le premier cas, où la ligne BD (fig. 100) forme une division, après avoir mesuré la surface du triangle ABC, on mesurera les perpendiculaires Dh, Dh', et l'on aura

$$\text{BG} = \frac{2\text{S}}{3\text{D}h}.$$

Si le triangle BCD $= \frac{1}{3}$ S, l'opération sera terminée, et les lignes de division seront BD, DG, DC; mais si la surface de ce triangle est moindre que $\frac{1}{3}$ S, on divisera

la différence par la moitié de la perpendiculaire Df, qu'il faudra mesurer pour avoir la valeur de CF.

Si au contraire cette surface est plus grande que $\frac{1}{3}$S, ce sera par $\frac{Dh'}{2}$ qu'il faudra diviser la différence pour avoir le point de division sur BC.

Une des lignes de division devant être Df (fig. 101), perpendiculaire sur AC; en faisant, pour abréger,

$$Ah = x, \quad Gh = y,$$
$$Af = a, \quad Df = b,$$
$$AH = c, \quad BH = d,$$

on aura d'abord $cy = dx$; d'où $y = \frac{dx}{c}$.

D'un autre côté, la surface du trapèze

$$GhfD = b + y\left(\frac{a - x}{2}\right),$$

et celle du triangle $AGh = \frac{xy}{2}$; et comme la surface AGDF $= \frac{1}{3}$ S, on a

$$\frac{1}{3}S = b + y\left(\frac{a - x}{2}\right) + \frac{xy}{2} = \frac{b + y}{2} \times a - \frac{bx}{2};$$

substituant la valeur de y tirée ci-dessus, on a

$$\frac{1}{3}S = \left(\frac{dx}{2c} + \frac{b}{2}\right)a - \frac{bx}{2};$$

et enfin,
$$x = \frac{\left(\frac{2}{3}S - ab\right)c}{ad - bc};$$

et en général, $x = \frac{\left(\frac{2}{n}S - ab\right)c}{ad - bc}$.

Le raisonnement est absolument le même pour le point F; on trouvera

$$Cg = \frac{\left(\frac{2}{n}S - Cf \times b\right)c}{Cf \times d - b \times CH}.$$

On pourrait chercher AG pour fixer plus sûrement le point G; car, une fois x connu, on trouvera Gh par l'équation $y = \frac{dx}{c}$, et par suite AG, par la propriété du carré de l'hypoténuse, ou des triangles semblables ABH, AGh...., etc.

D'ailleurs, si l'on ne voulait point avoir recours à l'équation qui donne y, on pourrait faire

$$\text{tang}\,A = \frac{d}{x}, \quad \text{et} \quad AG = \frac{x}{\cos A};$$

de même,

$$\text{tang}\,C = \frac{d}{CH}, \quad \text{et} \quad CF = \frac{CH}{\cos C}.$$

Si C était plus petit que x, il est évident que G tomberait sur BC; c'est la remarque qui a déjà été faite dans les applications précédentes.

182. *Partager le triangle* ABC, *par exemple, en trois parties égales, par une ligne* ED *opposée à l'angle* B, *qui soit la plus petite possible* (fig. 97).

Faites BD et BE $= \sqrt{BC \times \frac{AB}{3}}$, et menez ED qui fera le partage demandé.

Si le triangle devait être partagé en n parties, on mettrait n au lieu de 3 dans l'expression ci-dessus.

Ce problème est ordinairement énoncé ainsi :

Partager un triangle en parties qui soient entre elles dans un rapport donné, par une droite minimum.

Les solutions qu'on a trouvées en s'occupant de cette question, a fait connaître que le triangle BED est isoscèle.

Soit $AB = 42$, $BC = 39$; on aura

$$BD \text{ et } BE = \sqrt{39 \times 14} = 23{,}37.$$

Ainsi ED est la plus courte distance qu'on puisse mener dans l'angle ABC pour avoir une division; c'est aussi celle qui occasionnerait moins de frais, tout étant égal d'ailleurs, pour établir un mur ou toute autre clôture entre les deux propriétaires.

183. *Partager un triangle* ABC *en deux parties qui soient entre elles* :: m : n, *par une perpendiculaire* DE, *élevée sur le côté* AC (fig. 102).

Les triangles semblables CDE, CBh donnent

$$Ch : Bh :: CD : DE; \quad \text{d'où} \quad DE = \frac{Bh \times CD}{Ch}.$$

La surface ACB étant toujours $= S$, on a aussi

$$CDE : S - CDE :: m : n;$$

d'où l'on tire

$$CDE \times (m + n) = m \,.\, S,$$

équation qui donne

$$CDE = \frac{m.S}{m+n} = \frac{CD \times DE}{2}.$$

Substituant la valeur de DE, trouvée ci-dessus, et mettant pour S sa valeur $\frac{AC \times CH}{2}$, on trouve

$$CD^2 = \frac{m \times Ch \times AC}{m+n};$$

c'est-à-dire que CD est moyen proportionnel entre AC et $\frac{m \times Ch}{m+n}$.

Si les deux parts devaient être égales, on aurait $m = n$, et alors l'équation deviendrait

$$CD^2 = AC \times \frac{Ch}{2}.$$

Dans ce cas, CD est donc moyen proportionnel entre AC et la moitié du segment C*h*.

Si le calcul donnait CD plus grand que C*h*, l'opération serait absolument la même, en changeant CD en AD′, et C*h* en A*h*.

La question ne serait pas plus difficile à résoudre si le triangle devait être partagé en un plus grand nombre de parties égales; en désignant ce nombre par n, on a $CD^2 = AC \times \frac{Ch}{n}$ pour la première division, et $CD^2 = AC \times \frac{2Ch}{n}$ pour la seconde division, etc.

Si l'on veut partager le triangle en trois parties égales, en supposant que les mesures trouvées sur le

terrain, sont savoir :

$$AC = 320^m, \quad \text{et} \quad Ch = 200^m,$$

on aura $$CD^2 = 320 \times \frac{200}{3} = 21333,33;$$

la racine carrée de ce nombre $= 145,37 = CD$.

On a de même

$$CD'^2 = 320 \times \frac{400}{3} = 42666,67; \text{ d'où } CD' = 206,56;$$

mais cette quantité étant plus grande que Ch, je cherche

$$AD' = \sqrt{AC \times \frac{Ah}{3}} = \sqrt{1200} = 109,57.$$

Les perpendiculaires DE, D'E' feront le partage demandé, sans qu'il soit nécessaire de connaître la surface du triangle ABC.

Pour mieux déterminer les points E, E', on pourra calculer la longueur de ces perpendiculaires par les proportions. En supposant $Bh = 300$, on a $DE = 218,05$, et $D'E' = 273,92$.

Si l'on a mesuré les côtés AB, BC, on aura aussi

$$300 : 145,37 :: BC : CE,$$
$$300 : 109,57 :: AB : AE'.$$

Remarque. Ce problème donne le moyen de mener DE perpendiculaire à CA, en sorte que le triangle CDE soit égal à une surface donnée. Il suffit pour cela d'élever à un point quelconque une perpendiculaire *de*, de mesurer C*d*, *de* et de calculer la surface du

triangle rectangle C*de*; alors on aura

$$CDE : cde :: CD^2 : cd^2.$$

Ayant trouvé CD par cette proportion, on élevera la perpendiculaire DE, qu'il sera bon de mesurer pour voir si, étant multipliée par la moitié de CD, le quotient sera égal à la surface donnée, comme cela arrivera si l'on a bien opéré.

184. *Partager une figure irrégulière en un certain nombre de parties égales entre elles.*

Étant sur le terrain, mesurez les triangles BC*h*, AB*h* (fig. 103), et vous aurez dans le cas de la division par 2,

$$Bf = \left(\frac{\frac{1}{2}\,ABCD - ABh}{\frac{1}{2}\,oh}\right) = \left(\frac{ABCD - 2ABh}{oh}\right),$$

et

$$Cf = \left(\frac{ABCD - 2\ CDh}{oh}\right).$$

Si le quadrilatère devait être partagé en un nombre *n* de parties égales, on aurait (fig. 104)

$$Cf = \left(\frac{\frac{1}{n}\,ABCD - CDh}{\frac{1}{2}\,oh}\right),$$

et

$$Bn = \left(\frac{\frac{1}{n}\,ABCD - ABm}{\frac{1}{2}\,lm}\right).$$

Enfin si cette figure devait être partagée dans le rapport des quantités *n*, *m*, *p*, on aurait

$$Bn = \frac{2n\,.\,ABCD - ABm}{(n + m + p)\ lm},$$

et

$$Cf = \frac{4n\,.\,ABCD - CDh}{(n + m + p)\ oh}.$$

En faisant $n=2$, $m=3$, $p=4$, ces équations deviennent

$$Bn=\left(\frac{\frac{2}{9}\ ABCD-ABm}{\frac{1}{2}\ lm}\right);\ Cf=\left(\frac{\frac{4}{9}\ ABCD-CDh}{\frac{1}{2}\ oh}\right).$$

Si l'on veut opérer graphiquement, après avoir rapporté cette figure bien exactement sur le papier, tirez du point B parallèlement au côté AD (fig. 105), la ligne BE, divisez cette parallèle, ainsi que le côté AD, en autant de parties égales qu'on en veut dans le quadrilatère, par exemple en deux parties; au points de division *h* et *k* de ces deux lignes, menez les droites C*k*, *kh*, qui donneront le quadrilatère C*kh*D, moitié du quadrilatère proposé.

En effet, ce quadrilatère est composé du trapèze *hke*D moitié du trapèze AB*e*D, et d'un triangle C*ek* moitié du triangle BC*e*.

Si du point C on mène C*h*, que du point *k* on conduise à cette ligne une parallèle *fk*, et qu'on tire ensuite *fh*, on aura le quadrilatère C*fh*D égal au quadrilatère C*kh*D, car ce dernier quadrilatère est composé des triangles CD*h*, C*hk*: or, à cause de la parallèle *fk*, le triangle C*hf* = C*hk*; donc CD*h* + C*hf* = C*fh*D. Au moyen de cette construction, on a une figure moins irrégulière que celle qu'on avait d'abord.

S'il fallait diviser ce quadrilatère en trois parties égales, on partagerait la base AD et la parallèle B*e* en trois également; on chercherait, en opérant comme tout à l'heure, la ligne *fh* qui fît le quadrilatère C*fh*D, égal au tiers du quadrilatère proposé, et l'on partagerait le reste AB*fh* en deux parties égales, en faisant une opération semblable.

On opérerait de la même manière, si la figure devait être partagée en un plus grand nombre de parties égales.

L'opération n'aurait pas plus de difficulté s'il fallait diviser cette figure dans des rapports donnés; si les divisions doivent être entre elles comme les nombres 2, 3 et 4, on coupera les deux parallèles AD, B*e* dans le rapport de ces nombres, c'est-à-dire qu'on les divisera en neuf parties égales, et qu'à la seconde et à la cinquième division, on fera les mêmes opérations que pour diviser le plan en deux également.

Un partage fait dans le rapport des nombres ci-dessus, indique que neuf héritiers ont à partager une propriété, et que trois d'entre eux achètent la part des six autres; savoir, l'un une part, l'autre deux, et le dernier trois.

185. *Diviser le quadrilatère* ABCD *en deux parties égales, par une ligne menée parallèlement au côté* BD.

Pour résoudre cette question par le calcul, imaginez les côtés AB, CD, prolongés en *e*; cherchez la surface du triangle AC*e* au moyen du côté AC et des angles CAB, ACD que vous aurez soin de mesurer.

Cela étant fait, si l'on suppose que *il* fasse la division qu'on demande, on aura

$$BDe : eil :: Be^2 : ei^2 :: De^2 : el^2;$$

d'où l'on tire

$$ei = Be\sqrt{\frac{eil}{BDe}}, \quad \text{et} \quad el = De\sqrt{\frac{eil}{BDe}}.$$

Or, on peut connaître Ae, eC par le calcul, au moyen des angles en A et en C et du côté AC mesuré; donc on aura Ai et Cl.

On s'y prendrait de la même manière si la ligne qui doit faire le partage devait être parallèle au côté AC, car on aurait

$$ACe : elm :: Ae^2 : em^2 :: Ce^2 : el^2.$$

La question ne serait pas plus difficile à résoudre, si la figure devait être partagée en un plus grand nombre de parties égales ou dans un rapport donné.

Lorsque la ligne de division est demandée perpendiculaire sur AB, on élève BK perpendiculaire sur ce même côté AB; on mesure la surface du triangle BDK que l'on ôte, ou que l'on ajoute de celle du quadrilatère ACDB, pour avoir celle du triangle EBK; et alors les points n et m se déterminent comme ci-dessus.

186. Si le quadrilatère ABCD avait été levé à l'équerre, on aurait mesuré sur le terrain aD, ac, cB (fig. 107) et les perpendiculaires aC, Ac; alors on a évidemment

$$aD \times eb = aC \times bD \ldots. \quad (1)$$
$$Bc \times eb = Ac \times Bb$$

ou à cause $\quad Bb = BD - bD,$

$$Be \times eb = (BD - bD) \times Ac \ldots. \quad (2)$$

Eliminant bD entre les équations (1) et (2) il vient

$$eb = \frac{aC \times Ac \times BD}{Ac \times aD + aC \times Be} = y \ldots. \quad (3).$$

Tout est connu dans cette équation, et l'on a aussi la surface S du quadrilatère ABCD par les mesures que l'on a prises sur le terrain.

Soit maintenant EF la ligne de division, on aura, dans le cas du partage en n parties égales,

$$\text{AFCE} = \frac{\text{S}}{n}.$$

La surface BDe $= \frac{\text{BD} \times y}{2} = \text{S}'$; ce qui donne la surface

$$e\text{CA} = \text{S}' \; \frac{\text{S}}{n} = \text{S}''; \quad \text{et} \quad e\text{EF} = \text{S}'' + \frac{\text{S}}{n} = s.$$

D'un autre côté,

$$ez^2 = \frac{sy^2}{\text{S}'}; \quad \text{d'où} \quad ez = \sqrt{\frac{sy^2}{\text{S}'}};$$

mais $y - ez = \text{E}p = \text{F}q.$

Il faut encore calculer Dp, Bq, pour avoir les points où doivent être élevées les perpendiculaires Ep, Fq dont la longueur déterminera les points E, F.

Or on a

$$a\text{C} : a\text{D} :: \text{E}p : p\text{D} = \frac{a\text{D} \times \text{E}p}{a\text{C}} \ldots \; (x).$$

On trouve également $\text{B}q = \frac{c\text{B} \times \text{F}q}{\text{A}c} \ldots \; (y).$

$$\text{Soit} \ldots \ldots \left\{ \begin{aligned} a\text{D} &= 8, \\ ac &= 15, \\ c\text{B} &= 9, \\ a\text{C} &= 20, \\ \text{A}c &= 13, \end{aligned} \right.$$

la formule (3) donnera

$$eb \text{ ou } y = \frac{20 \times 13 \times 32}{13 \times 8 + 20 \times 9} = 29{,}3.$$

D'après ces mesures, on a

$$S = 386, \text{ et } S' = 468{,}8.$$

Supposons maintenant que $n = 4$, c'est-à-dire que le quadrilatère doit être partagé en 4 parties égales ; chaque division vaudra 96,5.

Par conséquent

$$S'' = 468{,}8 - 386 = 82{,}8, \text{ et } e\text{EF ou } s = 179{,}3.$$

$$\text{Ensuite } ez^2 = \frac{(179{,}3) \times (29{,}3)^2}{468{,}8} = 328,$$

dont la racine carrée $= 18{,}1 = ez$.

Maintenant

$$\text{E}p \text{ ou F}q = 29{,}3 - 18{,}1 = 11{,}2.$$

Par suite de ces calculs, on trouvera pD, et Bq, par les équations (x) et y.

Une fois qu'on connaîtra toutes ces distances, on pourra calculer le trapèze DBFE pour voir si sa surface vaut trois parts, c'est-à-dire 289,5 dans cet exemple ; cela étant, on sera assuré que la ligne EF forme la première division. On opérera de la même manière pour avoir chacune des autres divisions.

D'ailleurs on peut vérifier son opération en déterminant les points E, F, G, H..., etc., sur les lignes

eD et eB, en opérant comme au n° précédent ; car les triangles semblables aCD, beD, feront connaître bD ; et les triangles rectangles Dbe, ebB, donneront eD, eB ; puis on aura

$$S' : s :: \begin{cases} eD^2 : eE^2, \\ eB^2 : eF^2. \end{cases}$$

On aura de même

$$S' : eGH :: \begin{cases} eD^2 : eG^2, \\ eB^2 : eH^2. \end{cases} \text{etc.}$$

Au moyen de ces équations on trouvera DI, DG..., etc., qui devront s'accorder avec les points déterminés par l'opération précédente.

187. *Partager l'hexagone irrégulier* ABCDEF, *en trois parties égales par les lignes des divisions partant des points* p *et* q *situés sur le côté* AB (fig. 108).

Mesurez le triangle BCp ; soustrayez sa surface de celle du tiers de la figure à partager, et divisez le reste par la moitié de la perpendiculaire ap, le quotient vous fera connaître en nombre la ligne Cm.

Pour avoir le point I, mesurez les triangles Dpm, Dpq, et la somme étant moindre que celle du tiers de la figure proposée, vous serez assuré que le point I doit tomber sur la ligne ED ; divisez donc la différence de la somme de ces triangles au tiers de la figure à partager par la moitié de la perpendiculaire dq, le quotient vous donnera la distance DI.

188. *Partager le quadrilatère* ABCD (fig. 109) *en trois parties égales.*

Aux points h et i, où vous voulez que ces divisions

aboutissent, menez sur le terrain les lignes Dh, Di, Ci, Ch, et mesurez les triangles CBi, CBh, CDi, ChD, ainsi que le côté CD.

Ces opérations étant faites, vous aurez

$$Ck = \left(\frac{\frac{1}{3}\,ABCD - CBi}{CDi}\right) \times CD,$$

et

$$Dl = \left(\frac{\frac{1}{3}\,ABCD - ADh}{ChD}\right) \times CD.$$

On peut remarquer que l'opération sera plus simple si l'on opère comme dans l'exemple du n° 184, qui donne

$$Ck = \left(\frac{\frac{1}{3}\,ABCD - CBi}{\frac{1}{2}\,ir}\right) = \left(\frac{\frac{1}{6}\,ABCD - CBi}{ir}\right),$$

et

$$Dl = \frac{\frac{1}{3}\,ABCD - ADh}{\frac{1}{2}\,Sh} = \left(\frac{\frac{1}{6}\,ABCD - ADh}{Sh}\right).$$

Ces équations sont les mêmes que les précédentes;

car,

$$\frac{CD}{CDi} = \frac{2}{ir}, \quad \text{et} \quad \frac{CD}{ChD} = \frac{2}{Sh},$$

ir et Sh étant des perpendiculaires abaissées sur CD.

Si l'on veut diviser cette figure par la méthode graphique, on pourra opérer comme on l'a fait précédemment; ou bien on peut la réduire en un triangle de même surface, qu'on divisera en trois parties égales dans cet exemple.

Soit le triangle BCF (fig. 110) qu'on a fait équivalent au quadrilatère ABCD, par le n° 149; coupez la base BF en trois parties égales, et menez aux points de division les lignes Cv, Cg, qui diviseront le triangle BCF en trois triangles égaux.

Par les points h et i où vous voulez que ces divisions aboutissent sur la base, menez les droites Ci, Ch, et les parallèles gk, vl; mettez le triangle Cik à la place de son égal Cig, pour avoir le quadrilatère $BCki$ égal au triangle BCg; enfin, donnez le triangle Chl pour son égal Chv, vous aurez

$$BClh = BCv, \quad \text{et} \quad ADlh = CFv.$$

189. Le partage n'aurait pas plus de difficulté s'il devait être fait dans un rapport donné.

Par exemple, soit le plan BV (fig. 111) qu'il s'agisse de diviser dans le rapport de m à n, à partir du point D.

Réduisez cette figure en un triangle équivalent BCK, et divisez la ligne BK en deux parties Bm, mK, qui soient entre elles dans le rapport donné; tirez Cm; et les triangles BCm, mCK seront entre eux comme leurs bases.

Continuez le côté CP vers O; menez CD, sa parallèle mO, et mettez le triangle CDO pour son égal CDm. Menez DP, sa parallèle OI, et la ligne DI qui fera le partage demandé.

On voit donc, en général, que pour diviser graphiquement une figure d'un nombre quelconque de côtés en portions égales, ou en portions doubles, triples, etc., les unes des autres, on peut réduire la figure en un triangle équivalent (149), diviser la base de ce triangle en autant de parties égales qu'il faudra de parts, en faisant attention de compter pour deux, trois parts..., etc., celles qui devront être doubles, triples..., etc., d'une part simple, et d'opérer ensuite comme ci-dessus.

190. *Partager le quadrilatère* ABCD *en trois également, par des lignes menées de l'angle* C.

Mesurez le triangle ABC (fig. 112), et voyez s'il est assez grand pour former une part; s'il est trop grand, comme on le suppose dans cet exemple, divisez le tiers du quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire C*g*; le quotient sera B*h*.

Pour avoir le point *f*, on a également

$$Df = \frac{\frac{1}{6}ABCD}{Ck}.$$

Pour faire le partage sur le plan, au lieu de réduire la figure en triangle, on peut mener une diagonale BD (fig. 113), opposée à l'angle où est le point donné, et diviser cette diagonale en trois parties égales.

Ensuite, des angles A et C menez au point *o*, l'un des points de division, les lignes A*o*, C*o*, et la diagonale AC.

Si du point *o* on mène *of* parallèlement à AC, et qu'on tire C*f*, la partie CD*f* sera évidemment le tiers du quadrilatère proposé.

De même, si du point *g* de la seconde division, on mène *gh* parallèlement à AC, et qu'on tire C*h*, le quadrilatère ABCD sera partagé en trois parties égales.

191. *Diviser le quadrilatère* ABCD *en quatre parties égales, par des lignes tirées de l'angle* A (fig. 114).

Cherchez la surface de ce quadrilatère, et après avoir reconnu que celle du triangle ADC ne contient pas trois divisions, je divise le quart et ensuite la

moitié du quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Ar; les quotiens me font connaître les lignes Dg, Df.

Je divise ensuite le quart du même quadrilatère par la moitié de la perpendiculaire Ap, pour avoir la distance Be.

S'il fallait diviser le même quadrilatère en six parties égales, par des lignes tirées du point B (fig. 115), je mesure le triangle ABo, et comme il ne contient pas quatre portions, je divise successivement le sixième, le tiers et la moitié de la surface de ce quadrilatère par la perpendiculaire Bs; les quotiens me feront connaître les lignes Af, Ag, Ah.

Ensuite, je soustrais ces trois portions du triangle ABo, pour avoir le reste hBo que j'ôte du sixième du quadrilatère; je divise le reste par la moitié de la perpendiculaire Ci; le quotient me donne la distance ol.

Enfin, je trouve le point m en partageant lD en deux également.

192. *Diviser la figure* ABC..., etc., *en six parties égales, par des lignes menées du point* A (fig. 116).

En désignant le sixième de la surface proposée par S, on aura

$$Ca = \frac{S - ABC}{\frac{1}{2}Ak}, \quad ac = \frac{2S}{Ak}, \quad oD = \frac{S - AcD}{\frac{1}{2}Al},$$

$$Ev = \frac{S - AEo}{\frac{1}{2}Am}, \quad Fy = \frac{S - AFv}{\frac{1}{2}An}.$$

Si le polygone avait un angle rentrant tel que D fig. 117), et qu'il fallût le diviser par exemple en

deux parties égales, on commencerait par s'assurer sur quel côté doit tomber le point h; pour cela, on mesure la partie ABCD; et comme elle ne contient pas la moitié de la figure proposée à diviser, on conclut que ce point h doit être sur la ligne DE. On divise la différence qu'il y a entre la moitié de cette figure et la partie qu'on vient de mesurer, par la moitié de la perpendiculaire An; le quotient fait connaître la ligne Dh.

193. *Remarque.* Dans les exemples qu'on vient de donner, on voit que, de la position du point, dépend le plus ou le moins de facilité dans l'opération, de régularité et de contiguité dans les parties; ainsi, si le sommet de l'angle auquel doivent aboutir toutes les divisions n'était pas donné, l'arpenteur pourrait non-seulement déterminer avec facilité le sommet de l'angle qui lui procurera le plus tous ces avantages, mais encore, en présentant différens résultats, mettre les partageans à même de choisir ce qui paraîtra le mieux leur convenir.

194. *Partager le pentagone* ABO *en trois parties égales, par des lignes tirées du point* F, *en sorte que* AF *fasse une division* (fig. 118).

En désignant le tiers de la surface du pentagone par S, on a, comme dans les exemples précédens,

$$\mathrm{O}n = \frac{\mathrm{S}-\mathrm{AFO}}{\frac{1}{2}\mathrm{F}p}, \quad ie = \frac{\mathrm{S}-\mathrm{AF}i}{\frac{1}{2}\mathrm{F}r}.$$

Pour résoudre cette question avec l'échelle et le compas, réduisez la figure en un triangle équivalent

FGH (fig. 119); partagez GH en trois également; prenez kH, tiers de celle de GH, que vous porterez de A en D; alors le triangle ADF vaudra le tiers du triangle FGH.

Menez Fi, sa parallèle De, la ligne eF, et le triangle Fie étant mis pour son égal FiD, le quadrilatère AFei sera le tiers du pentagone proposé.

Faites Al = AD, vous aurez $\text{A}l\text{F} = \text{ADF} = \frac{\text{FGH}}{3}$. Prolongez AO vers m; menez lm parallèlement à AF, et supposez la ligne Fm, vous aurez $\text{AF}m = \text{A}l\text{F}$. Tirez FO, sa parallèle mn, la ligne Fn, et vous aurez

$$\text{AF}n\text{O} = \text{A}l\text{F} = \frac{\text{FGH}}{3}.$$

195. *Diviser la figure* ABCDE *en quatre parties égales, par des lignes tirées du point* O *situé dans l'intérieur de la figure* (fig. 120).

On partagera cette figure par des lignes menées sur le terrain, du point donné à chacun des angles, et l'on mesurera son périmètre ainsi que les perpendiculaires Og, Ok, Oi, Oh, Of, afin de calculer la surface des triangles AOB, OBC..., etc., qui composent la superficie de cette figure.

Pour mieux fixer les idées, je vais résoudre cette question numériquement.

En supposant les dimensions telles qu'on les voit écrites dans cette figure, je trouve que la superficie est de 164,65; par conséquent chaque portion sera de 41,16.

Comme le triangle OEA ne contient que 20,9, il

faut lui ajouter une portion qui contienne 20,26. Pour déterminer cette quantité, je la divise par la moitié de la perpendiculaire O*g*; le quotient 8,44 est ce qu'il faut prendre de A en *l*.

Si du triangle AOB = 34,8, on retranche le triangle A*l*O = 20,26, il restera 14,54, dont la différence avec 41,16 est de 26,62.

Comme cette dernière quantité peut être prise dans le triangle OBC, je la divise par la moitié de la perpendiculaire O*k*; le quotient 5,22 est ce qu'il faut prendre de B en *m* pour former le quadrilatère O*l*B*n* égal à la seconde portion.

Le triangle OBC étant de 37,23, celui O*m*C sera de 10,61, dont la différence avec 41,16 = 30,55; je divise donc cette dernière quantité par 3, et j'ai 10,18 pour la valeur de C*n*. L'opération est finie, et si l'on a bien opéré, le quadrilatère ED*n*O formera la quatrième part.

Dans cet exemple, la différence n'est que de deux centièmes de l'unité principale.

196. *Remarque.* Les solutions par le calcul supposent qu'on peut entrer dans l'intérieur de la figure à diviser; si cela n'était point possible, il faudrait en calculer la surface d'après la connaissance des angles et des côtés, et chercher, par le calcul, les valeurs nécessaires pour déterminer les inconnues.

Par exemple, pour avoir la surface des triangles AB*h*, BC*h* (fig. 103), on calculerait d'abord celle du premier au moyen des côtés mesurés AB, A*h* et de l'angle A observé; puis, dans le second, on connaîtrait les

côtés BC, Bh, et l'angle B = ABC — ABh; ainsi, on trouverait toutes les parties de ce triangle; donc, on aurait les quantités nécessaires pour fixer le point f, et ainsi des autres.

On n'est point tenu de diviser la ligne AD en autant de parties égales que la figure doit avoir de parts; il est souvent plus régulier de fixer le point h, en portant la valeur du quotient qu'on obtient en divisant une portion du partage par AB ou par DC, de A en h, ou de D en h.

Si l'on voulait mettre plus de régularité dans les figures du partage, il faudrait diviser la même portion par une ligne tirée à peu près dans le milieu de chaque part; porter le quotient comme on vient de le faire, et opérer ensuite comme si ce point h avait été fixé.

C'est par ce moyen qu'on peut ôter une surface quelconque d'une figure, sans calculer sa superficie entière, et qu'on fait des répartitions par portion du plus ou du moins que chacun doit avoir, lorsqu'on n'est assujetti à aucune condition particulière par les copargeans.

Dans la pratique, on se sert ordinairement d'un autre moyen pour ôter une quantité d'une figure quelconque. Quoique cette méthode ne soit point géométrique, l'erreur qu'elle peut occasionner n'est pas assez sensible pour ne pas la préférer; et, de plus, comme elle est la plus expéditive sur le terrain, nous croyons devoir en parler.

Voici cette méthode :

197. Dans un espace indéterminé ABCD, formez

une superficie, par exemple, de trois arpens soixante-quinze perches.

Après avoir mesuré AB (fig. 121), élevez la perpendiculaire Aa, et mesurez dessus une distance quelconque, dix perches par exemple; menez sur Aa une autre perpendiculaire cd, que vous mesurerez; puis remarquez la différence des deux lignes AB, cd.

Si la première a été trouvée de 25 perches, et la seconde de 26,5, cette différence sera 1,5 sur dix, ou 0,15 par perche.

Si l'on essaie de prendre 14 perches de largeur, la parallèle ef sera de 27,1, et la superficie ABef vaudra 364,7; et comme on propose d'en former 375, il s'en faudra de 10,3 que cette largeur ne donne la quantité demandée.

Pour la compléter, je divise 10,3 par 27,1, et le quotient 0,38 est ce qu'il faut ajouter aux 14 perches; c'est-à-dire que 14,38 de largeur, pris sur les perpendiculaires Aa, Bb, donneront à très peu près les 3 arpens 75 perches.

Lorsque la surface ABef diffère peu de celle du trapèse ABgh qu'il faut déterminer, en faisant la première $=$ S′ et la seconde $=$ S, on a à très peu près

$$Ai = \frac{S \times Ao}{S'}.$$

En effet, ces figures donnent

$$S' : S :: (AB + ef)\, Ao : (AB + gh)\, Ai;$$

mais puisqu'on suppose que S′ diffère peu de S, on a

sensiblement $ef = gh$; alors la proportion devient

$$S' : S :: (AB + ef) Ao : (AB + ef) Ai,$$

d'où
$$Ai = \frac{S \times A}{S'}.$$

Dans cet exemple, on a

$$Ai = \frac{14 \times 375}{364{,}7} = 14{,}39.$$

Cette quantité diffère d'autant plus de sa véritable valeur, que S′ s'éloigne d'avantage de S.

Les données restant toujours les mêmes, la formule exacte (A) du n° suivant donne $Ai = 14{,}35$.

Si l'on ne pouvait entrer dans cette figure, on chercherait la ligne cd par le calcul; cette ligne $cd = AB + cl + md$; or, on connaîtra les lignes du second membre de cette équation au moyen des triangles Acl, Bdm, dans chacun desquels on aura les données nécessaires, puisqu'on suppose Al et $Bm = 10$, et que les angles cAl, dBm sont égaux, savoir ; le premier à l'angle BAD — 100°, et le second à l'angle ABC — 100°.

Cette ligne cd une fois connue, on déterminera Ai, Bk, comme ci-dessus, et ensuite on cherchera les distances Ag, Bh, au moyen des triangles rectangles Aig, Bkh.

198. Il existe des méthodes géométriques pour résoudre la question ci-dessus, qu'on peut énoncer ainsi :

Partager la figure ABCD (fig. 122) *par des lignes parallèles au côté* AB, *sans faire usage des opérations*

graphiques, et sans supposer les côtés AC, CD, *prolongés jusqu'à leur rencontre, comme on l'a fait au* n° 185.

Mesurez la surface totale de cette figure, afin de connaître la quantité numérique de chaque part. En supposant que la ligne GH détermine les limites de la première division, on voit aisément que la question serait résolue si l'on connaissait la perpendiculaire AO, ou la parallèle GH.

Pour parvenir à trouver l'une ou l'autre de ces quantités, j'élève sur AB une perpendiculaire indéterminée Ai, et par un point quelconque o de cette ligne je mène EF perpendiculaire à Ai; ce qui me donne le trapèze ABEF dont je mesure la hauteur Ao et les deux bases AB, EF.

Cela étant fait, si, pour abréger, on fait

$$\begin{aligned} AB &= a, \\ EF &= b, \\ Ao &= c, \\ GH &= x, \\ AO &= y, \end{aligned}$$

et la surface connue ABGH $= s$, on aura

$$y = -\frac{ac}{(b-a} \pm \sqrt{\frac{ac^2}{(b-a)^2} + \frac{2cs}{(b-a)}} \quad \text{(A)}$$

$$\text{et} \quad x = \sqrt{a^2 + (b-a)\frac{2s}{c}} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(B)}$$

Le signe — qui précède le radical de la formule (A) a lieu quand on a $a > b$.

Si l'on calcule la valeur de y, on la portera sur Ai de A en O, et l'on élevera au point O, sur Ai, une perpendiculaire OH qu'on prolongera en G.

Si l'on prend la valeur de x, on la portera de A en d et de B en e; puis on conduira eG parallèle à BC et dH parallèle à AD.

Il est à remarquer que les formules qui donnent x et y, ne changeraient pas quand EF serait au-dessous de GH.

Si la figure était disposée de manière que la quantité s, que je suppose $=$ ABEGH, ne pût former un trapèze, on mènerait EF parallèle à AB (fig. 123), puis on calculerait AO $= y$, et l'on mènerait gh perpendiculaire sur AO; cette ligne satisferait à la question, si elle se trouvait entièrement dans le plan; mais comme les triangles Lgt, Fhv ne font point partie de cette figure, il faut trouver un trapèze tGHv égal à la somme de ces deux triangles.

Pour cela, je forme un nouveau trapèze $tg'h'v$, et je cherche une nouvelle valeur de y, avec laquelle je détermine les points G et H comme ci-dessus.

Quant aux limites des autres divisions, elle se déterminent par des opérations absolument semblables.

S'il est impossible d'entrer dans la figure, on mesurera les angles en A et en B, puis on supposera Ao d'une grandeur telle, que la parallèle EF forme un trapèze ABEF, et l'on aura

$$\text{EF} = \text{AB} + \text{E}o + \text{FK};$$

or, Eo, FK, se calculeront au moyen des triangles rectangles AoE, BKF, dans chacun desquels on con-

naîtra les angles et un côté de l'angle droit; on pourra donc connaître la ligne EF, et par conséquent calculer x et y par les formules ci-dessus.

Si l'on peut s'éloigner des limites de cette figure, on cherchera x pour déterminer les points G et H par les parallèles eG, dH; mais si cette opération n'est point praticable, on calculera y, puis on déterminera AG, BH, au moyen des triangles AOG, BkH (fig. 122).

On voit que les formules qui donnent x et y exigent la connaissance d'une perpendiculaire Ao et d'une parallèle EF. On pourrait se dispenser de calculer ces quantités; car, en faisant la tangente GAO $= m$, la tangente FB$k = p$; et représentant le rayon des tables par l'unité, on a

$$y = -\frac{a}{(m+p)} \pm \sqrt{\frac{a^2}{(m+p)^2} + \frac{2s}{(m+p)}} \ldots (C).$$

Si les angles en A et en B étaient aigus, on aurait $a > b$; alors on changerait le signe du premier et du troisième termes de cette formule.

Si l'un des angles était aigu ou obtus, et l'autre droit, on mettrait dans la formule, m ou p à la place de $(m+p)$; mais si ces mêmes angles étant l'un aigu et l'autre obtus, se trouvaient supplémens l'un de l'autre, on aurait $a = b$; c'est-à-dire que la figure serait un parallélogramme dont la hauteur y se trouverait plus simplement que par la formule du trapèze; car, dans ce cas, $y = \frac{s}{a}$.

Enfin, si la somme de ces angles est moindre ou plus grande que deux angles droits, on aura

$$b = a \mp (m + p).$$

Démonstration des Formules (A), (B), (C).

Formules A *et* B.

199. On a les deux équations suivantes à résoudre :

$$(a+x)y = 2s,$$

$$(a+x)y - (b+x)y - c = (a+b)c.$$

Tirant la valeur de y dans chacune de ces équations, et égalant, on a

$$\frac{2s}{(a+x)} = \frac{(a+b)c-(b+x)c}{(a-b)};$$

ou, en chassant les dénominateurs, réduisant, transposant et changeant les signes,

$$a^2c + 2bs - 2as = cx^2;$$

d'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{a^2c+2bs-2as}{c}} = \sqrt{a^2+(b-a)\frac{2s}{c}}.$$

Si l'on égale la valeur de x prise dans les deux premières équations, on aura

$$\frac{2s-ay}{y} = \frac{ac+by-ay}{c},$$

ou, toute opération faite,

$$y = -\frac{ac}{(b-a)} \pm \sqrt{\frac{ac^2}{(b-a)^2} = \frac{2cs}{(b-a)}}.$$

Si a est plus grand que b, on changera le signe du

premier et du troisième terme, et l'on mettra $a-b$ au lieu de $b-a$.

Indépendamment de ces formules, on a encore, en faisant la surface du trapèze EFGH $=s'$,

$$(a+x)y=2s,$$
$$(b+x)y-c=2s';$$

d'où l'on tire

$$y=-\frac{(ac+2s-2s'-bc)}{2b-2a}\pm\sqrt{\frac{(ac+2s-2s'-bc)^2}{4(b-a)^2}+\frac{2cs}{(b-a)}}.$$

Dans cette formule, on a $-2s'$ lorsque $s>s'$, et $+2s'$ dans le cas contraire.

Si $c-a$ était négatif, on changerait, comme ci-dessus, le signe du premier et du troisième terme, et l'on mettrait de même $2a-2b$ au lieu de $2b-2a$.

Formule (C).

Les deux triangles rectangles AOG, BkH, donnent

$$OG=my;\quad kH=py;$$

donc
$$OG+kH=(m+p)y,$$

et par conséquent,

$$GH, \text{ ou } b=a+(m+p)y.$$

L'expression du trapèze ABGH sera donc

$$[2a+y(m+p)]y=2s;$$

ou, en réduisant, ordonnant et divisant par $(m+p)$,

$$y^2+\frac{2ay}{(m+p)}=\frac{2s}{(m+p)},$$

18..

équation du second degré qui donne

$$y = -\frac{a}{(m+p)} \pm \sqrt{\frac{a^2}{(m+p)^2} + \frac{2s}{(m+p)}}.$$

200. Pour appliquer ces formules à un exemple, supposons

$$\begin{aligned} AB &= 25, \\ Ao &= 10, \\ EF &= 30, \\ \text{surface } ABGH &= 380. \end{aligned}$$

La formule (A) donnera

$$AO, \text{ ou } y = -\frac{25\times 10}{30-25} \pm \sqrt{\frac{(25\times 10)^2}{(30-25)^2} + \frac{2\times 380\times 10}{30-25}}$$
$$= -50 \pm \sqrt{2500 + 1520} = 63{,}403;$$

donc $AO = 63{,}403 - 50 = 13{,}403.$

Si l'on veut GH, on fera

$$GH = \frac{2s}{y} - a = \frac{760}{13{,}403} - 25 = 31{,}703.$$

En effet, si l'on eût cherché x par la formule (B), on aurait eu

$$x = \sqrt{2s^2 + 5 \times \frac{760}{10}} = 1005 = 31{,}703.$$

Pour faire l'application de la formule (C), supposons les angles

$$ABE = 118°\,56', \quad ABF = 112°\,57',$$

on aura l'angle GAO de 18° 56′,
et l'angle FBk de 12° 57′.

Conservant d'ailleurs 25 pour le côté AB, on aura, en opérant par logarithmes,

$$
\begin{array}{rcll}
\text{tang}\, m,\ \text{ou tang}\ 18^\circ 56' & = & 300090 & (*) \\
\text{tang}\, p,\ \text{ou tang}\ 12^\circ 57' & = & \underline{200058} & \\
\text{tang}\,(m+p) & = & \underline{500148} & \text{son log} = 9.69910. \\
\log a & = & 1.39794 & \\
\text{C. log tang}\,(m+p) & = & \underline{0.30090} & \\
 & & \underline{1.69884} & = 49{,}986. \\
\log a^2 & = & 2.79588 & \\
\text{C. log tang}^2\,(m+p) & = & \underline{0.60180} & \\
 & & \underline{3.39768} & = 2498{,}5. \\
\log 2s & = & 2.88081 & \\
\text{C. log tang}\,(m+p) & = & \underline{0.30090} & \\
 & & 3.18171 & = \underline{1519{,}6} \\
 & & & \ 4018{,}1.
\end{array}
$$

Prenant la racine carrée de ce nombre, soit par logarithmes ou autrement, on trouve 63,389; d'où, ôtant 49,986, il reste 13,403 pour la valeur de $y = \text{AO}$, comme on le savait déjà.

Cette question aura des applications continuelles dans la pratique de l'Arpentage, non pour diviser un terrain par des lignes parallèles, mais pour ôter une surface donnée de celle d'une figure quelconque; c'est

(*) Comme dans les nouvelles tables des logarithmes les tangentes ne s'y trouvent point, il faudra, pour les obtenir chercher à quel nombre correspond le log. tang. du nombre de degrés donné.

cette raison qui m'a déterminé à donner le développement de ces formules.

201. *Remarque.* L'arpenteur qui a quelque connaissance de l'application de l'Algèbre à la Géométrie, pourra s'exercer à construire ces formules sur le papier, pour en déduire la valeur de AO à l'aide de l'échelle et du compas.

Je vais indiquer la marche qu'on peut suivre, en faveur de ceux qui n'ont qu'une légère connaissance de ces opérations, dont on fait d'ailleurs peu d'usage dans la pratique.

Pour construire géométriquement la formule A, je commence par trouver l'expression $\frac{ac}{(b-a)}$; pour cela, je forme d'abord le trapèze ABEF, puis je cherche une quatrième proportionnelle aux quantités $b-a$, c, a; cette quatrième proportionnelle, que je nomme x', sera la valeur de $\frac{ac}{(b-a)}$, et notre formule deviendra

$$y = -x' \pm \sqrt{x'^2 + \frac{2cs}{(b-a)}}.$$

Comme le facteur s exprime généralement une surface donnée, cette formule semblerait échapper à une construction géométrique; mais il est facile de trouver un parallélogramme équivalent à la surface s, et qui ait pour base $AB = a$ (150).

En nommant h la hauteur de ce parallélogramme, on aura

$$s = ah, \quad \text{et} \quad y = -x' \pm \sqrt{x'^2 + \frac{2ach}{(b-a)}};$$

mais nous avons trouvé $\frac{ac}{(b-a)} = x'$; donc

$$y = -x' \pm \sqrt{x'^2 (+2x'h)} = -x' \pm \sqrt{x'(x'+2h)}.$$

Or, cette quantité affectée du signe du radical, exprime une moyenne proportionnelle entre x' et $(x'+2h)$; il faudra donc trouver cette ligne, ce qui est facile n° 140; et après avoir retranché x', le reste donnera la valeur de y que l'on portera de A en O, et l'on aura déterminé le point O, par lequel, menant GH parallèle à AB, on aura le trapèze ABGH $= s$.

Si l'on construit la formule (C) (fig. 124), on mènera une ligne indéfinie, sur laquelle on prendra arbitrairement une partie AC pour exprimer le rayon $= 1$; puis on fera l'angle BAC=GAO, et l'angle CAD=FBk; alors BC exprimera la tangente m, et CD la tangente p.

Cela étant fait, on construira $\frac{a}{(m+p)}$; c'est-à-dire qu'on cherchera une quatrième proportionnelle aux quantités $(m+p)$, a, et l'unité qui représente le rayon, et l'on achèvera l'opération comme ci-dessus.

202. Il arrive quelquefois que deux propriétés sont limitées par une ligne sinueuse AB (fig. 125), et que les propriétaires veulent établir la limite par une ligne droite, sans changer la surface de chaque figure.

L'opération qu'il faut faire est très simple : menez gh perpendiculaire sur AC, et cherchez la surface formée tant à droite qu'à gauche de cette perpendiculaire, et la ligne sinueuse. Si la surface des parties qui sont à gauche est égale à celle des parties qui sont à droite,

cette perpendiculaire sera la ligne qu'on demande; et s'il y a une différence, on la divisera par $\frac{gh}{2}$, et l'on portera le quotient à droite ou à gauche de la perpendiculaire, à partir du point g.

Si, par exemple, on a $a+c+e>b+d+f$, en faisant la différence de ces deux surfaces $=r$,

on aura $$gD=\frac{r}{\frac{1}{2}gh}=\frac{2r}{gh},$$

et la ligne Dh sera la droite qui rendra les deux terrains de même surface.

Si le plan du terrain était rapporté, on pourrait trouver cette ligne Dh avec l'échelle et le compas, comme on l'a enseigné précédemment.

203. Nous avons déjà fait remarquer que lorsqu'on fait la division d'une figure avec l'échelle et le compas, il faut que cette figure soit bien exactement rapportée sur le papier, parce que les distances que l'on prend sur ce plan doivent être mesurées sur le terrain, et déterminent les points de division.

Pour opérer avec ordre, on écrit dans la figure toutes les distances nécessaires au partage, et l'on mesure ensuite pareilles longueurs sur les côtés réels et homologues du terrain à diviser.

Par exemple, je prends d'abord, avec le compas, la longueur Df ou Af (fig. 113); je porte l'une de ces ouvertures de compas Af sur l'échelle qui a servi à faire le plan de cette figure, et j'écris le nombre que je viens de trouver dans l'espace Af.

Je cherche de même la longueur du côté A*h* ou B*h*, que j'écris aussi.

Cela étant fait, je vais sur le terrain prendre sur AD, précisément la même longueur que celle que je vois écrite sur le plan de A en *f*.

Si, sur ce même plan, j'ai mesuré la distance A*h*, je prends sur la ligne AB la longueur que je vois écrite sur son côté correspondant.

Enfin, par les extrémités *f* et *h* je fais mener les lignes C*h*, C*f*, qui font le partage demandé avec autant d'exactitude que l'on peut en attendre d'une opération faite avec l'échelle et le compas.

Les partages faits d'après les données prises sur le terrain, sont, comme nous l'avons déjà dit, plus exacts : ainsi, l'arpenteur qui est jaloux de faire une bonne opération, doit toujours employer les méthodes de calcul.

Réflexions sur le partage des Propriétés champêtres.

204. Les différentes natures de biens champêtres ne produisant pas toujours également dans leur étendue, l'arpenteur doit user avec intelligence et équité des lumières qu'il peut acquérir sur le terrain même, et faire en sorte que chacun des copartageans ait une égale portion du bon, du médiocre et du mauvais terrain.

Si le champ est borné par une rivière, par un chemin, un bois, etc., chaque part, comme on l'a déjà dit, doit aboutir vers cette borne, et participer au bien ou au mal qu'elle produit : on doit du moins y avoir égard.

S'il s'agit d'un champ de nature variable, comme ceux sujets aux inondations, les parts inégales en qualités devront différer en quantité, pour mettre les lots en balance.

Si le terrain est de nature à produire, par exemple, 20 pour cent vers l'un de ses bouts, tandis que vers l'autre il ne donne que 10 pour cent, il est de toute justice que la portion qui contient le moindre terrain soit au moins double de celle qui contient le meilleur.

La conscience, l'honneur, tout impose à l'arpenteur l'obligation de descendre avec soin dans tous ces détails, de les peser avec toute l'attention dont il est capable, et de les considérer comme la règle essentielle de toutes ses opérations : non-seulement il doit avoir à cœur de mettre de l'exactitude dans son travail, mais surtout de procéder avec équité, et de laisser partout après lui la réputation d'un homme parfaitement intègre.

CHAPITRE VIII,

Contenant l'Aménagement des Bois, leur Exploitation et leurs Divisions en coupes réglées.

205. L'AMÉNAGEMENT des bois est la partie la plus difficile de la Science forestière, à cause du grand nombre de combinaisons que sa détermination exige.

Il faut distinguer un aménagement fait par le Gouvernement, de celui fait par le propriétaire. Le premier, sans égard au revenu qu'il en pourrait tirer, doit adopter les moyens les plus propres pour subvenir aux besoins de la consommation générale; le propriétaire, au contraire, fait son aménagement de manière que sa propriété lui rapporte chaque année à peu près le même revenu, et le plus fort qu'il soit possible d'obtenir.

Pour y parvenir, il doit avoir égard aux considérations suivantes : savoir, que chaque essence de bois a ses limites pour la végétation; que cette limite n'est pas la même pour les différentes essences de bois, lors même que ces bois sont dans le même lieu et dans des terrains de même qualité; que les bois de même essence profitent en raison de la meilleure température sous laquelle ils se trouvent, et du sol dans lequel ils sont; que, dans des terrains de même qualité et de même température, les bois donnent des produits en raison de l'âge auquel on les coupe.

C'est lorsqu'un bois cesse de profiter qu'il doit être

coupé pour obtenir le plus grand produit; car, trop jeune, le bois ne produit pas autant de matières que dans un âge plus avancé; trop vieux, il tombe en pourriture.

La difficulté est de pouvoir connaître assez exactement l'âge de la maturité des bois dans leurs variétés d'essences, de sol et de climats.

On s'est beaucoup occupé de ce problème; différens procédés ont été proposés pour connaître l'augmentation annuelle, et reconnaître l'âge où elle commence à diminuer; de nombreuses observations ont été faites; et, d'après leurs résultats, on a classé les bois et déterminé l'âge de maturité de leurs différentes classes.

On a divisé les bois taillis en cinq classes.

Les deux premières comprennent les bois qui croissent sur le plus mauvais terrain; la troisième et la quatrième ceux qui sont sur des terrains de qualité moyenne, et la cinquième ceux qui croissent sur les meilleurs terrains.

Première classe.

Taillis de l'âge de 15 à 25 ans, dont la hauteur n'est que de deux à trois mètres. Leur aménagement est fixé à 20 ans. Au-dessous de cet âge, le bois ne produirait pas de graines pour les repeuplemens naturels; pour en avoir, on réservera 48 baliveaux de l'âge par hectare, que l'on abattra à la coupe suivante.

Deuxième classe.

Sont des taillis de l'âge de 25 ans, qui ont de trois à cinq mètres de hauteur. Ces bois cessent de s'élever à l'âge de 25 à 30 ans; ils sont aménagés à 25 ans.

On réserve par hectare, à chaque coupe, 40 baliveaux de l'âge, 8 arbres de deux âges, 2 arbres de trois âges, si l'on en trouve d'une assez forte végétation.

Troisième classe.

Bois qui, à 25 ans, ont une hauteur de 5 à 6 mètres, et même 6 mètres et demi. Ils n'acquièrent plus de hauteur lorsqu'ils ont 30 à 40 ans. Cette classe sera aménagée à 35 ans, si le chêne, le hêtre, le frêne ou le châtaigner dominent, et à 30 ans dans le cas contraire.

On réserve à chaque coupe de cette classe, par hectare, 34 baliveaux de l'âge, dont deux sont pour remplacer ceux qui périssent pendant l'exploitation; 16 arbres de deux âges, 8 de trois âges, 4 de quatre âges.

Quatrième classe.

Taillis qui à 25 ans ont reçu une hauteur de 10 à 13 mètres. Ils augmentent encore de 40 à 80 ans, et quelquefois jusqu'à 100 ans. Ces bois sont aménagés à 50 ans, si les meilleures essences y dominent, et à 40 ans dans le cas contraire.

On réserve par hectare, à chaque coupe de ces bois, 32 baliveaux de l'âge, 16 de deux âges, 8 arbres de trois âges, et, si cela est possible, 2 arbres de quatre âges.

Cinquième classe.

Cette classe comprend tous les taillis qui, à 25 ans, ont une hauteur de 14 à 17 mètres. Ces bois grandissent encore à 120 ans et quelquefois jusqu'à 150 ans. Ils sont aménagés à 70 ans, si les meilleures essences y

dominent en quantité, à 60 ans si elles sont en minorité, et à 50 ans si le bouleau y domine.

On réserve par hectare, à chaque coupe de bois, dans le premier cas, 34 baliveaux de l'âge, 16 arbres de deux âges, et 4 arbres de trois âges.

Dans le second cas, 32 baliveaux de l'âge, 16 de deux âges, 6 arbres de trois âges, et 5 de quatre âges.

Enfin, dans le troisième cas, 32 baliveaux de l'âge, 16 de deux âges; 8 arbres de trois âges, et 2 de quatre âges.

Les bois étant ainsi classés par leur maturité, on calcule les besoins et les ressources de la localité, et les convenances du propriétaire, afin d'avoir le meilleur aménagement possible, à quoi l'on parvient aisément avec un peu d'habitude.

Les petits propriétaires de bois ne peuvent guère pratiquer que les deux premiers aménagemens, à cause qu'il est probable qu'ils désireront jouir, de leur vivant, du revenu qu'ils espèrent en retirer. Il est néanmoins des circonstances locales dans lesquelles leur intérêt est d'avancer ou de reculer l'âge d'aménagement qui convient à la classe dans laquelle se trouvent ces bois.

Après avoir ainsi classés les bois, on partage chaque classe en portions telles, qu'elles donnent chaque année à peu près le même revenu; cela s'appelle mettre le bois *en coupes réglées*, ce qui se fait au moyen d'un arpentage bien exact.

Lorsque le bois est bien garni et qu'il est partout de même valeur, l'opération se borne à diviser la contenance totale du bois en exploitation par le nombre de

coupes; mais lorsque la valeur du bois varie et qu'il se trouve des parties vides dans l'intérieur, il est nécessaire d'évaluer le produit de chaque portion, et de déduire la contenance des parties dans lesquelles il n'y a point de bois susceptibles de faire partie des coupes.

La déduction des parties vides est facile à faire, puisque c'est le résultat d'un arpentage; il n'en est pas de même pour avoir le produit des bois encore sur pied.

M. *de Perthuis*, qui a fait de nombreuses exploitations, et de qui nous empruntons cet extrait de l'aménagement des bois, a donné un tableau comparatif des produits en bois de chauffage, des taillis placés sur différentes natures de terrains, et coupés à différens âges.

Ce tableau, qui est ci-après, présente les calculs faits sur les exploitations de bois de chêne sans mélange, ou de hêtre sans mélange, ou de bois mélangés de ces deux essences. On y a compris dans l'évaluation, le charbonnage et les bourrées, en prenant 4 cordes et demie de charbonnage, et 550 bourrées pour une corde de bois de chauffage.

La corde est celle dite *de vente* ou *de port*, de 5 pieds de haut, 8 pieds de couche; la bûche de 3 pieds et demi de long.

Tableau du produit en matière de bois taillis, placés sur différens sols, et coupés à différens âges pour un arpent des Eaux et Forêts, répondant à 51 ares $\frac{17}{100}$.

AGES des coupes.	PRODUITS SUR LES meilleurs sols.	Sols de qualité moyenne.	mauvais sols.	
Ans.	Cordes.	Cordes.	Cordes.	
10	4 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{4}$	2	
15	9	5 $\frac{3}{4}$	2 $\frac{1}{4}$	
20	15	9 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	
25	21	13 $\frac{1}{4}$	5 $\frac{1}{4}$	
30	27	16 $\frac{3}{4}$	6 $\frac{1}{2}$	1 cord. vaut 4 stèr. $\frac{799}{1000}$.
35	35	21	7	
40	42	24 $\frac{1}{2}$	7	ce qui donne 1 stère = $\frac{5}{24}$ de corde.
50	56	31	6	
60	70	37 $\frac{1}{2}$	5	d'un autre côté, 1 arp. métr. donne 1 cord. $\frac{95}{100}$
70	80	41 $\frac{1}{2}$	3	
80	90	46	2	ou 9 stères $\frac{36}{100}$.
90	96	48 $\frac{1}{2}$	1	
100	102	51	»	
120	114	57	»	
140	124	62	»	
150	128	64	»	
200	135	67 $\frac{1}{2}$	»	
250	120	60	»	
300	110	55	»	

Si le bois était mélangé de charme ou de bois blanc, il faudrait faire des déductions, parce que ces bois ne produisent pas autant que le chêne et le hêtre, surtout le bois blanc, qui dépérit à 40 ans et qui meurt à 130.

Le bois de 10 ans ne produit pas encore du bois de chauffage, appelé *bois de corde;* celui de 15 ans en produit même très peu.

La qualité du bois de chauffage des taillis de 15 ans, est inférieure à celle des bois provenant des taillis plus âgés, et s'améliore avec leur âge jusqu'à 50 ans, où elle commence à décroître.

Jusqu'à l'âge de 20 ans, les bois ne sont généralement bons qu'à faire du feu.

Le bois de même essence pèse moins à 15 ans qu'à 20 ans, à 20 ans qu'à 50 ans; après cet âge, sa pesanteur diminue à mesure qu'il vieillit : de là il suit qu'une corde de bois prise dans un taillis de 25 ans, entretiendra un feu plus long-temps qu'une corde prise dans un taillis de l'âge de 15 à 20 ans.

De 10 à 20 ans, les bois ne peuvent fournir que des cerceaux et des échalas communs; à 25 ans, ils produisent déjà de la petite charpente.

Les futaies sont bien plus faciles à estimer. On mesure la grosseur de chaque arbre à la hauteur du bras; le cinquième de son pourtour donne l'équarrissage dont il est susceptible. On estime la hauteur de la pile, c'est-à-dire toute la hauteur de l'arbre qui pourrait être convertie en charpente, et avec ces élémens, on calcule avec précision toute celle que chaque arbre peut produire; on met en ligne de compte le bois de

chauffage, de charbonnage, et les bourrées que la tête pourrait rendre.

Les prix locaux des marchandises étant connus, on aura la valeur de la futaie, duquel on déduit le dixième pour le bénéfice du marchand, ainsi qu'on doit le faire pour les taillis.

Divisions des bois en Coupes réglées.

206. On partage une forêt, un grand bois, en plusieurs parties, et une de ces parties, qui contient une révolution entière de l'âge auquel on fixe les taillis, se nomme *triage*.

Pour mettre un bois en coupes ou ventes réglées, il faut en lever le plan, en connaître la superficie, en distinguant celle des parties vides, qui doit être soustraite de la surface totale, pour avoir la superficie réelle du bois qu'on veut mettre en coupes; on divise ce reste par le nombre de coupes requises; le quotient donne la surface pleine de chaque coupe, de sorte que c'est la contenance de bois qu'il faut donner à chaque division, et non la contenance relative au terrain.

Quand le bois est grand, on établit une ligne de séparation, suivant la méthode qui sera enseignée ci-après, et l'on marque les coupes par autant de routes ou tranchées à angle droit, d'un mètre de large pour le passage des porte-chaînes et des marchands.

Lorsque le bois qu'il faut mettre en coupes appartient à l'État, on ôte le quart de la superficie, pour servir de réserve, conformément à l'ordonnance, et les agens forestiers font mettre à l'extrémité de chaque tranchée

des bornes de pierre dure, d'environ un mètre de hauteur, dont la moitié, à peu près, est fixée en terre, et l'on a coutume de marquer ces bornes du nº de la vente qu'elles limitent, et de tracer sur la tête de chacune une ligne qui indique l'alignement qui sépare les ventes.

Les parties vides doivent aussi être délimitées d'une manière distincte, afin d'éviter toute contestation avec les marchands lors du recollement. Comme ces portions vides ne peuvent point embarrasser l'arpenteur, lorsqu'il est bien entendu qu'elles ne doivent pas faire partie de la contenance de la coupe dans laquelle elles se trouvent, nous n'y aurons pas égard, afin de simplifier nos exemples.

Supposons qu'il s'agisse de mettre le bois de la figure 126 en quatorze coupes, et qu'il soit possible de le renfermer dans un rectangle ABCD (fig. 126).

Si l'on a trouvé, par exemple,

$$AB = 240^{p},$$
$$AC = 220^{p},$$

la superficie de ce rectangle sera de 528 arpens, de laquelle il faut soustraire 56 arpens 42 perches pour les trapèzes et triangles extérieurs, d'après les mesures écrites dans cette figure; le reste, 471 arpens 58 perches, sera la superficie du bois qu'il faut mettre en coupes.

S'il faut en soustraire le quart pour la réserve, les quatorze coupes ne contiendront que 353 arpens 68 perches.

La première opération à faire est d'ôter ce quart de

réserve, qui est, dans cet exemple, de 117 arpens 88 perches.

Voici comme j'opère :

Conformément au n° 197, j'essaie de prendre 60 perches de largeur sur chaque parallèle AB, CD, ce qui me donne une surface de 132 arpens; je soustrais les emprunts *ab*B, *cde*D, *gh*D, que j'ai calculés pour avoir la superficie intérieure de cette figure. Ces emprunts sont de 1300,95, à quoi il faut ajouter les parties *ankb*, *oqg*; la première se trouve sans difficulté, puisque la ligne *bk* n'est pas inclinée; ainsi $n\text{B} = 60$; si de ce nombre on ôte 38,5, il restera 21,5 à multiplier par 10; le produit est 215.

Pour avoir le petit emprunt *ogq*, on fera cette proportion :

$$80 : 7 :: (60 - 57) : x;$$

d'où l'on tire

$$x \quad \text{ou} \quad oq = 0{,}26.$$

Multipliant la moitié de cette distance par 3, on aura 0,39 pour la surface de ce petit triangle. Ajoutant ces deux dernières quantités à 1300,95, on aura 1516,34 à ôter de 13200; le reste 11683,66 sera la surface *kb*B*cde*D*hgo*. Cette superficie diffère de celle qu'on demande de 105 perches; mais on la déterminera comme il suit :

Au moyen des opérations qu'on vient de faire, on trouve $ok = 209{,}74$; ainsi, divisant 105 par 209,74, le quotient 0,5 fait connaître qu'en portant cette

quantité de o en M et de k en N, et tirant NM, on aura la surface du quart de réserve.

On pourrait suivre le même procédé pour déterminer toutes les coupes du triage; mais le calcul serait d'autant plus long et plus pénible, que la figure serait plus irrégulière.

Quand les localités et la forme du bois le permettent, on peut opérer comme il suit :

Divisez les côtés Ai, Cl, ou les côtés les plus avantageux pour l'exploitation, en quatorze parties égales, ce qui donnera les coupes requises, non d'égale contenance, mais ensemble égales à 353 arpens 68 perches; ces coupes ne peuvent pas rester dans cet état; car on remarquera qu'en divisant Ai, Cl, en quatorze parties égales, la division adjacente à la ligne AC n'aurait presque point de superficie dans l'intérieur du bois. On parera à cet inconvénient en menant, sur le plan seulement, une ligne rs qui laisse en dehors une quantité de bois à peu près égale aux espaces vides que forment en dedans de cette ligne les sinuosités du bois.

Cette ligne peut se tirer à vue, car il importe peu que les coupes soient égales à un quart d'arpent près, sur 25 ou 30 arpens, ces coupes devant être réarpentées, ainsi qu'on le verra ci-après.

Dans cet exemple, je porte 10 perches de A en r et de C en s, ce qui réduit les lignes ri, sl à 169,5; je prends la quatorzième partie de cette quantité, et j'ai 12,11 pour la largeur de chaque coupe.

Si le bois qu'il faut mettre en coupes tient en partie à d'autres bois, il faut aussi en lever le plan et calculer

sa surface; prendre ensuite une ligne convenable qu'on divisera en autant de parties égales que le triage doit avoir de coupes; et à chaque point de division, on élevera sur la base une perpendiculaire qu'on prolongera jusqu'au bois limitrophe.

Ainsi, si le côté AB tient à un autre bois, après avoir divisé la ligne *sl* en 14 parties égales, on élevera à chaque point de division 1, 2, 3..., etc., les perpendiculaires 1*t*, 2*u*, 3*v*..., etc., à la ligne CD.

207. *Remarque.* Cette méthode de mettre les bois en coupes réglées est bien expéditive, et épargne souvent des dégâts, du temps et de la dépense, surtout lorsqu'on peut faire toutes les opérations en dehors, ou seulement lorsqu'on peut établir une base comme CD; mais elle a l'inconvénient de donner souvent des coupes trop inégales en superficie; d'ailleurs elle ne se pratique pas toujours aussi facilement que dans les exemples précédens, car il arrive très fréquemment qu'on ne peut s'écarter des limites de la figure; d'un autre côté, par cette méthode, les coupes peuvent être très longues et très étroites, ce qui est contraire à ce qui se pratique ordinairement; car elles doivent être de figure régulière et approchante du carré, autant que cela est possible; c'est pourquoi quand un bois est aussi long que large, on a coutume de le séparer en deux parties par une laie *sommière*, afin que les coupes soient moins longues.

On appelle *laie sommière* une tranchée destinée à séparer une forêt en plusieurs parties, et sur laquelle on élève des laies pour séparer les ventes. Cette som-

mière, à laquelle on donne quelquefois 7 à 8 mètres de largeur est ordinairement essouchetée. Dans les bois d'une moyenne étendue, on ne lui donne guère plus de 2 mètres de large.

208. *Mettre le bois* ABCDE... *etc., en triage de 25 coupes* (fig. 127).

Après avoir mesuré cette figure par quelques-uns des moyens que nous avons enseignés, et trouvé qu'elle contient, par exemple, 577 arpens 10 perches, déduction faite du quart de réserve, si cela est nécessaire, je divise cette quantité par 25 pour avoir la superficie de chaque coupe; le quotient est 23 arpens 8 perches, en négligeant les fractions.

Pour rendre ces coupes moins longues, il faut séparer ce bois en deux parties par une laie sommière, qu'on peut faire partir d'un point quelconque E.

Pour établir cette sommière, calculez une portion telle que NABCDE, au moyen des côtés AN, AB, BC, CD, DE et des angles A, B, C et D.

Si l'on trouve cette superficie, par exemple, de 290 arpens 24 perches, on la divisera par celle que chaque coupe doit avoir, ce qui donnera 12 avec un reste de 13 arpens 25 perches, qu'il faut ôter de la portion mesurée pour la rendre capable de contenir 12 coupes.

Comme on veut que la sommière aboutisse au point E, la base N*o* du triangle à soustraire sera proportionnelle à la base AN du triangle AEN; ainsi l'on aura

AEN : AN :: 13 arp. 24 perches : N*o*,

ou 10675 : 58,3 :: 1324 : N*o*,

d'où l'on tire, dans cette hypothèse,

$$No = 7,3.$$

Si la sommière devait partir d'un autre point que E, il est bien évident que l'opération n'aurait pas plus de difficulté, seulement elle pourrait être un peu plus longue; d'ailleurs, d'après tout ce qu'on a vu jusqu'à présent, on ne peut jamais se trouver embarrassé.

Lorsque la sommière est tracée, avant de procéder à la division des coupes, il est bon de vérifier si l'on ne s'est point trompé dans l'exécution, en examinant si la distance N*o* est bien exacte, et si les angles que fait cette sommière avec les côtés AN, DE, sont égaux à ceux qu'on peut trouver par le calcul.

Si, par cette vérification, le triangle N*o*E est plus grand ou plus petit qu'il ne doit être, on ajoutera ou l'on diminuera la différence de la superficie totale *o*ABCDE, et l'on divisera le nouveau résultat par les 12 coupes qu'il doit contenir, afin de les rendre égales entre elles, autant qu'il est possible.

Pour tracer la sommière dont on vient de parler, on peut se servir de l'un des moyens indiqués ci-après pour mener des routes dans les forêts.

Remarque. On peut calculer la superficie de la partie NABCDE, avec l'échelle et le compas, en ayant attention de rapporter la figure avec une échelle qui donne au moins les mètres d'une manière distinctes; mais j'observe, ainsi que je l'ai déjà fait, qu'on n'opérera jamais aussi exactement par cette méthode graphique, qu'en cherchant cette superficie par le calcul; cependant comme on ne demande pas une précision

rigoureuse dans ces sortes d'opérations, cette méthode est communément suivie dans la pratique.

209. *Tracer sur le papier les coupes d'un triage.*

Lorsqu'on a déterminé la quantité que chaque coupe doit avoir dans les deux cantons séparés par la sommière, on les trace ordinairement sur le papier.

Pour cela, prenez avec le compas une distance *ks* à peu près vers le milieu de la vente par laquelle on veut commencer; portez cette ouverture de compas sur une échelle de proportion, pour en connaître la grandeur, et divisez la surface que chaque coupe doit avoir par cette même grandeur, le quotient vous donnera la largeur *oe* sur la sommière (fig. 127).

Au point *e* élevez la perpendiculaire *ed*, et des points A et *c* abaissez ses parallèles A*a*, *cb*; puis calculez au moyen du compas et de l'échelle, les superficies *o*A*a*, *a*A*bc*, *bcde*. Si leur somme est égale à celle de chaque coupe, la ligne *ed* fera la première division; si elle en diffère, on divisera la différence par la longueur *ed*; le quotient donnera la distance qu'il faudra ajouter ou diminuer sur la partie *oe* de la sommière pour déterminer le véritable point *e*.

Par ce moyen, on aura, à très peu de chose près, la quantité requise, si, d'une part, le plan est rapporté avec une échelle assez grande pour y prendre les mètres, et si, de l'autre, on opère avec un bon compas.

On tracera de même toutes les autres coupes jusqu'à la dernière, qui se trouvera égale aux autres si l'on apporte de l'exactitude dans son travail.

Les ventes de l'autre côté de la sommière se déterminent de la même manière.

Remarque. 1°. Si les cantons séparés par la ligne sommière n'étaient point trop irréguliers, on pourrait se servir des principes donnés pour la division des propriétés, ainsi que nous l'avons déjà dit; mais il est rare que l'on puisse employer ce moyen, à cause des sinuosités qui se trouvent presque toujours dans ces sortes de figures, et qui empêchent même que l'on s'astreigne rigoureusement aux lois de la Géométrie : c'est pourquoi l'on se contente du calcul graphique; d'ailleurs les coupes devant être réarpentées, il est indifférent qu'elles soient précisément de la même quantité.

Lorsque toutes les coupes d'un triage seront tracées sur le papier, on opérera sur le terrain comme il suit:

On ira à l'extrémité *o* de la sommière pour mesurer, en allant vers E, la largeur de toutes les coupes de la partie qui est au-dessous, et, à chaque point de division, on mettra un piquet.

Du point E, retournant vers *o*, on marquera de la même manière la largeur de toutes les coupes du canton qui est au-dessus de la sommière, mais avec des piquets plus petits ou plus grands, afin de les distinguer des autres.

Si cette seconde mesure se rapporte avec la première, on conclura que l'on a bien opéré.

A chaque division on élevera des perpendiculaires à la sommière, lesquelles seront les laies de séparation.

Si toutes les coupes n'aboutissaient point sur la sommière, on chercherait l'angle qu'elles font avec les

côtés qui s'en détournent; on mesurerait sur ces côtés les largeurs obliques des coupes, et à chaque division, on poserait un graphomètre pour diriger les laies suivant l'ouverture de l'angle trouvé.

On peut abréger cette dernière opération avec la boussole, en orientant les premières laies, et menant par chaque point de division, sur les côtés qui se détournent de la sommière, des parallèles à ces premières laies.

2°. Lorsque le bois qu'on met en triage était divisé auparavant en une autre quantité de coupes, il arrive que chaque vente du nouveau triage se trouve composé de bois de différens âges.

Dans ce cas, quand la division du nouveau triage est faite, et que toutes les laies sont tracées, on procède au réarpentage. Ensuite on mesure, au moyen des laies de l'ancien triage, la quantité des taillis des différens âges qui se trouvent enclavés dans chaque vente, et l'on tient un état de toutes ces mesures, conformément au modèle suivant :

État des 25 coupes pour leur première révolution, commencée en 1820, du bois de......, coupé ci-devant à 16 ans, contenant leurs quantités et celles des tailles qui les composent, suivant le réarpentage, avec l'âge de chacun, lors des exploitations.

ANNÉES de l'Exploitation.	Numéros des Ventes.	CONTENANCES des Coupes nouvelles.	CONTENANCES de l'ancien Triage.	AGE FUTUR des Taillis.
		Arp. perch.	Arp. Perch.	Ans.
1820	1	23.07	15.27 7.80	16 15
1821	2	23.08	7.60 15.48	16 17
1822	3	23.08	11.73 11.35	16 17
1823	4	23.08	17.38 5.70	17 18
1824	5	23.09	12.09 11.00	17 18
1825	6	23.09	8.00 15.09	17 18
1826	7	23.08	10.45 12.63	18 19
1827	8	23.07	12.00 11.07	18 19
1828	9	23.08	9.96 13.12	19 20
1829	10	23.08	16.38 6.70	19 20
1830	11	23.10	14.90 8.20	20 21
1831	12	23.08	17.58 5.50	20 21
		276.98		

ANNÉES de l'Exploitation.	Numéros des Ventes.	CONTENANCES des Coupes nouvelles.	CONTENANCES de l'ancien Triage.	AGE FUTUR des Taillis.
		Arp. perch.	Arp. Perch.	Ans.
	Ci-contre.	276.98		
1832	13	23.07	5.40 13.77 3.90	20 21 22
1833	14	23.10	4.30 18.80	20 21
1834	15	23.07	12.00 11.07	21 22
1835	16	23.10	9.00 14.10	21 22
1836	17	23.08	17.28 5.80	22 23
1837	18	23.06	12.16 10.90	22 23
1838	19	23.08	8.10 14.98	22 23
1839	20	23.06	5.20 15.16 2.70	22 23 24
1840	21	23.09	12.09 11.00	23 24
1841	22	23.08	13.48 9.60	23 24
1842	23	23.11	17.71 5.40	24 25
1843	24	23.11	18.21 4.90	24 25
1844	25	23.11	18.51 4.60	25 26
		577.10		

210. Il est essentiel de bien placer les numéros des ventes, afin d'établir une succession d'âge convenable

pour les exploitations futures. Comme ils sont arrangés dans cet exemple, le plus ancien taillis futur n'aura pas au-delà de 26 ans, et le plus jeune ne sera pas au-dessous de 15 ans.

Si l'on avait numéroté le plan par 1, 2, 3... etc., le n° 25 se serait trouvé à la place du n° 2, et l'âge futur de cette coupe aurait été de 39 à 40 ans, ce qui est trop vieux pour la plupart des bois qui dépérissent avant cet âge, comme on l'a vu à la deuxième classe des bois. Si, malgré toutes les précautions que l'on ait pu prendre, il se trouvait des bois de cet âge dans cette coupe, ou dans une autre dont le numéro en approchât, il faudrait le faire exploiter extraordinairement avant la première vente; par ce moyen le bois se trouverait à peu près à l'âge dans lequel il est le plus profitable lors de son exploitation.

Si dans une coupe il se trouvait du bois au-dessous de 10 ans, on le réserverait lors de l'exploitation, car l'ordonnance défend de couper les bois qui sont au-dessous de cet âge.

Remarque. Si les marchands n'achètent que sous la condition que le prix des ventes sera diminué ou augmenté dans le rapport de la valeur des bois relative à leur âge, on fera l'estimation en *perte* ou *gain*, d'après le tableau du n° précédent, c'est-à-dire en *perte* pour les âges au-dessous de 25 ans et au-dessus de 30, et en *gain* pour les âges de 25 à 30 ans, en supposant que le bois de cette classe commence à dépérir à ce dernier âge.

Pour faire l'estimation de la première coupe, où il y a 7 arpens 80 perches de bois de 15 ans, et 15 ar-

pens 27 perches de 16 ans, en supposant le bois dans le meilleur sol, on fera les proportions :

$$21 : 9 :: 7{,}80 : x = 3{,}34$$
$$21 : 10{,}2 :: 15{,}27 : y = \underline{7{,}42}$$
$$10{,}76.$$

C'est-à-dire, 10 arpens 76 perches à payer pour cette coupe au même prix que si le bois était parvenu à l'âge de 25 ans.

En effet, d'après ce tableau, les 7 arpens 80 perches à 15 ans doivent fournir........... cordes. 70,20
et 15 arpens 27 perches à 16 ans donnent 155,75
225,95

De même 10 arpens 76 perches à 25 ans, fournissent........................ 225,96.

Si le bois était sur un terrain de la moyenne qualité, la première vente se réduirait à 10 arpens 87 perches.

211. *Percer une ou plusieurs routes dans une forêt, un bois..., etc.*

Lorsque le bois dans lequel on veut percer une ou plusieurs routes est considérable, comme, par exemple, dans une forêt, l'opération ne se pratique pas toujours facilement, et l'on est quelquefois obligé d'avoir recours à la boussole; mais quand il n'est pas d'une trop grande étendue, cette opération est assez simple, surtout quand on peut comprendre le bois, ou seulement la partie de la superficie où il convient d'ouvrir ces routes, dans un parallélogramme, par des lignes d'emprunts, ou autres.

Soit la route AB (fig. 128) qu'il s'agit de percer. Si l'on peut voir d'un même point quelconque F les deux endroits A et B, faites élever un signal à chacun de ces points; prenez la valeur de l'angle AFB, et mesurez par le moyen de bases convenables, les distances AF, BF.

Quand vous connaîtrez toutes ces choses, vous résoudrez le triangle ABF, afin de connaître les angles en A et en B.

Ensuite, vous irez à l'un des points A ou B, par exemple au point A; vous dirigerez l'alidade fixe du graphomètre sur le signal F, et vous tournerez l'alidade mobile jusqu'à ce qu'elle fasse sur l'instrument un angle égal à celui BAF. La route qu'on fera percer dans la direction du rayon visuel de cette alidade mobile, ira directement au point B, si l'on a bien opéré.

Si vous allez ensuite au point B y déterminer de la même manière la direction de cette même route, on pourra commencer le travail en même temps par ces deux endroits, et diminuer par là le temps qu'il faudra y employer.

Si l'opération qu'on vient d'indiquer n'est point praticable, faites mettre des jalons aux sinuosités C, D, E, F..., etc., de ce bois et mesurez, en partant du point A, les distances et les angles que forment les sinuosités de ces jalons; calculez les angles que fait AB avec les lignes AC, BK, et faites percer la route comme ci-dessus.

Dans les deux exemples qu'on vient de voir, il est supposé qu'il n'est point possible d'inscrire la figure ou la portion dans laquelle on veut percer la route

dans un parallélogramme : toutes les fois que cette inscription pourra se faire, il ne faudra point la négliger, car l'opération se pratique bien plus aisément.

Supposons qu'on peut mettre la figure dans le parallélogramme *cdef*; après avoir mesuré la portion *hcf*B, on imaginera le triangle rectangle *gf*B, dans lequel on connaîtra tout ce qui est nécessaire pour avoir *g*B et l'angle *g*B*f*.

Ensuite, dans le triangle A*g*B, on connaîtra A*g*=*ch* mesuré; on connaîtra aussi *g*B qu'on vient de calculer, et l'angle A*g*B = 100° — B*gf* obtenu par le calcul; donc on pourra calculer l'angle AB*g*.

Au moyen du triangle rectangle B*v*L, on aura l'angle LB*v*; retranchant ce dernier angle de la somme des deux angles AB*g*, *g*B*f*, on aura l'angle ABL, avec lequel on pourra faire percer la route.

On aurait pu trouver l'angle ABL d'une manière plus expéditive, en imaginant le triangle rectangle A*x*B, car, dans ce triangle, on connaît, outre l'angle droit, le côté A*x*=*gf*, et le côté B*x*=B*f*—*ch*; on aurait donc sur-le-champ l'angle AB*x*, duquel, retranchant LB*v*, il resterait ABL.

Si l'on veut percer la route HR, on imaginera le triangle rectangle R*t*H, dans lequel on connaît, outre l'angle droit, le coté H*t* = *ef* mesuré, et le côté R*t*=R*f*—*e*H; on pourra donc, au moyen de ce triangle, trouver l'angle RH*t*.

Si l'on n'a point mesuré l'angle *i*R*k* sur le terrain, on pourra le trouver au moyen du triangle rectangle R*ki*: ainsi, ôtant ce dernier angle de celui HR*t*, on

aura l'angle HRi, avec lequel on pourra tracer la route demandée HR.

Enfin, si l'on veut percer la route CL, allant de l'angle C à l'angle L, on imaginera le triangle rectangle CyL, dans lequel on cherchera l'angle yCL, qui servira à déterminer la route proposée.

212. Si toutes les opérations que l'on vient d'indiquer pour percer des routes dans les forêts, n'étaient point praticables, on verrait s'il n'y aurait pas entre les points A et B (fig. 128) un objet O visible de différens endroits. Dans ce cas, faites élever un signal aux points A et B, et cherchez deux endroits P, S, de chacun desquels vous puissiez apercevoir le signal A et l'objet O.

Puis, au point P mesurez les angles APS, OPS et la distance PS; posez votre graphomètre au point S, et prenez-y la valeur des angles ASP, OSP.

Cherchez ensuite deux autres endroits T, U, de chacun desquels vous aperceviez le signal B et l'objet O; mesurez les angles OTU, BTU, et la distance TU; posez votre graphomètre au point U, et prenez-y la valeur des angles OUT, BUT.

Enfin, mesurez, soit immédiatement, soit par le moyen d'une base convenable, la distance ST.

Ces opérations, bien exactement faites, vous connaîtrez dans chacun des triangles APS, OPS, les angles et le côté PS; ce qui suffit pour calculer les parties inconnues de ces triangles.

Dans le triangle AOP, vous connaîtrez les côtés AP et OP que vous aurez trouvés; vous connaîtrez aussi

l'angle APO = APS — OPS; ainsi vous trouverez les angles OAP, AOP, et le côté AO.

En faisant les mêmes opérations sur la base TU, on aura les données nécessaires pour résoudre le triangle ABO.

Or, l'angle BAP, que cette route doit former avec le rayon visuel AP = BAO + OAP, et l'angle ABU que cette même route doit former avec le rayon BU = ABO + OBU; donc, on pourra faire percer cette route, en se plaçant à l'un des points A ou B.

On peut aussi percer une route dans un bois en se servant d'une boussole (*).

Soit, par exemple, la route AB (fig. 129) que l'on veut percer dans la forêt Z; et supposons qu'on ne peut voir d'un même lieu les deux endroits A et B.

Après avoir établi les signaux A, C, D, E, F, B, posez une boussole à l'endroit C, et prenez-y la grandeur des angles *n*CD, *n*CA, et pour éviter l'ambiguité, écrivez le supplément de ce dernier angle dans l'ouverture *s*CA.

Opérez de la même manière aux points D, E, F, et mesurez les côtés AC, CD.

Au moyen de ces mesures, on calculera toutes les parties du triangle ACD; ensuite, si de 200° on retranche CD*s* + *n*DE, on aura CDE, et par conséquent ADE = CDE — ADC, et puisqu'on connaît AD, DE, on calculera toutes les parties du triangle ADE.

(*) Il faut d'abord voir l'article des levés à la boussole pour prendre connaissance de la manière d'opérer avec cet instrument.

En continuant de la même manière, on connaîtra les angles BAF, ABF, et ensuite le côté AB, qui est la route proposée à tracer.

Lorsque toutes ces choses vous seront ainsi connues, si de l'angle *s*BF, vous retranchez l'angle ABF, le reste exprimera la grandeur de l'angle *s*BA ou *n*B*d*, que la route proposée devra former sur le terrain avec la ligne du nord, c'est-à-dire avec l'aiguille aimantée *n*B*s*.

On trouvera de même la valeur de l'angle *n*AB que cette route doit former sur le terrain avec la ligne du nord *n*A*s*, et l'on remarquera si les angles *s*BA, et *n*AB se trouvent égaux, comme cela doit être; puis, pour faire percer la route AB, posez une boussole à celui que vous voudrez des deux points A et B; par exemple, en A, et disposez-y cet instrument de manière que l'arc compris entre la tête de l'aiguille aimantée et le point marqué *nord* au fond de la boîte, soit d'autant de degrés que vous en aurez trouvés pour la grandeur de ce même angle *n*AB.

Enfin, faites planter des jalons dans la direction du rayon visuel que vous dirigerez par les pinnules de cette boussole ainsi disposée, et vous aurez la route proposée.

213. *Remarque.* On se sert de la boussole avec avantage pour élever des perpendiculaires dans les bois, pour dresser les petites traverses qui doivent aboutir sur les sinuosités, et pour mener des routes parallèles à d'autres routes.

Si, par le point C (fig. 130) donné dans un bois on veut abaisser une perpendiculaire sur une ligne AB,

on commencera par prendre la déclinaison de cette ligne que je suppose de 140°; et comme, dans cette hypothèse, la tète de l'aiguille aimantée déclinera de 40° à l'égard de la perpendiculaire AD, on ira au point C faire un angle $nCd = sCE$ de 40 degrés; le rayon visuel qu'on dirigera vers la ligne AB, au travers des pinnules de cette boussole ainsi disposée, déterminera la perpendiculaire CE.

Si l'on voulait du point C (fig. 131) mener une route parallèle à celle AB, on prendrait en A, par exemple, la déclinaison de cette route AB; on irait au point C faire un angle nCD égal à celui trouvé au point A pour la déclinaison de la ligne AB, et l'on ferait percer la route CD.

C'est aussi par ce moyen qu'on trace une ligne de séparation entre deux bois contigus, et lorsque cette ligne s'éloigne du point donné, on opère avec l'équerre comme au n° 53.

214. On se sert encore de la *planchette* pour tracer des routes dans les forêts; mais pour réussir dans ces sortes d'entreprises, il faut avoir un plan bien exact de la forêt, ou prendre le parti de le lever avec précision.

Sur ce plan on marquera les routes que l'on se propose de percer, et on l'attachera ensuite sur la planchette que l'on établira au lieu où doit commencer la route projetée, en ayant soin de faire bien accorder les lignes du plan avec celles du terrain qu'elles représentent. *Voyez l'article des levés à la planchette*, n° 253.

Alors, en se servant de l'alidade, dont la règle sera mise avec beaucoup de soin le long de la route marquée

sur le plan de la forêt, on fera planter des piquets dans la direction de cette route, et la laie que l'on fera faire à mesure, arrivera au point indiqué, si le plan de la forêt est exact.

Reprenons la route AB (fig. 129). Si le point A d'où elle doit partir n'est point déterminé, on verra sur le plan à quelle distance son correspondant *a* se trouve de *c* ou de *k*, afin de le placer à pareille éloignement de C ou de K; alors, à ce point A, on arrangera la planchette de manière quelle soit immobile, que les points correspondans A, *a* soient dans la même verticale, et que les lignes *ac*, *ak* soient précisément dans l'alignement de celles du terrain AC, AK.

Cela étant, on ajustera avec beaucoup de soin la règle de l'alidade le long de la route projetée *ab*, pour s'en servir à bien conduire la route qu'il faut percer, et à mesure qu'on avancera, on y plantera des jalons avec beaucoup de soin.

Si le plan est exact, il n'y aura qu'un mauvais jalonnage qui puisse empècher d'arriver, à quelques mètres près, au point extrême de cette route.

215. *Déterminer la distance* AB, *qui traverse une forêt, en supposant que, du point* A *seulement, on puisse apercevoir le point* B (fig. 132).

On mesurera les lignes A*c*, *ce*, *ef*, *fg*, *g*B, ainsi que les angles qu'elles forment; puis, comme on suppose que du point A on voit le point B, on prendra l'ouverture de l'angle BA*c*, et toute l'opération sera terminée sur le terrain.

Cette question se rapporte à la vérification qu'on a

faite au n° 117. En effet, en imaginant le triangle rectangle A*dc*, on déterminera A*d* et *cd*.

Supposant aussi le triangle rectangle *eic*, on calculera *ci* = *dk*. Imaginez *fm* parallèle à *el* ou *ek*, et cherchez le côté *fl* = *km*, au moyen du triangle rectangle *elf*.

Opérez de la même manière pour trouver *gn* = *mo*, et *o*B; enfin réunissez toutes ces distances calculées, et vous aurez AB.

Si, au lieu de cette distance, il eût fallu connaître celle A*h* et, que, faute d'apercevoir le point *h*, on eût opéré comme ci-dessus, on serait parvenu à déterminer cette dernière distance, en cherchant d'abord, et de la même manière, les lignes B*p*, *pr*, *qr* et *hq* : or, B*p* + *qr* = B*s*, et *hq* + *pr* = *hs*; on connaîtra donc dans le triangle rectangle A*sh*, les côtes A*s*, *hs*, car le premier = AB — B*s*; donc on pourra calculer l'hypoténuse A*h*.

On pourrait trouver AB ou A*h* en cherchant la longueur de chacun des rayons menés du point A aux détours *e*, *f*, *g*, B, *r* et *h*.

C'est en opérant de cette manière qu'on peut connaître la distance qu'il y a entre deux clochers lorsqu'ils ne sont liés ensemble que par une suite de plusieurs triangles dont les côtés et les angles sont connus.

C'est là précisément l'objet de la triangulation dont nous avons déjà parlé, et que nous traiterons bientôt sous un autre point de vue.

Levé des plans des édifices civils.

216. Ce n'est pas assez qu'un arpenteur sache lever le plan d'un terrain, il faut aussi qu'il puisse lever celui

d'un bâtiment, soit pour la curiosité de ceux qui l'emploient, soit pour y projeter des changemens, des augmentations, etc.

Pour lever le plan d'un édifice avec exactitude, il faut, comme à l'ordinaire, en former le canevas, prendre les dimensions des principales parties de cet édifice, telles que sa longueur et sa largeur extérieures, la longueur et largeur des pièces qui le composent, en ayant soin de mesurer toutes les parties de chacune de ces différentes pièces.

Enfin, on écrit à mesure toutes ces dimensions sur le canevas qui représente cet édifice.

Si l'on veut lever le plan de la figure représentée par la figure 133, on levera d'abord le plan de la cour ABCD, par quelques-uns des moyens que nous avons enseignés (on mesure communément tous les côtés AB, BC, CD, AD, et une diagonale BD, quand cela est possible); puis on mesurera la distance AF et la longueur EF de la porte principale; la largeur des portes, des fenêtres, et les intervalles de toutes les parties qui composent les différens bâtimens situés dans cette cour.

Cette opération étant achevée, on entrera dans les appartemens pour y lever successivement le plan de chaque pièce en particulier, en observant de mesurer non-seulement la longueur des côtés de chaque pièce, mais encore la largeur des portes, celles des fenêtres, la largeur et profondeur des cheminées, etc. Enfin on mesurera dans chaque pièce une diagonale allant d'un angle à son opposé.

Quand le plan de toutes les pièces qui composent

le rez-de-chaussée sera levé, on passera aux étages supérieurs pour y faire les mêmes opérations; et si l'on veut représenter l'élévation de ce bâtiment, il faudra encore mesurer la hauteur de chaque étage, la distance d'une fenêtre à une autre, leur hauteur, etc.

Le canevas de l'édifice étant terminé, on passera aux jardins, dont on levera le plan comme il a été enseigné; et si l'on propose de tracer sur le terrain un projet de jardin, on aura soin de coter d'abord sur le plan ses principales dimensions, puis celles de toutes les parties qu'on a dessein de représenter.

Cette préparation étant faite, il ne s'agira plus que d'exécuter sur le terrain ce que l'on verra sur le plan, en donnant aux lignes qu'on tracera autant de mesures qu'on en verra marquées sur le plan le long de leurs correspondantes.

Ces sortes de projets se tracent très commodément sur le terrain au moyen de la planchette sur laquelle on attache le plan; car en se plaçant successivement à des points connus, il ne s'agit que de diriger des rayons visuels sur les lignes du plan, et de leur donner la longueur qu'on voit écrite sur leurs correspondantes.

Quant aux cercles ou portions de cercles, après en avoir *déterminé* les centres conformément au plan, on les tracera avec une chaîne ou un cordeau (90).

Manière de copier les plans.

217. On peut avoir la copie exacte d'un plan de plusieurs manières.

Lorsqu'on est pressé, on se sert d'un moyen très expéditif. On pose le plan à copier sur le papier destiné à recevoir la copie, et on l'attache à ce papier avec des épingles fines, de manière que ni le plan ni la feuille de papier ne puissent se déranger; ensuite, avec une aiguille emmanchée, que l'on nomme *piquoir*, on pique les extrémités de toutes les lignes, les sinuosités des rivières et des ruisseaux, les issues des chemins, les maisons et généralement tout ce qui est nécessaire pour faire facilement la copie du plan.

Quand tout est bien piqué, on ôte le dessin de dessus la feuille de papier, et au moyen des points qu'on voit sur cette feuille, on met la copie au crayon, en cherchant les points qui peuvent servir à représenter les mêmes objets que sur l'original.

Quelque composé que soit un plan, quand on l'a piqué sans avoir multiplié les points mal à propos, il est facile de le reconnaître au crayon, en s'attachant à chaque partie en particulier.

Lorsqu'on est versé dans ces sortes d'opérations, on abrège beaucoup le travail en mettant tout de suite le plan au trait après l'avoir piqué, ce qui le rend plus propre que celui qu'on reconnaît au crayon avant de le mettre à l'encre.

Quand on ne veut point piquer un plan dans la crainte de le gâter, on se sert d'un grand carreau de verre, encadré dans un châssis de bois garni de deux montans; on pose le dessin sur lequel est attaché un papier blanc sur la vitre, et comme on voit ordinairement au travers, on suit légèrement avec un crayon tous les traits du plan, et l'on a la copie exacte que l'on

met ensuite à l'encre. L'habitude apprend à ne point faire usage du crayon pour cette opération, en passant de suite au trait avec la plume.

Si tous les détails ne s'aperçoivent pas distinctement, on dessinera d'abord l'original sur un papier huilé ou verni, puis on calquera cette première copie à la vitre, comme si c'était la minute même.

Au lieu d'un verre mis dans un châssis garni de deux montans, il vaut mieux encadrer ce verre dans une table ordinaire posée horizontalement, et mettre dessous une ou plusieurs glaces qui produiront le même effet, si l'on ne laisse dans la chambre que le jour nécessaire.

Cette table, posée horizontalement, fatigue moins que le châssis garni de montans, qui est toujours incliné; d'ailleurs, à côté de cette petite table, on peut en mettre une autre de même hauteur, sur laquelle on fait glisser le plan à mesure qu'on en a besoin pour calquer.

Si, après avoir fait la copie du plan sur papier de calque, on ne pouvait encore suffisamment apercevoir toutes les lignes, on réduirait en poussière de la mine de plomb qu'on étalerait, en frottant légèrement avec un petit tampon de linge sur le papier huilé, mais du côté opposé à celui sur lequel le dessin est fait; puis on mettrait le côté plombé de cette feuille transparente sur le papier à dessiner, et l'on suivrait avec une pointe à calquer, tous les traits du plan, en ayant soin d'appuyer assez pour que la mine de plomb se trouve déposée sur le papier qui doit la recevoir.

Après avoir parcouru tous les détails, on ôte le cal-

que, et l'on met à l'encre la copie, qui sera conforme à la minute, si d'une part tous les traits ont été suivis, et si, de l'autre, on a rectifié les lignes que la pointe aurait pu ne pas assez marquer sur le papier à dessiner.

On peut encore copier les plans en déterminant par intersection la position des objets de détail; mais cette méthode, quoique rigoureuse dans sa théorie, exige beaucoup de temps, surtout lorsque le plan est très détaillé.

De la manière de mettre un plan de petit en grand, et réciproquement.

218. Lorsqu'un plan est trop grand ou trop petit, on peut le mettre dans telle proportion que l'on veut.

S'il s'agit, par exemple, de réduire le plan de la fig. 72 à la moitié, on a (147),

$$\mathrm{AB} : ab :: ab : \sqrt{\frac{\mathrm{AB}}{2}},$$

d'où l'on tire

$$ab = \sqrt{\frac{\overline{\mathrm{AB}}^2}{2}};$$

c'est-à-dire qu'il faut prendre une moyenne proportionnelle entre AB et sa moitié, et construire sur cette moyenne proportionnelle une figure *abc*, etc. (146), qui satisfera à la question.

Dans la pratique, on a coutume de faire ces transformations au moyen d'une échelle que l'on construit à cet effet.

Soit a, le côté du carré de l'échelle du plan, c'est-à-dire dix divisions de cette échelle, et a' celui de l'é-

chelle à construire; on a, dans le cas de la réduction à moitié,

$$a' = \sqrt{a.\frac{a}{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Si le plan devait être réduit au tiers,

$$a' = a\sqrt{\frac{1}{3}}.$$

Pour doubler ou tripler le plan, on fera, pour le premier cas,

$$a' = a\sqrt{2}.$$

Et, pour le second cas,

$$a' = a\sqrt{3}, \quad \text{etc.}$$

Avec la valeur de a', on construira une échelle qui fera le plan dans la proportion demandée.

Lorsqu'il ne se trouve pas d'échelle sur le plan, on la cherche par le n° 170.

Quand l'échelle est faite, il est bon, pour plus d'exactitude, de tirer sur le plan deux lignes au crayon, qui se coupent à angles droits, et qui le partagent en quatre parties; de mesurer ces lignes bien exactement sur l'échelle du plan, et de donner le même nombre de parties, mais prises sur la nouvelle échelle, à celles que l'on tirera sur la copie pour les représenter.

Lorsque ces lignes seront ainsi déterminées, on commencera par le point où elles se croisent, en s'écartant toujours, sans cependant quitter ces lignes avant que les figures qu'elles coupent ne soient réduites. Pour y parvenir plus aisément et plus

promptement, on concevra toutes les figures partagées en triangles, que l'on déterminera par des points d'intersection, en observant toujours de porter les mesures de la figure du plan original sur son échelle, afin de prendre une même quantité de parties sur la nouvelle échelle.

On peut aussi réduire ou augmenter un plan, en divisant sa longueur et sa largeur en parties égales, à chacune desquelles on donne tel nombre de parties que l'on veut de son échelle; ensuite on tire parallèlement à la longueur et à la largeur du plan des lignes au crayon qui se coupent à angles droits.

Si l'on veut réduire par ce moyen un plan à moitié, ou au quart, etc., il ne s'agira, comme ci-dessus, que de trouver une moyenne proportionnelle entre chacun des côtés qu'on a d'abord tracés sur l'original, et sa moitié ou son quart, etc., et de diviser chaque moyenne proportionnelle en autant de parties égales qu'il y a de divisions dans celles qu'elles représentent : enfin, de tirer par les points de division, des lignes qui formeront des carrés ou des rectangles semblables à ceux qui sont sur l'original.

Lorsque les carrés ou rectangles sont construits, on rapporte, dans ceux de la première rangée de la copie, ce qui est dans les correspondans de la première rangée de l'original, le tout en proportion, et en suivant les mêmes rangées en longueur ou en largeur, afin de ne point se tromper de case.

Il arrive quelquefois qu'on est obligé de tirer des diagonales dans les carrés ou rectangles afin de rapporter avec plus de précision les différens objets qui

s'y trouvent et qui demandent une attention particulière.

On se sert aussi d'une échelle pour déterminer certaines longueurs qui ne le peuvent être par le moyen des cases, comme lorsqu'une ligne en traverse le côté, et qu'il est nécessaire d'avoir exactement la distance qu'il y a de l'angle du carré au point de section, ou lorsqu'une ligne se terminant dans une case, on veut savoir son étendue depuis le côté jusqu'à son extrémité.

Pour connaître ce que les intervalles ont de longueur, on les porte sur l'échelle du plan, et à mesure qu'on les connaît, on prend le nombre de parties que chacune contient sur la nouvelle échelle, afin de déterminer les points dont on a besoin.

Au lieu d'employer l'échelle pour ces réductions, on peut faire usage de *l'angle réducteur*, qui n'est autre chose qu'un triangle isoscèle dont les deux côtés représentent, par exemple, 100 parties de l'échelle de l'original, et le troisième côté le même nombre de parties de l'échelle du nouveau plan à construire.

Par exemple, soit GE = GD = (fig. 83) 100 parties d'un plan quelconque, et DE = aussi 100 parties du même plan à réduire; il est évident qu'une ligne GH de l'original sera représentée sur le nouveau plan par RH, qu'on obtient en faisant GH = GR, et ainsi des autres.

Tels sont les moyens graphiques qu'on peut employer pour copier, réduire ou augmenter les plans. Ces méthodes sont simples, mais elles exigent beaucoup de temps, et deviennent à peu près impraticables

pour les cartes qui présentent un grand nombre de petits détails.

219. Il existe des instrumens au moyen desquels on obtient, avec autant d'exactitude que de célérité, la copie d'un plan à telle échelle que l'on veut.

Mon intention n'est point de donner la description de ces instrumens, qu'on nomme *pantographe* et *prosopographe* ou *micrographe;* celle du premier se trouve dans différens ouvrages, et son usage est connu de tous les dessinateurs; c'est l'instrument même qu'il faut se procurer; il est ordinairement accompagné d'une instruction sur la manière de s'en servir, mais il est fort cher.

Le *prosopographe*, ou le pantographe simplifié, fut inventé par Letellier en 1785. Cet instrument est infiniment simple, et quand il est fait par un artiste habile, il donne suffisamment de précision.

J'ai vérifié ceux dont je me sers, et j'ai trouvé une exactitude telle, que mes réductions ne présentaient que les différences inévitables dans la pratique. Le prosopographe ou micrographe doit donc avoir la préférence sur le pantographe, puisqu'en donnant presque autant de précison, il réunit l'avantage d'être moins lourd, moins embarrassant et surtout moins cher. J'en ai deux qui m'ont coûté chacun 24 francs, tandis que le pantographe se vend jusqu'à trois à quatre cents francs.

Avant de se servir de cet instrument, il faut le vérifier : une des conditions essentielles est que le calquoir, le crayon et le pivot doivent toujours être en ligne droite; de plus, on pourra s'assurer si la di-

vision est bien faite, car en faisant la longueur des règles, c'est-à-dire la distance du pivot au crayon, ou au calquoir $= 1$, et x celle du pivot à chaque point de division sur la règle du calquoir, on a pour la division marquée $\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$; pour celle marquée $\frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{4}$; pour $\frac{1}{4}$, $x = \frac{1}{5}$; pour $\frac{2}{3}$, $x = \frac{2}{5}$; pour $\frac{3}{4}$, $x = \frac{3}{7}$; pour $\frac{3}{10}$, $x = \frac{3}{13}$... etc.

La même division se trouve sur la règle du crayon, mais elle est tracée à l'autre bout de la règle.

Enfin, on tracera avec cet instrument deux lignes à peu près perpendiculaires, et l'on examinera si elles ont précisément la longueur qu'elles doivent avoir suivant leur rapport; cela étant, on sera assuré de l'exactitude du micrographe, et l'on pourra s'en servir pour réduire le plan.

Quand le dessin est entièrement terminé, on le met au trait; ensuite, avec une mie de pain rassis, ou un morceau de gomme élastique, on le frotte légèrement pour effacer les carrés et les fausses lignes qu'on peut avoir faites en mettant le dessin au crayon.

Le *Traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement* de M. Puissant, renferme, sur la théorie et l'usage des deux instrumens dont je viens de parler, des développemens qui pourront intéresser les dessinateurs-géomètres. Par exemple on y lit à peu près ce qui suit :

Quand on se sert de cet instrument, il faut savoir jusqu'où peuvent s'étendre les limites de la libre

action du calquoir et du crayon, car, pour obtenir des mouvemens doux qui contribuent à la pureté des traits de la copie, les règles qui forment losange ne doivent pas être trop resserrées.

On tracera donc, sur une table bien unie et suffisamment spacieuse, l'espace que peut parcourir facilement le calquoir et l'espace correspondant que parcourt le crayon dans le même temps. Ces espaces étant ainsi déterminés, on y placera l'original et le papier destiné à recevoir la copie, ayant soin de fixer l'un et l'autre sur la table, avec de la colle à bouche, ou avec des clous à pantographe, dont la tête est en goutte de suif très mince, très large et bien plate par dessous, afin que ces clous n'arrêtent point l'instrument dans sa marche.

La tige du pivot s'implante dans la table sur laquelle on établit la minute, ou est supportée par une plaque de plomb que l'on déplace à volonté et qui sert de point d'appui.

Il est nécessaire que le micrographe soit établi et maintenu dans un plan parallèle à celui sur lequel on dessine; c'est pourquoi le pivot doit être garni d'une embâse d'égale hauteur que les parties inférieures des tourillons. C'est aussi pour cette raison qu'il faut mettre chaque règle et sa parallèle par dessus, et les deux autres par dessous. Ordinairement la règle qui porte le calquoir et sa parallèle s'appliquent par dessus les deux autres, parce qu'alors on obtient plus de hauteur du côté du calquoir, et que l'on a plus de facilité pour conduire l'instrument.

Pour empêcher le crayon de marquer sans nécessité,

on fait usage d'une longue règle, que l'on pose de champ pour soulever au besoin celle de l'instrument à laquelle le crayon est adapté, prenant toutefois la la précaution de ne pas forcer les assemblages.

Lorsque la minute est d'une grandeur telle, que le calquoir ne peut en parcourir qu'une partie, on trace, sur cette minute et sur la copie, des lignes de repères ou des points de raccordemens, afin qu'en déplaçant le micrographe, on parvienne à le disposer de nouveau de manière que toutes les réductions partielles se lient et se coordonnent entre elles comme si la minute eût pu être renfermée en masse dans le domaine du calquoir lors de la première position de l'instrument. Pour cela, on porte d'abord le calquoir sur un des points de la minute qu'on a déjà réduit, et l'on amène le point correspondant de la copie sur le crayon; ensuite, cet instrument étant porté sur un autre point de l'original, éloigné du premier le plus qu'il est possible, on fait tourner la copie autour du premier point de raccordement, en y mettant une aiguille implantée dans la table, et on l'arrête quand le second point de raccordement se trouve placé sous la pointe du crayon.

Lorsqu'on est certain que la copie a la position requise, on la fixe définitivement sur la table, et l'on continue la réduction.

On pourrait donner une grande longueur à la branche qui porte le calquoir, afin qu'elle puisse atteindre à une plus grande distance; ce qui éviterait souvent l'embarras de changer l'instrument de position; et d'ailleurs le pivot serait placé à une di-

stance plus éloignée du crayon que quand les branches sont égales. Mais, dans ce cas, il faut mettre un support vers le milieu de la plus grande règle pour l'empêcher d'osciller lorsqu'on fait mouvoir le micrographe.

Si la minute d'un plan est construite à l'échelle de 1 à 2500, il faudra monter l'instrument, savoir, au quart si la réduction doit être faite à l'échelle de 1 à 10000, et au huitième si elle doit être dans la proportion de 1 sur le papier à 20000 sur le terrain.

CHAPITRE IX,

Où l'on traite de la manière de lever géométriquement le plan d'une grande étendue de terrain, avec tous les détails qu'il peut contenir.

220. Lorsque le terrain dont il faut faire le plan contient plus de cinq à six cents hectares, les opérations indiquées (131) pour tenir l'ensemble de ce terrain ne sont plus suffisantes; il est alors indispensable de déterminer trigonométriquement un certain nombre de points distribués sur toute la surface du terrain à mesurer. Ce nombre de points doit être de sept ou huit par mille arpens métriques; et le graphomètre qui servira à les déterminer, doit être à lunettes et donner les *minutes*. Pour éviter les réductions à l'horizon, lorsqu'on opère sur un terrain montueux, cet instrument doit être garni d'une lunette plongeante pour viser sur les élévations et dans les enfoncemens, sans déranger la position horizontale de son limbe. Ce graphomètre est suffisant pour une Trigonométrie embrassant une étendue de terrain de 12 à 15 mille arpens. On verra, par la suite, toutes les précautions qu'il faut prendre pour faire la carte d'un royaume. Je n'ai maintenant en vue que de faire celle d'une commune, dont l'étendue n'excède guère 5 à 6 mille arpens.

Dans les opérations trigonométriques, il arrive souvent qu'il est impossible de placer le graphomètre au

centre des objets où l'on veut faire son observation, et il est rare qu'on puisse employer les procédés du n° 98; alors on est obligé de réduire les angles observés à côté du centre, à ceux qu'on aurait pris, si l'instrument avait été placé au centre. Ces réductions sont indispensables dans les opérations de quelque importance, mais elles peuvent souvent être négligées dans les petits levés où la précision n'est pas poussée au-delà de 1'. Cependant, pour qu'on puisse faire ces réductions quand on les croira nécessaires, je vais rapporter ici ce qu'il importe de savoir pour ces petites opérations, et j'y reviendrai avec plus de détail lorsqu'il sera question d'une triangulation plus étendue.

Réductions au centre des stations.

221. *Définition.* L'intervalle DC, compris entre le point où l'on observe et le centre C, se nomme distance *au centre* $= r$; les droites BC, AC (fig. 134) sont appellées *rayons centraux;* le premier à droite est représenté par D, et le second à gauche par G; l'angle ADC ou BDC, formé par le rayon visuel et la distance au centre, se nomme *angle à la direction;* cet angle est représenté par y.

Enfin, les angles DAC, DBC, compris entre un rayon visuel et le rayon central correspondant, sont connus sous le nom d'angles *opposés à la distance;* le premier $= m$, et le second $= n$.

Cela posé, en prenant la valeur des angles à réduire au centre, l'observateur peut être placé dans la direction du centre à l'un des objets, ou bien entre

les rayons centraux, ou bien enfin, il peut être placé entièrement au dehors de ces rayons, et il peut arriver que, dans le triangle ABC, dont on veut mesurer l'angle C, au sommet duquel on suppose que l'observateur ne peut se placer, on connaisse,

1°. Tous les élémens de ce triangle par la conclusion de l'angle C, et que, pour vérification, on veuille mesurer cet angle;

2°. Les angles A et B, avec un des rayons D ou G.

3°. Enfin, qu'on ne connaisse que la position des points A et B.

Si le terrain le permet, l'observateur aura soin de se placer le plus près qu'il pourra de la circonférence qui passerait par les trois sommets du triangle, et il ne sera pas éloigné de cette ligne courbe si l'angle formé par le rayon central D et la distance au centre, est à peu près égale à l'angle A, parce qu'alors il sera sur un des points de la tangente à ce cercle.

On voit de là que si l'on ouvre sur l'instrument un angle = B, et qu'on cherche, par des essais, le point d'où les deux lunettes, ainsi fixées, couvriront les sommets A et C, ce point sera sur la circonférence, et l'angle que l'on y observera, en visant sur A et B, sera celui qu'on demande; alors il n'y aura aucune réduction à faire; mais les localités peuvent être telles, qu'on soit obligé de s'éloigner beaucoup de cette circonférence : dans ce cas, l'observateur n'étant plus le maître de choisir le point de station, se trouvera dans l'une des positions indiquées ci-dessus.

Lorsqu'on sera placé dans la direction du centre à l'un des objets, en faisant l'angle ABC = C, et l'angle

observé entre A et B $= O$, on a, si l'on est en

x .... $C = O - n$,
z .... $C = O - m$,
x' .... $C = O + n$,
z' .... $C = O + m$.

Si l'observation est faite entre les rayons centraux, comme en D on a $C = O - m - n$.

Quand on est entre les rayons centraux prolongés,

$$C = O + m + n.$$

Enfin, l'observateur étant au dehors de ces rayons, on a lorsqu'il est placé à droite du centre, comme en

F.... $C = O + n - m$.
à gauche, en L.... $C = O + m - n$.

Voici un tableau présentant les expressions m et n, selon l'endroit où l'observateur est placé (n° 84).

Position de l'observateur.	Expressions de m	Expressions de n
x, x',	....	$\frac{r \sin O}{D}$
z, z',	$\frac{r \sin O}{G}$	
D, E,	$\frac{r \sin \gamma}{G}$	$\frac{r \sin \gamma'}{D}$ (*)
L,	$\frac{r \sin (O + \gamma)}{G}$	$\frac{r \sin \gamma}{D}$
F,	$\frac{r \sin \gamma}{G}$	$\frac{r \sin (O + \gamma)}{D}$

(*) O étant toujours l'angle observé et γ celui compris entre l'objet à gauche A et le rayon central γ', où l'angle compris entre ce même rayon central et l'objet à droite B, vaut $(O + \gamma)$.

Si l'on avait plusieurs angles à réduire au même centre, il faudrait tâcher de se placer de manière à ce qu'on pût apercevoir tous les objets de cet endroit, parce qu'alors il suffit de mesurer un seul angle de direction y.

Faisons l'application pour le cas où l'observation est faite au point F, en supposant

$$\begin{aligned} \text{AFB} &= \text{O}, \quad \text{de} \quad 66°67', \\ \text{AFG} &= y, \quad \text{de} \quad 65°20', \\ \text{G} &= 1900^{\text{m}}, \\ \text{D} &= 2000, \\ r &= 10. \end{aligned}$$

La formule $C = O + r\left(\sin\frac{O+y}{D} - \frac{r\sin y}{G}\right)$ donne

1er terme.		2e terme.	
$\log 10$	$= 1.00000$	....	1.00000
$\log\sin(O+y)$	$= 9.94314$	$\log\sin y$	$= 9.93161$
comp. $\log D$	$= 6.69897$	comp. $\log G$	$= 6.72125$
$\log\sin n$	$= 7.64211$	$\log\sin m$	$= 7.65286$
n	$= 27'.90''$	m	$= 28'60''$.

On a donc

$$C = 66°.67' + 27'90'' - 28'60'' = 66°66'30'',$$

où l'on voit que la réduction n'est que de $70''$.

Si l'observateur avait été placé en D ou en E, la réduction eût été de la somme des deux ter-

mes ; c'est-à-dire de $56' \frac{1}{2}$, qu'il aurait fallu ajouter pour le point E, et soustraire pour le point D.

222. Lorsque l'on ne connaît que la position des points A et B, il faut, étant au point F, observer les angles que fait une ligne du nord avec l'un des rayons AF ou BF ; et comme la position de la ligne AB donne aussi la déclinaison de cette ligne, on pourra résoudre le triangle ABF, qui donnera le moyen d'avoir *m* et *n*.

Cette opération peut se faire en faisant usage des angles d'orientement, ou simplement en employant la construction graphique ; car la détermination de ces côtés n'exige pas une précision rigoureuse, en ce que *r* est toujours très petit par rapport à D et G.

Ordinairement *r* n'excède pas 10 mètres et les rayons centraux ne sont guère au-dessous de 2 à 3 mille mètres pour une triangulation d'une étendue superficielle de 4 à 5 mille hectares, alors une différence de 20 mètres sur les rayons centraux ne produit pas une erreur appréciable pour les opérations dont il s'agit, dans la réduction de l'angle au centre.

223. *Remarque*. Comme le sommet C est souvent élevé, et que le lieu de l'observation en est peu éloigné, il arrive presque toujours que l'on ne peut apercevoir ce point avec la lunette adaptée à l'instrument.

Pour remédier à cet inconvénient, on marque sur la lunette supérieure deux points, l'un près l'oculaire, et l'autre près l'objectif (la vis du réticule et celle de la petite pièce cylindrique qui entraîne le verre objectif, ont ordinairement assez de saillies au-dessus

du tube pour servir de point de mire), et l'on juge le mieux qu'il est possible si ces points et le centre sont bien dans une même ligne droite.

Au lieu de cette pratique, qui n'est pas toujours très exacte, il vaut mieux, si le terrain est libre, placer un jalon dans le prolongement de la ligne CF, et assez éloigné de la station F, afin de mieux déterminer cet alignement.

Toute la difficulté est maintenant de pouvoir connaître *r* lorsque cette distance ne peut être mesurée directement, c'est-à-dire lorsqu'il n'est point possible d'aller du point de station à la verticale qui passe par le point C.

Si cet objet C est élevé au milieu d'un moulin à vent, ou tout autre bâtiment à base circulaire, on mesurera d'abord jusqu'au mur, et ensuite on cherchera le diamètre de cet édifice par les méthodes que donne la Géométrie.

On peut, par exemple, renfermer le cercle dans quatre lignes qui lui soient tangentes; après s'être assuré que toutes ces lignes sont égales, l'une d'elles sera le diamètre du cercle.

On peut aussi appliquer bien exactement un cordeau le long du mur circulaire. Avec cette corde, mesurée avec soin, on aura le rayon ou la distance que l'on cherche, en divisant par 44 le nombre qu'on trouvera en multipliant la longueur du cordeau par 7.

Enfin, lorsque l'observation se fait dans un clocher, il faut attacher à la flèche un fil à-plomb qui déterminera la ligne verticale passant par le centre; alors on mesure la distance du point d'observation à ce fil

à-plomb, avec une chaîne ou un cordeau. Quant à l'angle de direction, il suffit de pointer la lunette sur cette ligne verticale.

224. L'arpenteur-géomètre qui est chargé de faire une triangulation, doit être familier avec les questions suivantes.

Déterminer, par rapport à trois points connus A, B, C (fig. 135), *la position d'un quatrième point* D, *qu'on n'a pu apercevoir d'aucune station, mais duquel on peut observer les trois premiers.*

Cette question, une des plus importantes pour la construction du fond d'une carte, présente plusieurs cas qu'il est nécessaire de bien établir, pour que l'on ne se trouve jamais embarrassé dans son application.

Étant au point D, mesurez les angles ADB, ADC, et toute l'opération sera terminée sur le terrain.

Pour pouvoir placer ce point D, on voit que la question se réduit à trouver deux quelconques des rayons AD, BD, DC.

Pour y parvenir, si, par les points A, C, D, on imagine une circonférence, le point B pourra se trouver intérieur ou extérieur au cercle, et le point D en dedans ou en dehors du triangle ABC, ou sur l'un des côtés de ce triangle.

Cela posé, imaginons encore les rayons AE, EC, alors, dans le cas où le point E est hors la circonférence, et le point D hors du triangle ABC, on peut résoudre le triangle AEC, car on connaît AC, donné, et les angles EAC, ACE égaux à ceux observés CDE, ADE. On aura donc AE; et dans le triangle ABE,

on connaîtra deux côtés et l'angle compris, car l'angle BAE = BAC donné, moins CAE qu'on vient de calculer; donc on aura l'angle AEB, et son supplément AED = ACD : donc, enfin, on connaîtra AD, DC puisque dans le triangle ADC, on a AC donné, l'angle en D mesuré, et l'angle en C calculé.

Lorsque B est dans la circonférence, après avoir résolu le triangle AEC (fig. 136), on retranchera BAC de CAE, pour avoir AEB = ACD.

Quand B est intérieur et au-dessous de AC (fig. 137), après avoir résolu AEC, on a CAE + BAC = BAE; on en conclut AEB = ACD.

Lorsque le point D se trouve dans le triangle, on résout toujours AEC (fig. 138), puis on a

$$CAE + BAC = BAE,$$

qui détermine le triangle ABE, lequel donne l'angle AEB = ACD.

Si D se trouve sur AB (fig. 139), on a tout de suite AD et CD, puisqu'on connaît CAD, ADC et le côté AC.

Enfin, si les trois points A, B, C (fig. 140) étaient en ligne droite, on chercherait de la même manière l'angle AEB = ACD.

Le calculateur saura toujours si le point B est intérieur ou extérieur à la circonférence, il sera intérieur si l'on a BDC > BAC. Si, au contraire, on avait BDC < BAC, ce point serait extérieur.

Si ces angles étaient égaux, le problème serait indéterminé, puisqu'alors les quatre points seraient sur la même circonférence.

Étant au point D, l'observateur examinera s'il ne pour-

rait pas apercevoir un quatrième point déjà détermné; alors il ferait abstraction, par exemple du point C, et lierait un nouvel objet avec les deux autres A et B, pour trouver une seconde fois la valeur de AD (*).

Remarque. Si l'on ne voulait que la situation du point D sur la carte, il ne serait pas nécessaire de connaître les angles du triangle ABC; il suffirait d'avoir la position des lignes AB, BC, et les angles observés du point à placer entre les trois objets déterminés.

Pour représenter sur la carte l'objet A duquel on peut apercevoir trois points B, C, D connus et déterminés, prenez la valeur des angles BAC, CAD; menez sur la carte les lignes BC, CD (fig. 87), et décrivez sur ces lignes des portions de cercles capables des angles mesurés BAC et CAD (143); l'intersection A des deux cercles sera l'endroit où cet objet doit être placé.

On aurait plus de précision dans la pratique en faisant le rayon du cercle $ACB = \frac{BC}{2 \sin BAC}$; et celui du cercle $ACD = \frac{CD}{2 \sin CAD}$.

Appliquons numériquement cette question à un exemple.

Soit
$$AB = 4262,3,$$
$$BC = 3037,9,$$
$$AC = 3595,$$
$$A = 50°,$$
$$C = 92°,$$
$$B = 58°.$$

(*) Nous traiterons ce problème d'une manière plus générale dans le second volume.

Et supposons qu'au point D, les angles observés sont

$$ADB = 80°,$$
$$CDB = 45°.$$

Comme ces angles sont respectivement plus grands que ceux C et A du triangle donné, et que le point D est hors de ce triangle, la solution se rapporte à la figure 135.

Pour avoir AE, je fais :

1° comp. log. 75° = le supp. de

$80° + 45° = 0.03438,$

log. de 3595 = 3.55570,

log. de 80° = 9.97821

log AE = 3.56829 = 3700,75.

2° AB + AE = 7963,05;

AB — AE = 561,55;

et de plus BAC — CAE = 5°.

Par conséquent $\frac{1}{2}$ (ABE + AEB) = 97°50′;

on a donc

comp. log 7963,05 = 6.09892,

log 561,55 = 2.74939,

log tang 97° 50′ = 1.40572,

log tang 0.25403 = 67° 63′.

Donc l'angle

AEB = 97°50′ + 67°63′ = 165°13′;

et son supplément $= 34°87$.

3° C. l. sin 125°	= 0.03438...........		0.03438,
log 3595	= 3.55570...........		3.55570.
log sin 34° 87′	= 9.71663.	l. sin 40°13 =	9.77044.
log AD	= 3.30671	log CD =	3.36052.
AD	= 2026,4	CD =	2293,6.

Les distances AD et CD, sont celles qu'il fallait connaître pour placer le point D.

225. Dans une opération trigonométrique, il arrive fréquemment que l'on ne connaît pas directement les côtés et les angles du triangle qui sert à placer le quatrième point; mais les observations et les calculs qui environnent les sommets de ce triangle, donneront les moyens d'en connaître les côtés et par conséquent les angles.

Par exemple, si du point D, on a aperçu les sommets A, H, L (fig. 141), et si les calculs que vous avez faits de votre Trigonométrie, ne vous donnent point les distances AH, LH, vous les obtiendrez facilement.

Pour avoir AH, on considérera le triangle ABH, dans lequel on connaîtra deux côtés et l'angle compris, ce qui donnera AH; alors, dans le triangle AHL, on aura aussi deux côtés et l'angle compris, ce qui fera calculer LH; les trois côtés étant connus, on pourra aussi calculer les angles (97).

226. *Remarque.* Ce moyen pourrait devenir très long, s'il y avait beaucoup de triangles à résoudre

avant d'arriver aux distances que l'on cherche, mais on y parviendra promptement en employant les distances des sommets du triangle à la méridienne et à sa perpendiculaire, ce qui forme l'objet du problème suivant :

227. *Les distances des deux points* L *et* H *d'un lieu quelconque* B, *à la méridienne et à sa perpendiculaire étant données, trouver l'angle que forme la droite* HL *avec la parallèle à la méridienne qui passe par le point* L (fig. 142).

Lorsqu'on fait le calcul des distances à la méridienne et à sa perpendiculaire, on a coutume d'indiquer, à chaque point, l'angle que fait la méridienne avec le côté qui sert d'hypoténuse au triangle qu'on calcule ; c'est ainsi que nous ferons, quand nous nous occuperons de ce travail. Dans ce cas, l'angle que l'on demande se trouve déterminé, si l'on a mis de l'ordre dans les calculs ; mais si l'on avait oublié d'insérer cet angle, on le trouverait en cette manière :

Ajoutez les distances à la méridienne Lp', Hx ; ajoutez aussi les distances à la perpendiculaire Bx, Bp' ; alors vous aurez un triangle rectangle LyH, dans lequel vous connaîtrez les deux côtés de l'angle droit Ly, yH ; et l'on aura, par conséquent (94)

$$\text{tang}\, yLH = \frac{yH}{yL}.$$

Or, dans ce cas, yH = la distance à la méridienne du point L, plus celle du point H ; et yL = la distance à la perpendiculaire du même point L, plus celle du point H.

Cet angle connu donne le moyen de calculer la distance LH.

On peut même se dispenser de calculer cet angle, car on a aussi LH = la racine carrée de la somme des carrés yH et yL.

Ce dernier calcul serait peut-être plus long que le précédent, mais on l'abrégera en se servant d'une table des carrés (242).

On voit assez ce qu'il y aurait à faire, si les points L et H avaient une autre situation, par rapport à la méridienne du point B, à laquelle ils sont rapportés.

Cette méthode fournit le moyen de lier ensemble deux points appartenans à deux chaînes différentes des triangles, dont tous les sommets sont rapportés à une méridienne et à sa perpendiculaire.

228. *Connaissant la distance* AB *de deux objets auxquels il est impossible d'aller, trouver celle* CD *de deux autres objets que l'on ne peut observer d'aucun endroit, mais de chacun desquels on peut apercevoir les trois autres* (fig. 143).

Nous pouvons supposer une longueur quelconque à CD, et chercher AB d'après cette supposition.

Si le résultat du calcul donne pour AB une valeur différente de celle que cette ligne doit avoir, on en conclura que CD n'est pas égal à la supposition qu'on a faite; mais comme la valeur des angles C et D ne changera pas, quelle que soit la longueur qu'on puisse supposer à CD, les côtés des triangles qui résulteront de l'étendue supposée à cette ligne, seront proportionnels aux côtés homologues des triangles qui don-

neraient la véritable longueur de cette même ligne; on aura donc

$$AB \text{ faux} : AB \text{ vrai} :: CD \text{ faux} : CD \text{ vrai.}$$

Si les angles ACD, BCD, ADC, BDC, sont respectivement de 108°24′, 54°18′, 60°30′ et 112°16′, je cherche AD en supposant CD = 1.

Pour cela, je commence par déterminer le côté AC, que je trouve, en opérant d'après les règles de la résolution des triangles, de 1,71152.

Je calcule ensuite le côté BC, que je trouve être de 1,94635.

Enfin, au moyen du triangle ABC, dans lequel on connaît deux côtés et l'angle compris, je cherche le côté AB. Ce côté serait de 1,52195, si CD était effectivement égal à l'unité, comme on l'a supposé; si la longueur réelle de AB est donnée, par exemple, de 1982,4, on aura la proportion

$$1{,}52195 : 1982{,}4 :: 1 : CD;$$

d'où

$$CD = \frac{1982{,}4}{1{,}52195} = 1302{,}54.$$

On fera des proportions analogues pour avoir les autres lignes AC, AD, BC, BD, si l'on en a besoin, comme cela arrive dans les opérations trigonométriques, pour continuer une suite de triangles.

C'est encore par le secours de ce problème qu'on lie ensemble deux bases dont l'une ne peut être vue de l'autre, à cause qu'il se trouve, par exemple, une ville entre les deux, mais que des extrémités de chacune on aperçoit deux points dont on peut connaître la distance.

Soient deux clochers G et H visibles des extrémités de chacune des bases PQ, BI (fig. 141), qu'il faut lier ensemble.

Cherchez la distance GH par le n° 105. Si ces bases PQ, BI ne peuvent être mesurées directement, cherchez leur longueur par l'une des pratiques précédentes, alors vous connaîtrez les rayons GB, GQ, et par conséquent l'angle compris G; on aura donc BQ, et les bases seront liées ensemble.

On pourra aussi trouver IP, si l'on en a besoin, pour servir de nouvelle base et continuer la triangulation.

229. Voici encore un problème utile aux géomètres-arpenteurs, pour connaître, sur un alignement qui traverse des vallons ou des terrains marécageux, une distance qu'il ne serait pas possible de mesurer directement.

Connaissant AB$=a$, CD$=b$ (fig. 144), *et les angles* f, g, h *observés d'un point* E, *entre* A *et* B, B *et* C, C *et* D; *on demande la longueur* BC *qui est sur la droite* AD.

On a

$$\text{BC}=-\frac{1}{2}(a+b)\pm\sqrt{\frac{(a-b)^2}{4}+\frac{\sin(f+g)\sin(g+h)ab}{\sin f\sin h}}\ (*).$$

Si l'on fait $a=b$, cette formule devient

$$\text{BC}=\sqrt{\frac{\sin(f+g)\sin(g+h)a^2}{\sin f\sin h}}-a.$$

(*) On trouvera la démonstration de cette formule dans le second volume.

La valeur de BC étant toujours une quantité positive, on prendra le signe + ou le signe — dans la première équation, selon que l'on aura a plus grand ou plus petit que b.

Pour donner une application de ce problème, supposons que l'arpenteur, en mesurant sur l'alignement AD, se trouve arrêté par un obstacle interposé entre B et C; il arrête sa mesure au point B où il met un jalon, il se porte au point C où il met un autre jalon, et il mesure une autre distance CD; il met encore un jalon en D.

Il choisit ensuite un point E duquel il puisse apercevoir les jalons B, C, D, et il mesure les angles AEB, BEC, CED, représentés dans les formules ci-dessus, par f, g, h,

soit

$$f = 40^\circ$$
$$g = 30^\circ,$$
$$h = 41^\circ,3',$$
$$a = 100^m,$$
$$b = 100^m.$$

La seconde formule donnera

$$\begin{array}{ll} \text{l. sin}\,(f+g) & = 9.94988, \\ \text{l. sin}\,(g+h) & = 9.95340, \\ \text{l. } a^2 & = 4., \\ \text{c. l. sin}\, f & = 0.23078, \\ \text{c. l. sin}\, h & = \underline{0.22127}, \\ & 4.35533. \end{array}$$

La moitié = 2.17766 = 150,05.

Donc BC = 150,05 — 100 = 50,05.

230. Nous sommes maintenant en état d'entreprendre la triangulation d'une commune, quelle que soit son étendue superficielle.

La première opération qu'il faut faire, est d'aller sur les limites du terrain dont il faut faire le plan, avec des personnes qui en connaissent bien la démarcation, et de tracer le canevas de la ligne de circonscription, en ayant soin d'y mettre le plus de renseignemens possibles, afin de pouvoir se reconnaître soi-même, lorsqu'on procédera à l'arpentage du détail.

S'il s'agit du territoire d'une commune, cette reconnaissance doit être faite en présence des indicateurs nommés par toutes les communes limitrophes; et la ligne périmétrale, c'est-à-dire celle qui forme la limite de la commune, est arrêtée par un procès-verbal signé de toutes les parties qui ont concouru à reconnaître cette limite.

Des signaux et examens des endroits où il convient de les placer.

231. Immédiatement après cette reconnaissance, le géomètre-arpenteur parcourra l'intérieur de la commune pour reconnaître les points que l'on veut déterminer par la triangulation. Les tours, donjons, etc., sont des objets à remarquer de préférence, parce que l'on peut y placer l'instrument d'une manière assez commode.

Comme on ne trouve pas sur le terrain assez de ces objets à observer, et que d'ailleurs ils ne sont pas toujours disposés de manière à obtenir des triangles les

plus avantageux, qui sont ceux qui approchent davantage du triangle équilatéral, on établit des signaux sur les hauteurs; mais il faut préalablement se transporter à ces endroits pour examiner les objets les plus propres à devenir des points trigonométriques.

A chaque élévation où l'on se détermine à mettre un signal, on fait, avec un instrument de petite dimension, un tour d'horizon dans lequel on fait la recherche des objets les plus apparens et qui paraissent propres à servir de points trigonométriques; on mesure les angles que ces objets font entre eux (en se bornant seulement aux degrés); on en fait le dessin de manière à pouvoir les reconnaître des autres stations, et l'on prend note de leur distance estimée, ainsi que du nom de ces objets. Ayant recueilli, tant par ces indications que par le rapprochement des tours d'horizon, et la connaissance détaillée des localités, tous les documens nécessaires à la formation du canevas trigonométrique, on en fait le projet, en ayant soin que les triangles aient la forme la plus convenable, et qu'ils se croisent le moins possible.

Le plan de la triangulation étant arrêté, on fera planter les signaux.

La pratique a fait reconnaître que de petits arbres bien droits, auxquels on ôte les branches vers le bas, et dont les têtes sont en forme de cônes alongés, sont de bons signaux qu'on aperçoit de loin.

A défaut de ces arbres, on se sert d'une perche de 4 à 5 mètres de longueur. Ces signaux sont placés verticalement, enfoncés en terre de plus d'un demi-mètre, et consolidés par des pierres, et même, s'il est

nécessaire, par des étais, afin qu'ils restent toujours dans la même situation verticale.

Les signaux doivent s'étendre sur toute la surface du terrain dont on veut faire le plan; ils doivent être convenablement disposés, et l'on en place 9 ou 10 par 1000 arpens métriques.

Après avoir fait planter tous les signaux, on cherchera, dans l'intérieur de la commune, un terrain propre à mesurer une base; cette base doit être sur une surface la plus horizontale qu'il soit possible de trouver, placée de la manière le mieux disposée, et mesurée avec beaucoup de précision.

De la mesure de la base.

232. L'emplacement étant choisi sur la portion de plaine la plus unie, on prendra pour extrémités, que l'on jalonnera bien exactement, les points desquels on pourra voir les signaux que l'on veut observer des extrémités de cette base.

Dans la mesure de cette ligne, la chaîne doit toujours être tendue convenablement; il faut répéter ce mesurage plusieurs fois et faire, des divers résultats, une somme qui, divisée par le nombre de fois que l'on a mesuré, donne la véritable valeur de la base.

Comme l'exactitude des opérations trigonométriques dépend en grande partie de la mesure de la base, on ferait bien de faire le mesurage de cette ligne avec des règles de bois de sapin, de la longueur de 5 à 6 mètres, posées horizontalement au moyen d'un niveau que l'on applique dessus si cela est nécessaire; on obtiendrait nécessairement plus de précision

qu'avec la chaîne, qu'il est difficile de tendre toujours également; et si l'on voulait éviter les variations hygrométriques de l'air, on tremperait les règles dans de l'huile bouillante, et on les garnirait d'un vernis épais (*).

Observations des angles.

233. Après avoir mesuré la base, on procède à l'observation des angles, en n'employant que ceux de 10 à 190; il serait à désirer que l'on n'en admît point au-dessous de 15°, ni au-dessus de 185°, nouvelle division.

Quand on prend la valeur des angles pour établir le fond d'une carte, il faut avoir soin de marquer sur un petit registre, ainsi que sur le canevas que l'on fait de la trigonométrie, le nom de l'objet sur lequel la lunette est dirigée, afin de pouvoir se reconnaître soi-même, en observant ces objets de différens endroits.

Autant qu'il sera possible, on mesurera les trois angles de chaque triangle, et l'on évitera les réductions au centre.

On aura soin de lire plusieurs fois sur l'instrument le nombre de degrés et minutes que chaque angle contient, et d'examiner de nouveau si l'instrument n'a pas été dérangé avant de conclure la mesure d'un angle; cette précaution est surtout nécessaire, lorsque les localités ne permettront pas d'observer le troisième angle d'un triangle.

(*) Cette précaution est inutile dans les opérations ordinaires du levé des plans.

Il ne faut pas perdre de vue que l'instrument doit toujours être de niveau, quand on observe un angle, et qu'on doit, à chaque station, s'assurer si les fils des lunettes se correspondent exactement, lorsque la ligne de mire de l'alidade est mise sur le zéro du limbe.

Si ces fils ne forment pas une même ligne verticale, on les y mettra au moyen de la clef destinée à cet usage.

Les clochers et autres objets auxquels le géomètre ne peut aller faire d'observations, à cause de la dépense de l'échafaudage qu'il serait obligé d'établir pour s'y placer avec l'instrument, seront observés au moins de trois stations; car si l'on n'avait que deux rayons, le point pourrait être mal placé sur la carte, parce qu'en lisant sur le limbe la valeur des angles, on peut commettre une erreur de laquelle on ne s'apercevrait pas, puisque le troisième angle du triangle n'est point observé; mais le troisième rayon levera toute incertitude, car on pourra calculer un même côté par des données différentes.

Nous ferons remarquer qu'il est avantageux d'avoir de grands triangles bien déterminés, parce que leurs côtés fournissent les moyens de vérifier ceux des triangles intermédiaires.

On lit, dans l'Encyclopédie méthodique :

« Qu'il serait à désirer que l'on pût renfermer tout » un pays dans un seul triangle, et que ses côtés » servissent de premières bases aux suites des tri- » angles qui doivent fonder le canevas des positions. »

Exemple.

234. Supposons maintenant que la ligne AB (fig. 141)

est celle qui a été choisie pour base de la triangulation que l'on veut faire, et dont la longueur a été trouvée, par un milieu, entre plusieurs mesurages, de 5000^m.

A l'une des extrémités, A par exemple, on prendra successivement la valeur des angles formés par la base AB, et par les signaux K, L, M, et l'on écrira au bout de chaque rayon visuel, ainsi que sur le registre d'observations, le nom de l'objet auquel on a dirigé la lunette mobile; enfin, on cotera sur ce registre la valeur de chacun de ces angles.

On mettra la lunette fixe de l'instrument sur le signal M, pour prendre l'ouverture de l'angle compris entre M et C, et l'on écrira la valeur de cet angle à la suite des premiers.

Comme le point D est déjà éloigné de l'alignement AM, on dirigera la lunette fixe du graphomètre sur le point C, pour observer les angles formés par le rayon visuel AC, et par chacun des objets D, R, G, F, H, B, et l'on écrira la valeur de ces angles sur le registre, à mesure qu'on les connaîtra.

Tous les signaux et principaux points qu'on peut apercevoir de l'endroit A, étant ainsi observés, on fera la somme des plus grands angles obtenus sans changer le diamètre de l'instrument, ou, ce qui revient au même, on fera la somme des plus grands angles formés sur les alignemens fixes, et l'on verra si elle est égale à *quatre angles droits*; ainsi, dans notre exemple, on examinera si les angles BAM, CAM, CAB, font ensemble 400 degrés.

Si cette somme différait en plus ou en moins d'un

ou de plusieurs degrés, il faudrait, sans hésiter, recommencer l'observation ; mais si la différence n'était que d'un nombre de minutes égal à celui des alignemens fixes, on pourrait s'en tenir à la première observation, parce que l'instrument ne donnant que les minutes, on ne peut répondre de la précision de chaque angle formé sur ces alignemens fixes, qu'à une minute près, ainsi qu'on l'a déjà dit; d'ailleurs on doit lire deux fois sur le limbe avant d'enregistrer la valeur d'un angle.

La différence que l'on trouve sur le tour d'horizon est indiquée sur le registre ; on la reporte, par proportion, sur tous les angles, si on le juge nécessaire, lorsqu'on s'occupe des calculs.

Après avoir fait cette vérification, on se transportera au point B, pour observer les angles formés

1°. Par la base AB, et par chacun des objets C, D, R, F, G, H;

2°. Par le rayon visuel BH et par les signaux I et K;

3°. Enfin, par le rayon visuel BK, et les signaux L, M, et l'alignement A ; et à mesure qu'on connaîtra chacun de ces angles, on les écrira sur le registre.

Quand on aura observé à chaque extrémité de la base l'ouverture des angles formés par les rayons visuels dirigés sur les objets qu'on a vus de ces endroits, et fait la vérification des angles, on fera mettre des signaux aux points A et B, et l'on se transportera sur tous les points auxquels on a dirigé des rayons, et l'on y fera, de même qu'aux points A et B, des observations sur les signaux et autres objets d'alentour, en ayant soin d'écrire la valeur des angles de la même manière.

Par exemple, on pourra choisir le signal H, dont la position se trouve déterminée par les observations faites aux points A et B; ensuite on se transportera au signal I, qu'on a déterminé par la dernière observation, et par celle faite en B, et ainsi de suite.

A mesure qu'on observera le troisième angle d'un triangle, on examinera si la somme des trois angles vaut deux angles droits. Cette somme peut différer de 3′ sans qu'il y ait erreur dans les observations: cependant il arrive souvent que cette différence est au-dessous de 3 minutes. On la répartit ordinairement sur tous les angles lors du calcul des triangles.

Les signaux D′, D″, sont supposés tels qu'on n'a pu les apercevoir des points de stations où l'on s'est porté; mais au point D′ on a observé les angles BD′H, BD′I; et au point D″ on a pu prendre la valeur des angles BD″L, BD″K; ce qui est suffisant pour placer la position de ces signaux, si l'on a, par la triangulation, comme on le suppose ici, les données nécessaires pour résoudre les triangles BIH, BLK, puisqu'alors il ne s'agira que de suivre le procédé du n° 224.

Les figures 135 et 136 représentent l'observation faite au signal D′; lorsqu'on s'occupera du calcul, pour savoir si le point B est intérieur ou extérieur, on comparera l'angle observé BD′H, à l'angle connu BIH; si le premier est plus petit que le second, on résoudra le triangle ID′H par le premier cas du n° précité; si, au contraire, il est plus grand, on le résoudra par le second cas.

La figure 138 représente l'observation faite en D″;

ainsi l'on calculera les distances nécessaires pour déterminer le signal D', par le quatrième cas du même numéro.

235. Lorsque la triangulation est étendue, il faut, pour se prémunir contre les erreurs qui pourraient s'accumuler sur les derniers côtés d'un long réseau trigonométrique, lier toute la triangulation à des bases de vérification que l'on mesure avec toute la justesse possible. Ces bases peuvent être prises vers le milieu et à l'extrémité de la chaîne, si la première base a été établie au commencement du réseau.

Les extrémités de ces bases auxiliaires étant elles-mêmes des points de la triangulation, le calcul donne la longueur de ces mêmes bases, et l'on voit si la différence avec la mesure directe peut nuire à l'exactitude des opérations; on recherche la cause de cette différence si elle excède $\frac{1}{1000}$.

Par exemple, si l'on peut mesurer directement les distances QP, on verra, lors du calcul, si cette mesure s'accorde, à un millième d'unité près, avec cette même distance donnée par le calcul du triangle GPQ.

Le grand usage de ces opérations apprend à éviter, autant qu'il est possible, les erreurs dont on vient de parler, soit en faisant choix des triangles les plus équilatéraux, soit en rejetant les triangles douteux, pour ne prendre que ceux dans lesquels on a une entière certitude que la somme des trois angles fait deux angles droits, à 2 ou 3 minutes près.

236. On doit pressentir que toutes ces opérations ne s'exécutent pas sur le terrain, sans rencontrer quelque-

fois des difficultés, qui viennent souvent de ce qu'on ne peut pas lier son point d'observation aux autres points observés.

S'il fallait lier le point *b* à la suite des autres triangles, et qu'on n'eût d'autres moyens pour cela que de connaître les angles du triangle *b*HP dans lequel on suppose qu'on ne peut observer ceux en H et en *b*, ni mesurer la longueur totale de la ligne *b*P dont on a besoin, on pourrait opérer de la manière suivante :

Prolongez *b*P jusqu'à ce que, d'un point *c*, on puisse apercevoir le signal H, et mesurez l'angle H*c*P, ainsi que le prolongement *bc* ; comme on suppose qu'on peut mesurer une partie *ab* sur *b*P, et qu'il est possible d'observer l'angle *ba*H, on pourra résoudre le triangle *ac*H.

Dans le triangle *ab*H, on connaîtra aussi les données nécessaires pour déterminer les inconnues ; on aura donc l'angle en *b*, et par conséquent, celui *b*HP ; donc on calculera *b*P, puisque HP est connu par des opérations précédentes.

Si cette pratique ne pouvait avoir lieu, on ferait élever un signal à un endroit quelconque *d*, on observerait au point P les angles entre *b* et *d* et entre *b* et H ; puis, au point *d*, on prendrait les angles entre *b* et H et entre H et P.

Ces angles et le côté HP étant connus, on trouvera d'abord *d*P, puis P*d* dont a besoin.

S'il était impossible d'apercevoir le point H, on prendrait une base *ef* qu'on mesurerait, et l'on chercherait la longueur de la ligne *b*P par le procédé du n° 105. Par l'un quelconque de ces moyens, le point *b* sera

incontestablement lié aux autres triangles, et l'on pourra se servir de cette nouvelle base pour déterminer d'autres points.

Souvent on n'a d'autres moyens, pour lier les opérations trigonométriques d'une portion de terrain aux autres points déterminés, que d'y placer différens signaux dont on détermine la position, au moyen de trois points connus qu'on peut apercevoir; c'est la pratique du problème n° 224. On a encore recours, dans ce cas, au problème du n° 228 qui peut être alors d'une grande utilité.

Souvent encore on n'a d'autres moyens pour lier ses opérations, que de conduire, dans la partie dont on veut continuer la Trigonométrie, une ligne dont on mesure l'angle avec un point connu; de mesurer cette ligne bien exactement, et d'observer, de différens endroits de cette ligne, les points qu'on veut déterminer; et lorsque l'on a deux points placés dans cette partie, on continue l'opération, comme à l'ordinaire, si cela est possible.

Il arrive aussi fréquemment, dans les pays couverts, et qui présentent peu d'élévations, que toutes les ressources du géomètre consistent à placer un seul point au moyen de trois autres connus; alors on prend un angle entre un des points observés et une ligne qu'on mène dans la partie qui manque de points; on mesure cette ligne, et l'on opère comme il est dit ci-dessus.

Enfin, si cette partie était tellement plane et couverte de bois, qu'il fût impossible d'y continuer la triangulation, on se bornerait, ainsi que nous l'avons dit ailleurs, à chaîner de grandes lignes, en ayant soin

de mesurer l'angle que l'une d'elles fait avec un point donné, et l'on formerait, dans cette partie, des polygones dont les côtés serviraient de bases à l'arpenteur dans le levé des détails. Les extrémités de ces lignes polygonales seraient marquées par de forts piquets, pour qu'on pût les retrouver si l'on en avait besoin.

On voit suffisamment, d'après ce qui précède, comment on doit se conduire lorsqu'on observe les angles pour parvenir à dresser le fond d'une carte; il ne reste donc plus qu'à indiquer la manière de tenir note de l'opération faite à chaque station.

Il y a des géomètres qui écrivent les degrés et minutes entre les rayons visuels figurés; mais comme cette manière charge singulièrement le canevas, il vaut mieux les écrire sur un tableau semblable à celui qui suit :

Registre des observations trigonométriques.

Observation faite à l'extrémité A *de la base*, au centre.			
Entre l'extrémité B de la base et le	signal K de Morte-Fontaine.........	27° 7′	Récapitulation des plus grands angles formés sur les alignemens fixes, ou tour de l'horizon.
	sign. L de Notre-Dame	57.11	
	signal M du Tertre...	141.12	
Entre le signal M et le pavillon C de Russy....................		109.88	
Entre le pavillon de Russy et le	signal D de Levigny.....	46.58	141° 12′
	signal R de Confrécourt...	84.12	109.88
	donjon G de Falaise.....	102.74	149
	le clocher F de Saint-Léger.	118.76	
	signal H de Vaudeuil.....	120.22	400°.
	signal B de la base......	149	

Observation faite à l'extrémité B *de la base*, au centre.				
			Correction.	Tour d'horiz.
Entre l'extrémité A de la base et	Russy	17° 22′	9″	
	Levigny	33.26	17	127° 22
	Confrécourt	40.37	20	145.32
	Saint-Léger	49. 8	25	127.44
	Falaise	72.46	36	
	Vaudeuil	127.22	64	399.98
Entre Vaudeuil et	le Turier	067.14	33	à ajouter
	Morte-Fontaine	145.32	72	2′
Entre Morte-Fontaine et	Notre-Dame	091.22	46	
	le Tertre	110.12	55	
	signal A de la base	127.44	64	

Observation faite au point K, *à côté du centre.*			Corrections	
			faites.	à faire.
Première position entre L *et* B.				
Entre L et...... Distance au centre ou $r = 8^m$ ...	A......	30° 10′		+ −
	F......	64.20		
	B......	95.30		
	le centre ou y	150.50		
Deuxième position, à l'Est, en dehors de l'alignement IK.				
Entre B et...... $r = 9^m$.	H......	20.15		
	J......	65 »		
	le centre	101.12		

La première position se rapporte à celle qui est faite

au point D, entre les rayons centraux, n° 232; et la seconde représente l'observation faite au point F à droite du centre.

On continuera, de la même manière, l'enregistrement de toutes les opérations que l'on a faites sur le terrain; et lorsque toutes les observations et les mesures seront terminées, on s'occupera des calculs avant de quitter le terrain, parce que, si l'on a commis quelques erreurs, on sera à même de vérifier ses opérations et de rectifier de suite.

Calculs de la triangulation.

237. Après avoir ainsi enregistré tous les angles observés, on forme graphiquement le canevas de toute la triangulation; pour cela, on tire sur le papier une droite AB (fig. 141), contenant autant de parties d'une échelle quelconque, celle de 1 à 10000, par exemple, que la base AB du terrain contient de mètres; et choisissant le point L pour somme du premier triangle, on fait, avec un rapporteur, les angles BAL, ABL, de la grandeur qu'on les voit sur le registre; on forme le triangle ABL, par des lignes au crayon ou à l'encre.

Ce triangle étant construit, on considérera les côtés AL, BL, comme bases des nouveaux triangles ALM, BLK; ainsi il ne s'agira que de chercher sur le registre d'observations, la valeur des angles LAM, ALM, pour construire le triangle AML, et celle des angles LBK, BLK, pour avoir le triangle LBK, et ainsi de suite.

Pour avoir, par exemple, l'angle LBK, on voit, à l'observation faite au point B, que cet angle est de 91° 22'.

L'angle LAM se trouve à l'observation faite en A, où l'on voit qu'il est égal à 141° 12′ moins 57° 11′, c'est-à-dire que cet angle vaut 84° 1′. C'est ainsi que, d'après l'enregistrement, on trouvera la valeur de chaque angle.

A mesure qu'on construit ces triangles sur le papier, on a soin d'écrire à chaque sommet le nom des objets; et lorsque toute l'opération, ou une partie seulement est rapportée, on s'occupe du premier calcul; c'est-à-dire qu'on fait le calcul approximatif des côtés des triangles, en supposant toutes les observations faites au centre.

Par exemple, les trois angles du triangle ABL étant connus par les observations qu'on a faites aux points A, B, L, ainsi que la base AB, on trouvera les côtés AL, PL (93).

Dans le triangle ALM, on connaît les trois angles qu'on a observés; on connaît aussi le côté AL qu'on vient de calculer; ainsi on déterminera la valeur des côtés AM, ML, par le même principe.

Dans le triangle BLK, on connaît les angles observés aux points B, L, et, par l'opération précédente, on a déterminé BL; on aura donc aussi BK, BL.

On peut résoudre le triangle ABM au moyen des observations faites aux points A, B, M, afin de s'assurer du côté AM, en examinant s'il se trouve de la même longueur dans les deux opérations. On s'assurera de même s'il n'y a pas erreur sur le côté BK, qu'on peut trouver au moyen des triangles ABK, ou BLK; et ainsi des autres. (Il ne faut pas faire cette vérification dans l'exemple que nous apportons, parce que les angles ne sont que fictifs.)

Ces vérifications sont d'autant plus essentielles sur les triangles dont on a conclu un angle, que cet angle, conclu des deux autres, pourrait rendre douteux les côtés du triangle s'ils n'étaient pas vérifiés.

Toutes ces opérations arithmétiques étant achevées, on fait un tableau du résultat qu'on a obtenu, dans la forme de celui qui suit.

Si l'on se donne la peine de résoudre ces triangles, on trouvera les côtés de la longueur qu'on les voit écrits dans la dernière colonne de cette table, en supposant les angles observés tels qu'ils y sont marqués.

Registre du calcul approximatif des côtés, avec la base AB = 5000^{m}.

Lettres initiales.	Angles.	TYPE DU CALCUL.	Côtés en mètres.
		log AB = 3.69897 }	
A	57°11'	C. l. sin L = 0.00250 } 3.70138	BL = 3929,3
B	36.20	log. sin A = 9.89293 l. sin B = 9.73117	AL = 2707,4
L	106.69	log BL = 3.59440 log AL = 3.43255	AB = 5000
	200 »		
A	84. 1	log AL = 3.43255 }	
		C. log M = 0.06894 } 3.50149	LM = 2276
L	50.92	log sin A = 9.98615 l. sin L = 9.85567	AM = 3073,5
M	65. 7	log AM = 3.48764 log LM = 3.35716	AL = 2707,4
	200 »		
		log BL = 3.59440 }	
B	91.22	C. l. sin K = 0.05447 } 3.64887	KL = 4412
L	40 »	log sin L = 9.76922 l. sin B = 9.99585	BK = 2618,1
K	68.78	log BK = 3.41809 log LK = 3.64472	BL = 3929,3
	200 »		

Les calculs de chaque triangle se font de la même manière, et quand ils sont achevés, on s'occupe des réductions au centre.

Nous ne donnerons point d'exemple en nombres de celles qu'il faut faire dans cet exemple, parce quelles ne peuvent présenter aucune difficulté d'après tout ce que nous avons dit sur ces opérations au n° 221. Nous indiquerons seulement la marche sur un triangle, et nous observerons que quand on construit le canevas de ce triangle avec le rapporteur, et qu'on veut réduire au centre les angles dont on a besoin, on a coutume de commencer par les plus grands angles sur les alignemens fixes, et d'écrire leur valeur réduite dans une colonne intitulée *angles réduits*.

Dans le triangle ABK, il faudra réduire au centre l'angle K, et l'on voit dans le registre, à la première position de l'observation au point K, qu'il faudra soustraire l'angle AKL de l'angle BKL; il faudra donc réduire au centre l'angle AKB.

On a, pour cela, l'angle observé près du point K, que nous avons représenté (221) par O, les côtés AK, BK, ou G, D, l'angle à la direction $y =$ l'angle observé entre A et L, plus celui observé entre L et le centre K; enfin, on a la distance D au centre, ou r, supposé de 8^m dans le registre.

On connaîtra donc les deux angles sous la distance, et, en les soustrayant de l'angle observé, on aura l'angle réduit au centre K, ce qui est conforme au cas où l'observation est faite entre les rayons centraux AK, BK.

Lorsque les angles d'un triangle ont été réduits au centre, il est rare que leur somme soit égale à deux

angles droits; mais si la différence est de peu de chose, on la répartit par portion sur les trois angles, à moins que l'on n'ait quelque raison pour la distribuer différemment.

238. Quand toutes les réductions en centre sont faites, on forme un nouvel état, dans lequel on voit les réductions successives qui ont eu lieu. Ce registre d'ordre peut être rédigé dans la forme suivante :

Lettres initiales.	ANGLES au centre.	ANGLES moyens.	
A	57° 11′	57° 10′	Les angles moyens sont ceux corrigés pour que la somme des trois âges de chaque triangle fasse deux angles droits.
B	36.20	36.19	
L	106.72	106.71	
	200. 3	200 »	
etc...	....	....	

239. L'enregistrement de tous les angles étant fait, on calcule de nouveau tous les côtés de la triangulation, en employant les angles moyens, et l'on porte tous ces côtés, ainsi que le détail du calcul, sur un nouveau tableau semblable au premier, et comme on le voit ci-dessous.

Lettres initiales.	Angles moyens.	TYPE DU CALCUL.	Côtés en mètres.
A	57° 10′	log AB = 3.69897 } C. l. sin L = 0.00241 } 3.70138	BL = 3928,9
B	36.19	log sin A = 9.89288 l. sin B = 9.73106	AL = 2706,7
L	106.71	log BL = 3.59426 log AL = 3.43244	AB = 5000
	200 »		
etc....	....		

On enregistrera ainsi tous les angles moyens et les côtés de la triangulation dont on s'occupe, quelles que soient les méthodes que l'on a employées pour les obtenir.

Observations sur le rapport des triangles dont les côtés sont connus par le calcul.

240. Lorsqu'on veut rapporter les principaux points d'une carte sur le papier, il arrive souvent qu'on rencontre de la difficulté à donner à une ligne fort longue autant de parties de l'échelle de la carte qu'on a trouvé de mesures par le calcul pour son exacte longueur sur le terrain; d'ailleurs, comme, malgré bien des soins, on n'a pas toujours des sections assez nettes, surtout quand deux côtés d'un triangle forment un angle de peu d'ouverture, il faut encore moins se servir d'un rapporteur pour construire les angles.

Pour éviter ces inconvéniens, on a imaginé de rapporter la position de chaque point à une ligne droite, qu'on appelle *méridienne*, et à une autre ligne perpendiculaire à celle-ci, que l'on nomme la *perpendiculaire*.

On peut regarder cette opération comme une des plus importantes dans le levé des plans d'une grande étendue.

On sait que la méridienne est une ligne tracée dans la direction du nord au midi. Nous avons donné le moyen de la déterminer aux n°s 128 et 129. L'aiguille aimantée est suffisante pour avoir la direction de cette ligne, parce qu'il importe peu qu'elle se dirige directement au vrai nord, pour l'opération dont

il s'agit. Cela posé, on fera facilement les calculs suivans :

Calcul des distances des points trigonométriques, à la méridienne et à la perpendiculaire.

241. On a coutume de faire passer ces deux lignes par le lieu principal de la triangulation; c'est ordinairement le clocher de la commune. On dit alors que ces points sont rapportés au *méridien du lieu*; mais on peut rapporter à tout autre point, cela est indifférent pour l'opération.

Ce qu'il faut connaître d'abord, c'est l'angle que fait cette méridienne avec le côté d'un triangle quelconque de la Trigonométrie.

Supposons qu'étant au point B (fig. 141), l'aiguille aimantée fasse avec le signal H un angle de 40° à l'ouest; comme cette aiguille décline de ce côté, si nous admettons qu'à l'époque de l'observation, cette déclinaison était de 22° 10′ (le Bureau des Longitudes la donne chaque année), l'angle NBH que fait la ligne du nord NB avec le côté BH sera de 17° 90′; par conséquent, on connaîtra l'angle ABN = 109° 32′ en consultant le registre des observations.

On tracera sur le canevas une ligne *n*B faisant avec AB un angle de 109° 32′, puis du point B on mènera (fig. 142) à angle droit sur *n*B prolongé vers *s*, une ligne *oe* qui sera la perpendiculaire.

Il est facile de concevoir ces deux lignes passant par un point quelconque du canevas, et de déterminer les angles qu'elles feraient avec un côté d'un triangle dont le sommet serait à leur intersection, en consul-

tant le registre des observations; mais comme nous les avons placées au point B, nous supposerons que cet endroit est le plus important du plan, et nous rapporterons tous les autres points à ces deux lignes.

Cela posé, on imaginera, par tous les points, des parallèles à la méridienne *ns* et à sa perpendiculaire *oe*; alors, dans le triangle rectangle AB*c*, on connaît AB et l'angle AB*c* = 90° 68′, supplément de 109° 32′; ce qui suffit pour calculer les deux côtés A*c*, B*c*; le premier est la distance du même point A à la méridienne du point B, et le second = A*d*, est la distance du même point à sa perpendiculaire.

Donc, au moyen de ces deux lignes, on pourra déterminer exactement la position du point A.

En faisant le calcul, on trouve A*c* = 4946,5 et B*c*, ou A*d* = 729,4.

2°. Puisqu'on connaît l'angle AB*s* à la méridienne, l'enregistrement des angles autour du point B fera connaître ceux *s*BL, *s*BK,... etc. que forment les rayons BL, BK,.... avec la même méridienne; donc, on pourra résoudre les triangles rectangles B*p*L, B*f*K... et fixer la position de tous les points L, K... qui sont autour du point B.

3°. En connaissant l'angle *s*BA, on connaît aussi son égal *n*AB, formé par la parallèle *ns* et par la base AB; par conséquent, en consultant l'observation faite au point A, on connaîtra les angles *n*AR, *n*AF, formés par la parallèle *ns* et les rayons AR, AF; ce qui donnera le moyen de résoudre les triangles rectangles A*g*R, A*h*F, qui feront connaître les distances à la méridienne et à sa perpendiculaire, au moyen des-

quelles on déterminera la position des points R et F.

4°. L'angle nAR étant égal à l'angle ARs formé par AR et la parallèle passant par le point R, on trouvera tous les angles que font les rayons partant du point R avec cette parallèle, en consultant l'observation faite en R; on pourra donc déterminer les distances iR, iD, Rk, kG, et fixer la position des points D et G.

On trouvera, par des calculs absolument semblables, les distances Gl, Gm, lQ, mP..., etc., qui serviront à déterminer la place des points P, Q..., etc.

On voit qu'au moyen d'un seul angle observé à la méridienne, on parvient à connaître tous ceux que font les rayons d'une station quelconque avec la parallèle qui passe par ce point, et qu'on peut déterminer les distances de tous les signaux à la méridienne et à sa perpendiculaire, en consultant les observations qu'on a faites à chacun de ces signaux, pour y déterminer la valeur des angles formés par la méridienne de ce lieu, et par chacun des rayons visuels connus.

Les points D′ et D″ n'ont pu être aperçus lors des observations; mais le calcul ayant fait connaître les angles D′BH, D″BK, on connaîtra aussi nBD′, sBD″,.... etc.

Enfin, à mesure que l'on opère, on met tous les calculs dans un registre analogue au précédent, ou, ce qui est mieux encore, pour l'ordre et la célérité, on fait en même temps les calculs des côtés définitifs et ceux des distances à la méridienne et à sa perpendiculaire; alors on détermine la ligne du nord avant de se livrer à cette opération.

Ce tableau peut être construit dans la forme de celui-ci:

Registre du calcul des côtés et des distances à la méridienne et à sa perpendiculaire.

CALCUL DES COTÉS.				CALCUL DES DISTANCES à la méridienne et à sa perpendiculaire.				
Points.	Angles moyens.	TYPE DU CALCUL.	Côtés en mètres.	Angles des côtés avec la mérid^{e}.	TYPE DU CALCUL pour la méridienne.	TYPE DU CALCUL pour la perpendicul.	DISTANCES à la mérid.	DISTANCES à la perpend.
		log AB = 3.69897 } …… 3.70138	BL=3928,9	54° 49′	l. AB=3.69897	A…. 3.69897		
		C. l. sin L = 0.00241 }			l. sin=9.99533	log cos 9.16398	(*)	
A	57.10	l. sin A = 9.89188 l. sin B=9.73106	AL=2706,7	52.22	3.69430	2.86295	4946,5 O.	729,4 S.
B	36.19	log BL = 3.59426 l. AL=3.43244	AB=5000	109.32	l. BL=3.59426	L…. 3.59426		
					l. sin=9.87805	log cos 9.81659		
L	106.71				3.47231	3.41085	2967 O.	2575,8 S.
	200° »							
etc.								

(*) Les lettres O et S indiquent que le point A est à l'Ouest de la méridienne et au Sud de sa perpendiculaire. Si ce point était à l'Est de la méridienne et au Nord de sa perpendiculaire, on mettrait les lettres E et N.

Ayant ainsi toutes les distances rectangulaires, on pourra les rapporter aux deux lignes *ns*, *oe*; en effet, pour le point R, par exemple, on a la distance à la méridienne par le point B = Ac — gR, et la distance à la perpendiculaire passant par le même point B = AG — Ad = gd; ainsi des autres.

C'est d'après les angles moyens qu'on détermine l'angle avec la méridienne, et ce n'est que pour fixer les idées que nous avons pris ceux en A et en B tels qu'ils ont été observés pour la détermination de cet angle; car les angles observés peuvent varier au moyen des petites corrections que nous avons indiquées, et auxquelles il faut avoir égard si l'opération l'exige.

Cette méthode de calculer tous les points de la triangulation à deux lignes fixes, est employée pour les trigonométries qui servent à établir le fond d'une carte, non-seulement d'une grande commune, mais encore d'une grande étendue superficielle de terrain, comme un département semblable à ceux qui font partie de la division de la France.

242. On peut vérifier très promptement les opérations du calcul que l'on fait pour fixer les principaux points d'une carte à deux lignes perpendiculaires entre elles, au moyen d'une table des carrés. J'en ai fait une depuis 1 jusqu'à 1600; je ne la donne point ici, parce qu'elle augmenterait trop le volume de cet ouvrage, et que d'ailleurs on peut facilement en construire une et la pousser aussi loin qu'on voudra. Il paraît convenable qu'elle ne soit pas au-dessous de 20000.

L'usage de cette table est facile ; le registre final des opérations trigonométriques donnant toujours les distances à la méridienne et à sa perpendiculaire, faites une somme des carrés de ces deux nombres, et cherchez dans la colonne des carrés celui qui en approche le plus ; le nombre qui se trouvera vis-à-vis sera celui du côté que l'on vérifie, et l'on verra s'il s'accorde, à une demi-unité près, avec la distance donnée par la Trigonométrie. S'il en est ainsi, on pourra conclure que l'on ne s'est point trompé dans le calcul de la méridienne et de sa perpendiculaire.

Si l'on voulait pousser plus loin l'exactitude, on tiendrait compte de la différence, en prenant une fraction calculée sur ce que la différence des carrés de deux nombres qui ne diffèrent entre eux que d'une unité, vaut le double du plus petit nombre, plus un.

Soit la distance à la méridienne égale 8202^{m}, et celle à sa perpendiculaire, de 6424^{m}. On prendra dans la table le carré de chacun des nombres, et l'on aura

$$
\begin{array}{r}
67272804, \\
41267776. \\
\hline
\text{Somme} = 108540580.
\end{array}
$$

On cherchera à quel nombre répond la somme de ces deux carrés, et il se trouvera entre 10418 et 10419 ; mais comme il est plus près du premier, on conclura que l'hypoténuse du triangle qu'on vient de vérifier, est de 10418, à une demi-unité près, ce qui est suffisant pour les opérations dont il s'agit.

Si l'on avait à prendre le carré de 1354,6, on cher-

cherait celui de 13546, duquel on retrancherait les deux derniers chiffres à droite, et l'on aurait 1834941,16 pour le carré demandé ; mais si le nombre était 15296,3, on ne pourrait plus le considérer comme un nombre entier, parce qu'alors il serait plus grand que le dernier de la table.

Dans ce cas, on peut, sans inconvénient, négliger la fraction, lorsque le chiffre fractionnaire est au-dessous de 5, et augmenter d'une unité lorsqu'il est au-dessus ; la différence qui en résultera pour l'hypoténuse que l'on vérifie, sera toujours au-dessous d'un mètre.

Si l'on veut vérifier le côté QP ; de la distance à la méridienne du point Q, on ôtera celle du point P, et l'on aura la différence $= x$; de la distance à la perpendiculaire du point P, on ôtera celle du point Q, on aura la différence $= y$; cherchant dans la table les carrés de x et y, on aura le carré de OP, et l'on verra, comme ci-dessus, à quel nombre ce carré répond dans la table, et si ce nombre se rapporte à la quantité donnée par le registre pour ce même côté PQ. Cet exemple suffit pour faire voir le secours qu'on peut tirer de la table des carrés dont nous parlons.

On peut aussi se servir du problème du n° 227 pour faire cette vérification, car une fois qu'on aura l'angle, on trouvera l'hypoténuse.

Rapport des points trigonométriques sur le papier.

243. L'enregistrement de toute la triangulation étant achevé, et les distances à la méridienne et à

la perpendiculaire vérifiées, on pourra, avec les élémens que le registre contiendra, orienter son travail sur la ligne du nord, et placer sur le papier, d'après l'échelle qu'on adoptera, les points des signaux tels qu'ils sont sur le terrain, les uns à l'égard des autres. Il suffit, pour cela, de tirer une droite qui représente la méridienne; de porter sur cette droite les distances à la perpendiculaire indiquée par le registre; et aux points où ces mesures finiront, d'élever des perpendiculaires auxquelles on donnera autant de parties de l'échelle que le registre indique de mesures pour les distances à la méridienne; et l'on joint ces points, ainsi placés, par des droites tracées au crayon ou à l'encre.

Au lieu de tracer ces perpendiculaires à mesure que l'on opère, on peut former de suite des carrés d'un certain nombre de mètres de côtés, 250^{m} par exemple; alors on voit, par les distances à la méridienne et à la perpendiculaire, dans quel carré doit se trouver le point qu'on veut placer.

Si la distance à la méridienne = 3200 mètres et celle à la perpendiculaire 1220, on élevera dans ce carré à 200^{m} de la méridienne marquée 3000, une perpendiculaire à laquelle on donnera 220 mètres de longueur; le point où la mesure finira sera celui que l'on veut placer.

Levé du détail d'une carte.

244. Lorsque la triangulation du terrain dont on veut lever le plan est terminée, et qu'elle est rapportée sur le papier, on s'occupe du détail compris entre les points trigonométriques. On se porte à l'un de ces

points, pour commencer l'opération; cependant cela n'est pas de rigueur, on peut commencer à un point autre que ceux déterminés par la triangulation.

1°. Supposons d'abord que l'on choisit l'endroit C (fig. 145), dont on connaît la position; on mesurera l'angle formé par les rayons visuels, qu'on dirigera l'un au piquet I, et l'autre à quelqu'un des objets dont la position sera connue, par exemple, à l'objet O; on écrira la valeur de cet angle dans l'ouverture ICO, ou sur un registre particulier. On mesurera CI, et l'on écrira sa valeur le long de cette ligne, ou sur le registre.

Avant d'aller plus loin, j'observerai que, pour ces détails, il suffit d'opérer avec un graphomètre à pinnules, donnant les minutes de 5 en 5; et que, dans la pratique, on a coutume de commencer ses opérations à l'une des extrémités de la base, comme A, parce que ces points sont ordinairement accessibles; alors on mesure l'angle BAG, le rayon AG, et l'on continue, comme on va le faire, pour le point C que l'on a choisi.

Après avoir figuré tout ce qu'on aura trouvé de C en I, de part et d'autre du chemin, on fera mettre un jalon en H et l'on mesurera l'angle CIH, ainsi que la distance IH, en ayant soin d'arrêter aux différentes divisions que l'on rencontrera de part et d'autre; on écrira ces mesures comme ci-dessus, et l'on figurera le chemin IH. La naissance des divisions auxquelles on a arrêté les mesures, la ligne IH, et toute autre semblable, doit être mesurée sans interruption, et c'est lorsque la chaîne est tendue, qu'on détermine en passant les mesures qui se trouvent entre les divisions.

On laissera un jalon en I, et l'on en fera mettre un autre au point M (il est entendu qu'on fera mettre un jalon à tous les points sur lesquels on visera); puis on prendra la grandeur de l'angle IHM et la distance HM, ainsi que les divisions intermédiaires, et le tout sera écrit sur le canevas ou le registre.

Placez-vous au point M et prenez la valeur de l'angle HML; mesurez ML, et après avoir coté ces mesures, figurez le chemin ML, et tout ce que vous y verrez de part et d'autre.

Prenez ensuite la grandeur de l'angle MLY, et figurez le *pont* LY, que vous mesurerez; puis mesurez YT et les angles YTR, RTV; mettez ces valeurs où elles doivent l'être, et décidez lequel des deux chemins TV ou TR, vous voulez suivre.

Enfin, si vous choisissez le dernier, vous mesurez TR, et après avoir figuré ce chemin avec les objets qui sont de part et d'autre, vous prendrez la valeur des angles TRQ, TRS, et vous suivrez, par exemple, la route RQ aussi loin qu'il sera nécessaire; vous mesurerez les angles qu'elle formera aux endroits où elle se détournera de la ligne droite, ainsi que les distances qu'il y aura entre les différentes stations que vous aurez faites pour mesurer ces angles; vous écrirez respectivement ces valeurs où elles doivent l'être, et à mesure que vous avancerez sur ce chemin, vous figurerez toutes les différentes choses que vous rencontrerez dans votre route.

Lorsque ces opérations seront achevées, revenez au point R, et continuez d'opérer de la même manière, pour déterminer les détours du chemin RS,.... etc.

Il est nécessaire de laisser à chaque station un piquet que l'on enfonce en terre pour le retrouver si l'on en a besoin. Tout le travail du terrain étant ainsi terminé, on en fait le rapport au moyen d'un rapporteur et d'une échelle, comme on l'a pratiqué au n° 159.

2°. Si pour commencer vos opérations, vous avez choisi sur le terrain un endroit dont la position ne vous soit pas encore connue, comme par exemple l'endroit où les chemins HG, HIC se joignent ensemble, vous poserez un graphomètre à cet endroit, et si vous pouvez apercevoir trois points déterminés par la triangulation, vous aurez la position du point H par le n° 135; mais si l'on ne pouvait en apercevoir que deux, tels que A et G, on mesurerait, la chaîne à la main, si cela était possible, la distance de cet endroit H à chacun des objets A et G, ce qui donnerait évidemment la position du même point à l'égard de ces mêmes objets, puisque l'on connaîtrait les trois côtés du triangle AGH.

Si l'on ne pouvait mesurer que l'une de ces distances, on prendrait la valeur de l'angle AHG, et l'on calculerait le triangle par le procédé du n° 93; enfin, s'il n'était pas possible d'avoir la mesure directe de l'une de ces lignes, ni de mesurer les angles en G ou en A, comme on le suppose, on verrait s'il ne serait pas possible de trouver l'une d'elles par le problème du n° 105. Une fois le point H obtenu par l'un ou l'autre des procédés ci-dessus, il ne s'agira plus que de chercher la direction du chemin IH à l'égard de quelqu'un des objets dont la position est connue.

Pour cela, vous ferez mettre un jalon à l'endroit I, et vous prenez, par exemple, l'angle GHI; vous mesurerez ensuite la distance IH, et vous continuerez, comme dans le premier cas, pour avoir les différentes directions du chemin HMLTRQ.

Je crois cet exemple suffisant pour faire voir comment on doit s'y prendre pour avoir la direction des autres chemins,... etc.

Quand un chemin se trouve coupé par des haies ou d'autres chemins, etc., il faut, ainsi que nous l'avons déjà dit, s'arrêter à chacun de ces objets, en mesurant; et, de plus, on détermine leurs directions avec l'instrument.

En s'arrêtant ainsi aux différens chemins coupés, on a soin de tirer des rayons indéfinis sur les objets éloignés qui se trouvent aux environs de la station que l'on fait, et l'on écrit le nom de ces objets sur les rayons qui leur appartiennent, afin d'éviter de prendre un objet pour un autre, en déterminant leur position par de nouveaux rayons dirigés des autres stations. Cette précaution a déja été recommandée pour les opérations trigonométriques.

Cette opération, ou tableau *itinéraire*, étant rapporté sur le papier sur lequel se trouve tracée la triangulation, doit se lier avec tous les points de cette trigonométrie, de manière à n'avoir que des différences insensibles; c'est-à-dire qui ne puissent pas nuire à l'exactitude que l'on se propose d'apporter dans son travail.

Les points trigonométriques sont invariables, toutes les opérations subséquentes doivent y être subordon-

nées, et l'on dit, en pratique, *que le détail doit céder à la triangulation*. En effet, le travail du détail étant fait avec la chaîne, ne peut jamais être aussi juste que celui de la Trigonométrie, à cause des coteaux, des haies, fossés, etc., qu'on est souvent obligé de traverser, malgré toutes les précautions que l'on peut prendre, soit dans la mesure des angles, ou en tenant la chaîne le plus horizontalement possible.

Les opérations du détail doivent donc être assujetties aux points trigonométriques; c'est-à-dire qu'on doit diminuer ou augmenter les mesures du détail jusqu'à ce qu'elles coïncident avec la triangulation : on ne peut guère prescrire de règles à cet égard; l'intelligence de celui qui opère doit y suppléer.

Lorsque la triangulation et le tableau itinéraire sont en harmonie, on s'occupe du mesurage des maisons, jardins, terres labourables, prés, bois,... etc., qui se trouvent de part et d'autre, des chemins, rivières, etc.; cela s'appelle faire le plan *parcellaire;* on les lève comme on a enseigné à le faire au n° 131.

245. Tels sont les moyens qu'on peut employer pour lever les détails d'un plan de quelque étendue, lorsque le pays permet d'apercevoir les points trigonométriques; mais si le terrain sur lequel on opère ne permettait de voir ces objets que de quelques points autres que ceux de stations, comme cela arrive dans plusieurs parties de la France, où le pays est tellement boisé et fourré, qu'il résiste quelquefois à l'intelligence du trigonomètre, le géomètre tracerait dans l'intérieur du terrain, une commune, par exemple, plusieurs

lignes droites ou brisées, pour en tenir l'ensemble, comme on l'a déjà observé, et ces lignes, qu'on mesurerait deux fois en sens contraire, seraient rattachées à la triangulation qu'on aurait pu faire dans l'étendue de la commune.

Sur ce premier assemblage de lignes, on peut former le canevas itinéraire, en suivant les chemins, rivières,... etc., comme ci-dessus.

Au lieu de ce canevas, on peut aussi, si l'on doit lever tous les détails du terrain, construire sur ces premières lignes d'assemblage, un plan que je nomme *linéaire*, présentant des polygones de 100 à 150 arpens, qu'on aura soin de fermer, tant avec les lignes géométriques, qu'avec les rayons trigonométriques.

Sur les côtés de ces polygones, on remarque toutes les différentes divisions qu'on a trouvées en mesurant; et ces lignes de construction servent de base au levé du détail, lequel se trouve assuré par ces opérations préliminaires.

Il n'est pas nécessaire de faire de suite tout son canevas d'assemblage, ou plan *linéaire*, pour revenir ensuite au détail; on peut, et cela est même plus expéditif, après avoir tracé les grandes lignes de construction, former les polygones à mesure qu'on opère, c'est-à-dire qu'aussitôt qu'un géomètre a fermé un polygone, il peut en remplir les détails avant de fermer le second polygone, et ainsi de suite.

Pour commencer ces détails, on aura soin de s'appuyer sur un des côtés du polygone, afin que ce second travail se trouve rattaché au premier, et que tout soit homologue au terrain; enfin, ce polygone étant

achevé, on passera au second, puis au troisième, au quatrième . . ., etc.

Sur les principales lignes tracées sur le terrain, on mettra, à peu près de 500 mètres en 500 mètres, des piquets qui serviront de *repères*. Ces lignes seront ponctuées en rouge sur la minute du plan, et les piquets indiqués sur ces lignes par un très petit cercle; enfin, les distances entre ces cercles seront cotées.

Lorsqu'une commune contient beaucoup de détails qu'il faut représenter sur le plan d'une manière distincte, on doit se servir d'une grande échelle; mais alors il est difficile de mettre sur une même carte, toutes les divisions du terrain à mesurer, surtout, si c'est une commune un peu étendue.

Dans ce cas, on fait ordinairement plusieurs feuilles, qu'on limite par des tenans fixes, comme chemins, rivières, chantiers ou réages, etc.

Si l'on veut avoir l'ensemble de la commune sur une même carte, on construit le canevas itinéraire, ou la carte routière, à une échelle convenable; on rapporte, sur ce premier plan, toutes les parties qui sont susceptibles d'y être placées, et les portions qui se trouvent trop détaillées, restent en blanc sur ce plan, et sont développées à une plus grande échelle, sur une feuille particulière correspondante au numéro de renvoi du plan de masse. Ces développemens ont principalement lieu pour les villes, bourgs, villages et les hameaux. Quand on fait le plan de ces objets, il faut mesurer, avec le mètre, la largeur des rues, les ilots, la longueur et la largeur de toutes les maisons qui s'y trouvent renfermées.

246. On voit, par tout ce qui précède, qu'une des opérations essentielles du levé des détails d'un plan est le tracé des lignes pour former le tableau *linéaire*, et l'on croit bien sans doute que ce n'est pas quelquefois sans quelque difficulté que l'on parvient à les tracer aussi longues qu'on le désire, à cause des divers obstacles qui peuvent se rencontrer. Ces difficultés ne sont pas toujours insurmontables, ainsi qu'on va le voir par la question suivante, que je crois devoir donner, avant d'enseigner comment on lève aussi les détails d'un plan avec la boussole et avec la planchette.

247. *Prolonger la droite* AB, *malgré les obstacles, tels que bois, bâtimens, etc. qui se trouvent entre* B *et* C (fig. 146).

Menez une ligne AG sous un angle aigu, mesurez sur cette ligne une grandeur quelconque AE; élevez CB perpendiculaire sur AG, et mesurez EB bien exactement. Aux points F et G pris à volonté, élevez les perpendiculaires indéfinies FC, GD, et mesurez, avec beaucoup de soin, les intervalles EF, FG; vous trouverez la longueur de ces deux dernières perpendiculaires, par les proportions

$$AE : EB :: \begin{cases} AF : CF = \dfrac{EB \times AF}{AE}, \\ AG : GD = \dfrac{EB \times AG}{AE}. \end{cases}$$

Portant ces longueurs sur FC et GD, les points C et D seront sur le prolongement de la droite AB.

On fera bien de chercher, de la même manière, un troisième point K qui devra se trouver en ligne

droite avec C et D. Cela étant, on pourra continuer l'alignement.

En faisant l'angle BAG de 50°, on aura

$$CF = AF, \quad GD = AG \quad \text{et} \quad HK = AH.$$

Fig. 147. Si cette opération ne peut se pratiquer, on pourra faire celle-ci : menez EF à une distance quelconque de AB, et faites des angles égaux aux points E, G, H, F, pris à volonté, vous aurez

$$HC = \frac{EH \times BG - AE \times GH}{EG},$$

$$FD = \frac{EF \times BG - AE \times GF}{EG}.$$

Il est encore divers moyens de résoudre cette question; mais quelle que soit celle qu'on emploie, il faut apporter beaucoup de précision pour obtenir les points de l'alignement qu'on veut prolonger (*). Pour

(*) Ces méthodes de prolonger un alignement, sont très simples; mais pour que les points C et D se trouvent exactement dans l'alignement de AB, il faut supposer que les mesures qu'on a prises sont déterminées d'une manière mathématique, ce qui est impossible dans la pratique. Un procédé qui n'exigerait que des jalons, serait plus exact, surtout s'ils étaient droits et posés verticalement.

Le problème du n° 93 de notre Traité de Trigonométrie, que nous avons extrait des cahiers de l'Ecole Polytechnique, et dans lequel on ne fait usage que des jalons pour avoir le point de concours de deux lignes, peut servir à prolonger une ligne sur le terrain, au-delà d'un obstacle interposé entre les extrémités. Nous indiquerons l'opération qu'on peut faire, dans les notes que nous mettrons à la fin de cet Ouvrage.

plus de sûreté, il vaut mieux, lorsque l'obstacle n'est qu'un arbre, reculer à gauche ou à droite trois jalons d'une petite mesure, un demi-mètre, par exemple, et continuer l'alignement sur ces nouveaux jalons; à la rigueur, deux suffiraient, mais un troisième rectifie et empêche de mener une ligne non parallèle à la première.

Lorsqu'on n'aura pas une entière certitude de la précision des opérations que l'on vient d'indiquer, pour continuer un alignement, il faudra prendre une autre direction, en s'écartant le moins possible de la première, et observer l'angle compris entre ces deux alignemens; c'est-là ce que j'appelle *lignes brisées.*

Des levés à la boussole.

248. Nous avons dit qu'on pouvait lever les détails d'un plan avec la boussole; en effet, cette méthode est plus expéditive que celle du graphomètre, surtout pour lever les contours des propriétés, les sinuosités des chemins et rivières, et généralement tous les détails minutieux qu'on rencontre dans les villages; mais nous observons qu'il ne faut se servir de cet instrument que dans les opérations qui ne demandent pas une grande précision, parce que la moindre chose peut faire varier l'aiguille dans sa direction, sans qu'on s'en aperçoive (*), et parce que d'ailleurs, l'agitation de

(*) Toutes les matières ferrugineuses dérangent l'aiguille de sa déclinaison naturelle: on a même remarqué que dans certains temps on fait varier cette aiguille de plusieurs degrés, en passant sur le verre qui la couvre une règle, un crayon, et même du papier. *Voyez* la note du n° 267.

cette même aiguille sur son pivot, ne permet presque jamais d'observer les angles à un demi-degré près. Néanmoins, pour ne rien laisser à désirer, je vais indiquer comment on s'y prend pour opérer avec cet instrument.

249. *Lever le plan de la figure* 145 *avec la boussole, en supposant les points* K, E, D, Z *déterminés par une opération trigonométrique.*

Placez une boussole horizontalement au point H (37), dirigez sa visière sur le point G, et examinez le nombre de degrés qu'il y a entre la direction du chemin HG et la flèche de l'aiguille aimantée; tirez une petite ligne sur le papier pour représenter cette aiguille, et écrivez dans l'angle formé par la direction du chemin et celle de l'aiguille le nombre de degrés que vous avez trouvé sur le limbe de la boussole.

Dirigez la visière de l'instrument sur le point F, que je suppose visible du point H, et cotez sur le *calepin* le nombre de degrés compris entre le rayon visuel HF et l'aiguille aimantée; dirigez encore la visière de la boussole sur les points E, I, M, K, et cotez sur le canevas le nombre de degrés compris entre chacun de ces objets et l'aiguille aimantée.

Ces opérations faites, on se portera, par exemple, au point G, en faisant mesurer HG, et après avoir écrit sur son figuré, le long de HG, le nombre de mètres que l'on a trouvés avec tout ce que l'on aura arrêté de part et d'autre de ce chemin, on s'établira de nouveau au point G. On visera sur GF, et lorsque l'aiguille sera en repos, on examinera le nombre de

degrés compris entre le point F et cette aiguille pour les écrire sur le calepin, comme ci-dessus : on fera mesurer GF, et ayant écrit sur cette ligne le nombre de mètres qu'elle contient, on fera une nouvelle station en F pour viser sur E, D, N.

L'observation au point F étant faite, figurée et côtée sur le calepin, on fera mesurer EF, qu'on écrira sur son correspondant au canevas.

Ensuite, si l'on veut suivre le chemin FNC; comme on a déjà observé l'angle que fait l'aiguille avec la direction NF, il suffit de mesurer cette dernière ligne, et d'écrire le nombre de mètres sur le calepin.

En continuant de la même manière de faire des stations à tous les coudes des chemins, on aura de quoi construire le plan itinéraire.

On déterminera les sinuosités de la rivière en faisant pareillement des stations à tous ses principaux coudes, et en mesurant leur distance entre elles, en allant d'une station à l'autre.

Les méridiens magnétiques pouvant être regardés comme parallèles dans un petit espace, il n'est pas absolument nécessaire de faire des stations au sommet de chaque angle de la figure qu'on mesure; par exemple, en partant du point H, on aurait pu aller tout de suite au point F, observer l'angle *s*FG qui est évidemment égal à celui *n*GF, qu'on aurait observé au point G.

Lorsque le canevas est très compliqué, au lieu d'écrire la valeur des angles et les distances entre les stations successives sur le canevas même, on a coutume de mettre toutes ces mesures sur un petit registre, où, par des

lettres de renvoi, on indique à quelle partie elles appartiennent.

250. *Remarque.* S'il était possible d'observer la valeur des angles avec assez de précision, on pourrait se servir de la boussole pour mesurer la superficie d'un terrain quelconque; mais comme il faut toujours apporter de l'exactitude dans les opérations de l'arpentage, on doit rejeter cet instrument lorsqu'on veut déduire les surfaces des mesures prises sur le terrain; si ces surfaces se déduisaient de l'échelle et du compas, comme dans le travail d'un cadastre, servant à la répartition de l'impôt, on pourrait néanmoins se servir de la boussole pour lever les petits détails, après toutefois avoir fait l'assemblage linéaire et fermé des polygones d'environ 180 à 100 arpens, parce qu'alors les alignemens étant petits pour arriver aux lignes de construction, l'erreur que donne souvent cet instrument serait insensible, même pour une échelle de 1 à 2500, qui est ordinairement celle qu'on adopte pour ces sortes d'opérations. D'ailleurs il est incontestable qu'on fait plus de travail avec la boussole qu'avec tout autre instrument, puisqu'on peut se dispenser de faire des stations à tous les sommets, et les erreurs de l'aiguille ne se propagent point lors du rapport.

251. *Rapporter sur le papier un plan levé avec la boussole.*

Commencez par représenter la direction de l'aiguille aimantée sur le papier, au moyen de l'angle

observé sur le terrain entre cette aiguille et l'alignement de deux objets dont la position est connue et fixée par un travail préliminaire. Menez à cette direction une parallèle par le point donné *k* (fig. 145 et 145′), et une autre par le point *e*, aussi déterminé par des opérations précédentes : ensuite faites au point *k*, avec un rapporteur, un angle *skh* égal à l'angle *n*HK, et tirez au crayon un rayon indéfini *kh*; faites de même au point *e*, un angle *hes* égal à l'angle *n*HE; enfin menez une ligne indéfinie *eh*, laquelle rencontrera la précédente en un point *h*, qui représentera celui H du terrain.

Par le point *h* qu'on vient de placer, on mènera une parallèle à l'aiguille aimantée, et on fera avec le rapporteur un angle *nhg* égal à l'angle *n*HG observé; on tirera un rayon *hg*, auquel on donnera autant de parties de l'échelle que HG contient de mètres; par ce point *g*, on mènera une nouvelle parallèle, et par le secours du rapporteur et des observations écrites sur le canevas ou sur le registre, on déterminera *gf*, qu'on fera de la longueur GF mesurée.

Enfin, on placera de la même manière tous les autres points *n*, *p*, *c*... etc., représentant les points N, P, C... etc., observés sur le terrain.

Je fais remarquer que si, étant sur le terrain, on est allé du point H au point F, sans observer au point G, comme on a dit au n° 249 qu'on pouvait le faire, il faudra, pour placer *gf*, prendre le supplément de l'angle *n*FG, et opérer comme si l'observation avait été faite en G.

252. Avec la boussole on peut rattacher deux bases

AB, CD, au moyen d'un objet E (fig. 148), auquel on ne peut aller, mais tel qu'on a pu l'observer des extrémités de ces bases.

En effet, puisqu'on a observé aux extrémités des bases qu'on suppose avoir mesurées ou calculées, les triangles ABE, CDE sont connus; alors, pour fixer la position AB, CD, la question se réduit à trouver l'un des angles BED ou AEC.

Pour y parvenir, étant aux points B et D, prenez l'angle que forme l'aiguille aimantée avec les rayons BE, DE, et vous aurez l'angle $BED = dEB + dED$, ainsi qu'on le voit en imaginant nEd parallèle à l'aiguille aimantée.

Passons maintenant à la *planchette;* c'est l'instrument dont on se sert le plus ordinairement pour lever les détails d'une carte.

253. *Lever les détails d'un plan avec la planchette* (34).

J'ai rencontré des personnes qui pensent que la planchette ne donne pas assez de précision pour être employée aux levés des plans. Je conviens que si l'on aspirait à une grande exactitude dans la mesure des surfaces, il ne faudrait pas en faire usage, puisque avec cet instrument les contenances se déduisent des opérations graphiques. Si l'on voulait se donner la peine de faire les calculs nécessaires, le graphomètre serait, sans contredit, préférable; mais quel est l'arpenteur qui voudrait s'astreindre à tant de calculs, surtout lorsque le plan contient beaucoup de détails? Il faut donc avoir recours au rapporteur pour construire

son plan, et je pense qu'alors l'avantage qu'on obtient d'abord au graphomètre, se perd, et peut être au-delà, par le rapport, surtout dans les pays couverts et peuplés d'habitations.

Malgré plusieurs de ses défauts (qui sont la difficulté de la transporter, son dérangement par le vent, le papier qu'il faut y assujettir, la moindre pluie qui empêche de travailler, et le retrait du papier causé par les différentes températures) (*), la planchette aura toujours beaucoup de partisans, et l'expérience démontre suffisamment qu'on peut l'employer avec succès pour faire les détails d'une carte; elle a d'ailleurs, dans ces sortes d'opérations, un avantage sur le graphomètre, ou tout autre instrument analogue, en ce qu'on peut vérifier son travail sur le terrain chaque fois qu'on aperçoit un objet déjà posé sur la planchette,

(*) On peut remédier à ces trois derniers inconvéniens en travaillant sur la planchette même que l'on fait vernir. Quand elle est remplie de parcellaire, on en fait un calque qu'on pique sur le papier qui doit servir de minute. Ensuite on enlève tous les traits du crayon qui sont sur la planchette en la frottant avec de l'eau de blanc d'Espagne, et l'on continue ses opérations sur cette planchette dégagée du premier travail. Quand le vernis n'est plus assez fort, ce qui a lieu après l'avoir remplie cinq à six fois, on la fait revernir de nouveau, et ainsi de suite. On remarquera sans doute que cette manière d'opérer exige beaucoup de soin dans la copie du calque qu'on est obligé de faire, mais je ne vois pas de moyen de remédier à cet inconvénient, qui d'ailleurs ne balance pas les autres défauts dont on a parlé plus haut. On a essayé de travailler sur une toile cirée, ce qui est plus facile à rapporter, puisqu'on peut piquer; mais l'inconvénient du retrait y existe toujours.

parce qu'avec cet instrument on rapporte toutes les opérations à la vue même des objets que l'on veut représenter; il est incontestable que le terrain sera mieux figuré que quand on se borne a coter les mesures sur un canevas pour les assembler chez soi, à moins d'écrire jusqu'à des détails très minutieux, ou d'en charger sa mémoire, on est exposé à négliger beaucoup de choses à la vérité du plan.

Si le plan qu'on veut construire est d'une petite étendue, cent arpens, par exemple, on peut procéder au levé de ce plan sans opération préalable; mais s'il s'agit du détail d'une commune, il est indispensable d'assurer les principaux points par une trigonométrie faite avec un instrument qui donne au moins les minutes et de faire le plan *linéaire*, comme on l'a enseigné à l'article du graphomètre; c'est par le secours de ces points bien placés, qu'on rectifie les petites erreurs inévitables dans la pratique du levé d'un détail un peu étendu. Commençons par la construction d'un plan de peu de surface.

Pour résoudre cette question, je ne ferai point usage du déclinatoire, parce qu'il devient inutile dans une opération aussi simple.

Muni de ma planchette sur laquelle j'ai assujetti un papier, de mon alidade, de ma chaîne, de mes jalons, d'un crayon et de mon compas, je me transporte sur le terrain, accompagné de mes porte-chaînes; j'examine la figure et je décide de me placer en A.

Je pose ma planchette horizontalement à cet endroit, et je fais mettre un jalon aux points B et F (fig. 149);

je place sur ma planchette un point A de manière qu'il corresponde à son homologue *a* du terrain, lorsqu'elle est à peu près orientée; l'œil et l'habitude font faire promptement cette petite opération, et dispensent d'avoir recours au compas d'épaisseur que quelques auteurs conseillent d'employer pour faire coïncider le point *a* du papier avec celui A du terrain.

Cette disposition étant faite, je dirige mon alidade sur le jalon B; je mène au crayon la ligne *ab* : sans déranger ma planchette, je dirige un autre rayon sur F, et je mène *af* au crayon.

Enfin, je fais mesurer AF, AB, et je donne à *ab*, *af* autant de parties de mon échelle que j'ai trouvé de mesures à leurs homologues; par ce moyen j'ai sur ma planchette les points *a*, *b*, *f*, en harmonie avec ceux du terrain, car les triangles AFB, *afb*, sont semblables, comme ayant un angle compris entre côtés proportionnels.

Je pose l'instrument au point B (*); je l'arrange de manière que le point *b* réponde à son homologue B : j'applique l'alidade sur la ligne au crayon *ab* (**), que j'ai eu soin de prolonger; j'oriente ma planchette, c'est-à-dire, que je la tourne jusqu'à ce que j'aperçoive le jalon A par les pinnules de l'alidade toujours sur *ab*; puis, sans déranger mon instrument, je fais tourner l'alidade autour du point *b*, jusqu'à ce que

---

(*) En mesurant AB, j'ai suivi mes porte-chaînes et laissé un jalon en A.

(**) Il y a des arpenteurs qui mettent une aiguille à chaque point *a*, *b*, et contre lesquelles ils appuient l'alidade.

j'aperçoive le jalon que j'ai fait mettre à l'angle C, et je mène au crayon une ligne indéfinie *bc* (*): j'ôte ma planchette, et après avoir mis un jalon à sa place, je fais mesurer BC, et je porte cette distance proportionnelle de *b* en *c*; je pose mon instrument au point C, auquel je fais répondre son homologue, et j'applique l'alidade sur la ligne au crayon *bc*, puis je tourne ma planchette jusqu'à ce que j'aperçoive le jalon B; je fais mouvoir mon alidade autour du point *c*, jusqu'à ce que le jalon mis à l'angle D se trouve dans le rayon visuel des pinnules; je trace un rayon indéfini, et fais mesurer CD, que je porte proportionnellemeut de *c* en *d*. Ma planchette en D, son homologue y répondant, et mon alidade sur *cd*, j'oriente mon instrument de manière à découvrir le jalon laissé à l'angle C; puis, sans toucher à ma table, je fais tourner mon alidade autour du point *d* pour apercevoir le jalon placé en E, et je trace *ed* indéfini; je mesure ED, que je porte proportionnellement de *d* en *e*, et l'opération est terminée; car si l'on joint les points *e*, *f* par une droite, les figures *abcdef*, ABCDEF seront semblables, comme ayant leurs angles égaux chacun à chacun, et leurs côtés homologues proportionnels; mais en concluant ainsi l'angle *fed* et le côté *ef*, rien n'assure que l'on ne s'est point

(*) Pendant que vous travaillez à la planchette, il faut envoyer un de vos porte-chaînes au point A pour y prendre le jalon, lorsque vous lui ferez le signe convenu; c'est-à-dire, lorsque tous vos rayons seront envoyés du point B, et ainsi des autres. On peut avoir des jalons *perdus* qui restent aux stations, ce qui fait gagner du temps.

trompé, soit dans la mesure des côtés ou dans l'ouverture des angles. On acquerra la preuve de ses opérations, en se transportant en E pour y faire pareille observation qu'aux autres points; car, si l'on a bien opéré, le rayon qu'on dirigera sur le jalon F, passera sur son homologue *f*, et la ligne *ef* se trouvera proportionnelle à EF, qu'on mesurera pour s'en assurer, c'est-à-dire pour voir si elle contient autant de mètres que *ef* en a sur l'échelle. J'appelle cette vérification *cadrer* ou se *fermer;* d'autres la nomment le *nœud gordien* de l'opération; en effet, sans elle on rencontrerait peu d'erreurs, mais aussi on ne pourrait pas assurer son travail; de là la nécessité de se fermer et de ne jamais construire une figure par la connaissance de *ses élémens moins trois;* en nous donnant ce principe, la théorie suppose qu'on ne commettra point de fautes: mais malheureusement la pratique n'en est point exempte. Cette observation a déjà été faite.

254. *Remarque.* (Fig. 150.) Au lieu de faire le tour de cette figure, on aurait pu se placer en A, et diriger des rayons à tous ses angles; alors on mesure les lignes AB, AC, AD, AE, et l'on fait leurs homologues *ab*, *ac*, *ad*, *ae* proportionnels à ces distances; enfin, joignant ces points par des droites, on a la figure *abcde*, semblable à celle du terrain; car ces figures sont composées d'un même nombre de triangles semblables et semblablement disposés.

On pourrait se placer à tout autre endroit qu'au point A, soit sur un des côtés de la figure, dans son intérieur et même au dehors; dans tous les cas, il

suffit, comme dans l'exemple ci-dessus, de diriger à tous les angles de la figure des rayons qu'on mesure, et qu'on fait, sur la planchette, proportionnels à ceux du terrain.

255. On pourrait encore parvenir à construire cette figure, en ne mesurant qu'une base AB, des extrémités de laquelle on enverrait des rayons sur des jalons mis au sommet de chaque angle; le croisement de ces rayons sur la planchette représenterait le point homologue de celui auquel on a visé; et en joignant ces intersections par des droites, on aurait une figure semblable à celle du terrain; c'est ainsi que *abcde* est semblable à ABCDE.

On voit que, par ce moyen, on détermine la longueur des lignes BC, CD, etc., sans s'éloigner de la base AB, et sans faire de calculs : c'est l'objet de la Géométrie; mais cette méthode, qui est vraie en théorie, est souvent défectueuse dans la pratique, surtout lorsque les angles sont trop aigus ou trop obtus pour que l'intersection soit bien décidée; c'est par cette raison qu'on rejette la planchette pour dresser le fond d'une carte, ou, ce qui revient au même, pour en faire la triangulation. En général, lorsqu'on se sert de cet instrument, il faut, lorsque cela est possible, mesurer tous les rayons qu'on dirige, et ne placer les objets par intersections, qu'autant que l'angle opposé à la base est près d'un angle droit.

256. Étant au point A, et ayant dirigé des rayons à tous les angles de cette figure, on peut se dispenser de mesurer ces rayons comme on l'a fait au n° 254; mais

alors on mesure tous les côtés, et l'on examine dans chaque triangle l'espèce d'un des angles inconnus; puis on construit la figure de cette manière :

Les points *b*, *e*, se placent naturellement, puisque les côtés et les rayons visuels se confondent; pour fixer le point *c*, je prends une ouverture de compas proportionnelle à BC; et du point *b*, comme centre, je décris un arc de cercle qui coupe *ac* en un point *c*, et je mène *bc*. Pour avoir le point *d*, du point *e*, comme centre, avec une ouverture de compas proportionnelle à ED, je coupe *ad* et je mène *ed*; enfin, je joins *ed*, et ma figure est construite. Il est à remarquer que dans chaque triangle on ne connaît que deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés, ce qui donne deux solutions, ainsi qu'on l'a dit au n° 93; c'est-à-dire que le compas avec lequel on décrit les arcs dont on vient de parler, coupe les rayons visuels en deux endroits, et qu'il est nécessaire de savoir si l'angle est aigu ou obtus, afin de prendre l'intersection qui représente le point du terrain. Tous les divers moyens que l'on vient d'indiquer ne sont que le développement de la théorie des triangles semblables (17).

Connaissant comment on détermine avec la planchette les dimensions d'un terrain de peu d'étendue, il ne s'agit plus que de faire remarquer les précautions qu'il faut prendre pour le levé d'un plan d'une plus grande surface avec ses détails.

257. Lorsque le plan qu'il faut lever est d'une grande étendue, on commence par en assurer les principaux points par une bonne trigonométrie, et l'on fait un

assemblage linéaire comme on l'a indiqué plus haut. Le rapport en étant fait à la méridienne, on peut d'abord placer les points sur un papier préparé à cet effet, puis on décide par quelle partie on commencera ses opérations : le point de départ est assez arbitraire; néanmoins, il vaut mieux partir d'un point connu, et au centre duquel on puisse se placer. Les objets trigonométriques étant ordinairement des clochers, des moulins à vent, etc., il n'est guère possible de se placer au centre; et un point que l'on déterminerait sur le terrain, par la connaissance de trois autres, ou autrement, pourrait quelquefois n'être pas assez rigoureusement placé pour servir de point de départ. Les extrémités de la base trigonométrique sont ordinairement libres et toujours à l'abri des erreurs du calcul, puisque ce sont elles-mêmes qui ont servi à placer les autres; c'est donc sur un de ces points qu'il convient de faire sa première station. Pour cela, tracez sur le papier assujetti sur votre planchette, la ligne du nord, à laquelle vous rapporterez la base, ainsi que les points trigonométriques et les lignes d'ensemble qui pourront y tenir; ou bien si cette opération a été faite sur un papier séparé, on la pique sur la planchette, on pose son alidade sur la base tracée au crayon, et l'on tourne la table jusqu'à ce qu'on aperçoive un jalon placé à l'autre extrémité de la base. L'instrument ainsi tourné, on examine si les rayons envoyés du point de départ aux objets trigonométriques, passent sur leurs homologues posés sur la planchette, comme cela doit être s'ils sont bien rapportés.

Assuré de la position de ces points, et si l'on veut

se servir du déclinatoire (34), on le pose sur la ligne du nord; l'aiguille aimantée doit faire, avec cette méridienne, un angle de 22° à 22° $\frac{1}{2}$, si le déclinatoire est à l'ancienne division, ou 24°44′ à 25°, s'il est à la nouvelle; dans tous les cas, on remarque cet angle pour en faire un semblable à chaque station (*) : enfin, on fait mettre un jalon à un endroit quelconque du terrain, par exemple au croisement de plusieurs chemins; on trace le rayon sur la planchette, et l'on part, après avoir laissé un jalon à la place de l'instrument, en mesurant sur ce rayon. Fixons les idées à l'aide d'une figure.

258. Soit AB (fig. 151) la base trigonométrique; NS la ligne du nord; C, D, deux points trigonométriques placés sur la planchette, ainsi que la base AB. Pour ne pas être gêné dans le cours de mes opérations, je trace sur le bord de ma planchette une ligne $n's'$ (**) parallèle à NS; je me pose au point A, et mon alidade étant appliquée sur la base, je tourne ma planchette jusqu'à ce que j'aperçoive le jalon B; puis je fais mouvoir l'alidade autour du point A jusqu'à ce que je

---

(*) On oriente ordinairement à zéro, qui est le nord magnétique, ou celui de la boussole.

(**) C'est sur cette ligne $n's'$, prolongée s'il est nécessaire, ou sur ses parallèles tracées bien exactement sur chaque feuille du plan, qu'on applique le déclinatoire à toutes les stations que l'on fait dans la commune dont on lève le plan. On doit toujours opérer avec le même déclinatoire, ou s'assurer que ceux qu'on emploie donnent la même déclinaison, étant placés sur la même ligne.

rencontre successivement, dans le rayon des pinnules, les objets C et D; si ces rayons se trouvent sur leurs homologues tracés sur la planchette, c'est une preuve que ces points sont bien en direction relativement à l'objet A; s'il en était autrement, il faudrait revoir ses observations ou ses calculs. Tout étant d'accord, je mets mon déclinatoire sur $n's'$, et je tiens note de la déclinaison que fait l'aiguille aimantée avec la ligne du nord; je la suppose de 25° à l'ouest. Je fais mettre un jalon en *a*; et, sans déranger ma planchette, je dirige dessus un rayon que je trace au crayon; je pose un autre jalon au point A, et je mesure A*a* que je prolonge jusqu'en *b*; je continue à mesurer *ac*, la perpendiculaire *ec*, *cd*; la perpendiculaire *df*, et *bd*. Comme je suppose qu'au point *b* est un obstacle qui empêche de continuer la ligne, j'y pose la planchette, et mon alidade mise sur AB, je tourne l'instrument jusqu'à ce que j'aperçoive le jalon A; et pour m'assurer si je suis bien sur ce jalon, qui peut déjà être éloigné, je pose mon déclinatoire sur $n's'$ qui doit me donner 25° de déclinaison (*).

(*) Ce qui fait assez voir qu'on pourrait se dispenser de laisser un jalon A, puisque le déclinatoire étant sur $n's'$, et tournant la planchette jusqu'à ce qu'il donne 25° dans notre exemple, on a l'alignement A*b*; mais j'observe qu'il vaut mieux employer ces deux moyens à la fois pour assurer davantage ses observations. En laissant un jalon en A, on pourrait même se dispenser de faire une station en *b*, ainsi qu'on l'a pratiqué avec la boussole, en se transportant de suite au point *g*, où l'on s'orienterait à 25°. Puis, faisant tourner l'alidade autour du point *b* posé sur la planchette, jusqu'à ce qu'on aperçoive

Tout étant bien, je dirige un rayon sur *g*, et je mesure *bg*.

Ayant eu soin de construire au crayon à mesure que j'avance, j'ai déjà le chemin *aefg*, je m'oriente au point *g* et je me dirige vers *h*, d'où je puis apercevoir l'objet C du terrain, placé sur ma planchette; je m'oriente à 25°, et, de plus, j'examine si j'aperçois le jalon *g* par les pinnules de mon alidade placée sur

---

son homologue sur le terrain, on tracerait le long de cette alidade, ainsi dirigée, un rayon *bg*, et l'on aurait le même angle que si l'on avait fait la station au point *b*; j'observe encore que ce moyen pourrait tout au plus être employé dans les détails d'un polygone assez resserré, et dont on serait assuré de l'ensemble. Je sais qu'indépendamment de cette méthode, il y a des arpenteurs qui se dispensent de jalons; ce procédé est sans doute plus expéditif, mais on a évidemment moins d'exactitude.

Je viens de dire qu'il y a de l'inconvénient à lever des plans d'une certaine étendue sans le secours des jalons; en effet, c'est une erreur de croire qu'une figure est levée exactement avec le seul déclinatoir, quand on s'est bien fermé, c'est-à-dire à zéro, à très peu près; car l'aiguille variant dans un même lieu, et même dans un même jour, indépendamment des temps d'orage et des endroits plus ou moins ferrugineux, il peut arriver, et cela ne doit pas être très rare, que les différentes variations se compensent de manière à ce qu'on se ferme juste, ce qui n'empêche point que, dans ce cas, il existe une différence dans la mesure de cette figure, et cette différence est d'autant plus forte, que les variations de l'aiguille ont été plus grandes et ensuite plus petites : mais, dans le levé des plans, on s'apercevra de ces différences si l'on a occasion d'aller se fermer sur les rayons défectueux, surtout à ceux dont la somme des déclinaisons, en plus ou en moins, se trouve la plus forte. *Voyez* la note du n° 248.

gh : cela étant, je la fais tourner autour du point *h*, jusqu'à ce que j'aperçoive, par les pinnules, le point C du terrain ; ce rayon visuel doit aussi passer par son homologue sur le papier ; s'il en est ainsi, on aura lieu de croire à la bonté de ses opérations. Néanmoins, malgré cette apparence de similitude, le travail peut être mauvais : par exemple, si l'on avait commis une erreur de mesure sur le rayon *bg*, et qu'on n'eût porté que bx', on serait arrivé en z' sur la planchette, alors $x'z'$ devenant parallèle à *gh*, il est évident que le rayon envoyé de z' sur l'objet C du terrain, passera encore sur son homologue sur le papier : on sent bien que si les rayons bx', Cz' n'étaient pas sensiblement parallèles, il existerait une petite différence, mais souvent pas assez forte pour reconnaître cette erreur de mesure. Quant aux erreurs en angles, elles ne peuvent avoir lieu que lorsqu'on dérange la planchette sans le savoir ; il est visible qu'on n'en peut pas commettre avec un bon déclinatoir, à moins pourtant que quelques matières ferrugineuses n'en dérangent la direction naturelle.

M'accordant au point *h*, je prends la direction *ih* ; et au point *i* je me vérifie sur C et sur D : si je suis bien en rayon sur ces deux points, c'est alors que je suis assuré de mes opérations (*), et je continue mon

(*) Si les trois rayons *ih*, *i*C, *i*D, ne passaient pas au même point, le prolongement de ces rayons formeraient un très petit triangle au milieu duquel on pourrait placer le point *i*, ou bien, ce qui est mieux encore, on placera ce point *i* à l'intersection des deux rayons *i*D, *i*C, tracés sur la planchette bien orientée.

travail, comme l'indique la figure, jusqu'au point *m*; là, orientant toujours ma planchette, je dirige un rayon sur B; il doit passer par son homologue, et de plus la distance *m*B du papier doit être proportionnelle à celle du terrain; pour m'en assurer, je la fais mesurer : si la différence soit en angle, soit en mesure, n'était que de quelques mètres, sur environ une demi-lieue que je suppose avoir parcourue sur les principaux rayons, on pourrait, avec raison, l'attribuer à l'opération manuelle, et conclure à la bonté du travail jusqu'à ce point; seulement il faudrait avoir l'attention de ne point prendre le rayon *ml*, qui est tant soit peu défectueux, pour base des autres opérations; il faudrait au contraire les asseoir sur un autre dont on aurait une entière certitude de sa vraie position, sur *ik*, par exemple, puisqu'une vérification s'est faite à l'une de ses extrémités.

Si l'erreur était plus forte, il faudrait en rechercher la cause, d'abord, comme je viens de le dire, avec un bon déclinatoire; cette erreur ne peut être qu'en mesures, ou à très peu près. Supposons que ce rayon, au lieu de passer sur B, se trouve en c', et que la

---

Pour plus de certitude, il serait bon d'apercevoir un troisième point dont on serait certain de la position, pour voir si ce troisième rayon passerait à l'intersection des deux autres. C'est une des pratiques du n° 262, déjà indiquée au n° 248. C'est de cette manière qu'on rectifie les petites différences que l'on rencontre souvent dans la pratique; et les points ainsi rectifiés sont bien placés, si quelques matières ne dérangent point la direction de l'aiguille aimantée tandis qu'on opère.

différence soit trop forte pour être tolérée, voici comme je m'y prendrais pour donner au point *m* sa véritable position : je mesure *m*B, et par le point B je mène à *mc'* une parallèle que je fais égale à *m*B, et j'ai le point *m'* que je voulais placer; pour m'en assurer encore, si je puis apercevoir les objets C et D, je fais usage du problème n° 263, ou de la remarque du n° 264, qui doit me donner l'intersection au même point *m'*; une fois certain de ce point, je suis assuré que c'est dans la direction ou dans le parallélisme de *mm'* que l'erreur a été commise. (Il est évident qu'on aurait pu trouver le point *m'* par le problème qu'on vient de citer, en supposant les objets C et D visibles de l'endroit où l'on est.) Cette différence reconnue, on mènera des parallèles aux rayons sur lesquels elle influe, et la dernière passera par le point *m'*.

On vient de supposer l'erreur telle, que le rayon *mc'* ne passait pas au point B, et que la distance *m*B était quelconque; il arrive encore assez fréquemment que l'on parvient en *m''*, de manière que le rayon passe sur le point B, mais que la distance B*m''* du papier n'est pas proportionnelle à celle du terrain. Ne supposant toujours aucune erreur en angles, je porte la distance du terrain de B en *m'*, et je suis assuré que mon erreur est dans le rayon qui a à peu près cette direction; je la cherche, et une fois reconnue, je rectifie les rayons envoyés depuis, en menant des parallèles comme ci-dessus (*).

(*) On peut aussi rectifier les erreurs en angles, lorsqu'il est possible de connaître l'inclinaison et les endroits où la variation

Ce point étant assuré, on y orientera la planchette, pour déterminer le chemin *im'* ; on se dirigera sur *o*, et l'on arrètera en *l'* pour circonscrire la figure X, comme aux n°s 253 et suivans. Quant à celle indiquée Z, on fera mettre un piquet au point *n* ; et de l'endroit *o*, étant orienté, on dirigera *no* ; on mesurera sur ce rayon, et en passant on arrètera au point *p* ; on dirigera *p*C,

---

a lieu. Par exemple, si l'on pose le déclinatoir sur une ligne autre que celle sur laquelle on l'a placé aux stations précédentes, ou qui ne lui soit point parallèle, et que, d'ailleurs, on ne se serve point de jalons qui avertissent de cette méprise, le travail que l'on fera sur ce faux orientement sera bon isolément, mais il ne s'accordera pas avec les opérations voisines qui ont été faites sur le véritable orientement. Pour tout ramener à sa place, il suffit, dans ce cas, de poser la fausse ligne du déclinatoir sur la bonne, à partir du point où la fausse déclinaison a été prise, et de piquer tous les points déterminés d'après l'orientement défectueux.

Il peut encore arriver qu'après avoir travaillé quelque temps sur ce faux orientement, on pose le déclinatoir sur le véritable, et qu'on continue ses opérations sur cette direction. Si l'on peut reconnaître cet endroit, après avoir mis ce point à sa place, comme ci-dessus; il ne s'agira que de tracer par ce point une parallèle à cette ligne, de mettre le faux point sur son homologue qu'on a placé à sa véritable place, et de piquer de nouveau tout le travail d'après la planchette bien orientée. Alors, si l'on a bien opéré, tout s'accordera avec les opérations d'alentour.

On peut faire ces rectifications par intersections; mais cela est plus long et peut-être moins exact : d'ailleurs, il est de ces sortes d'erreurs qui, étant mêlées avec celles en mesures, ne peuvent être rectifiées convenablement; mais, je le répète, on évitera les différences en angles en opérant, en même temps, avec les jalons et avec le déclinatoir.

dont la distance sera mesurée pour voir si elle s'accorde, comme cela doit être; sur ce rayon on déterminera l'église, le cimetière et la maison qui s'y trouve; puis, revenant au point p, on continuera de mesurer jusqu'en n, et l'on construira en passant la maison qui est à gauche. Étant en n, et orienté sur o, on déterminera Z à l'ordinaire; on reviendra au jalon o, pour continuer de la même manière jusqu'au point i, en faisant attention de construire en passant les figures y et y', avec leurs petits détails.

S'il se trouvait une forte élévation g' sur laquelle il y eût une figure à décrire, il faudrait mettre un jalon en g', et des points r et s y envoyer deux rayons dont l'intersection sur la planchette déterminerait le point homologue, si l'instrument restait horizontal, ce qui est possible avec de hautes pinnules, ou mieux encore avec des pinnules ou lunettes plongeantes; puis on se transportera en g' pour s'orienter, soit sur r, soit sur s, ou avec le déclinatoire seulement, et pour déterminer la figure.

Si l'on n'était pas muni d'une telle alidade, et qu'on ne pût voir g' sans incliner la planchette, il faudrait, après avoir dirigé un rayon quelconque rg', faire jalonner dans cet alignement, et mesurer dessus, en tenant sa chaîne le plus horizontalement possible, et n'employant que le demi-décamètre, si cela est nécessaire, jusqu'à un point quelconque g'; s'orienter à cet endroit, et déterminer la figure comme dans les opérations précédentes. Si d'un point quelconque de ce terrain on pouvait apercevoir deux objets déjà posés sur la planchette, comme s et r, on placerait ce point

par la méthode indiquée ci-après n° 263, ainsi qu'on l'a déjà dit; c'est ordinairement cette pratique qu'on met en usage dans les détails.

Il peut arriver que tous les côtés de la figure g' ne se trouvent point dans un même plan, et que l'on n'ait point de déclinatoire à sa disposition. Si $a'b'$ était horizontal, et que des extrémités de cette base on pût envoyer des rayons à tous les angles, on déterminerait cette figure par intersections, comme au n° 253; mais si tous les côtés étaient inclinés à l'horizon, il faudrait voir près de là si l'on ne trouverait pas une base de niveau qui pût servir à construire la figure de la même manière: si cette base ne peut se rencontrer, on réduira $a'b'$ à sa distance horizontale. Enfin, si la figure était tellement disposée que, tous ses côtés étant inclinés, il fût impossible, de l'un de ses angles, d'apercevoir les autres, il faudrait en faire le tour comme au n° 252, ayant soin, en mesurant, de porter la chaîne horizontalement, ou de réduire les rampes à leurs distances de niveau.

Lorsqu'on est certain de toutes ses opérations, on trace à l'encre les chemins, rivières, ruisseaux, et le périmètre de chaque figure; les autres rayons sont effacés avec de la gomme élastique, à l'exception des lignes de construction, qu'il est bon de laisser figurer sur la minute; ces lignes, dont on a soin d'indiquer la longueur, font voir la marche de l'opération; elles servent d'ailleurs, en cas de différence entre le plan et le terrain, à reconnaître de suite si cette erreur ne proviendrait pas, ainsi que cela arrive assez souvent, d'une fausse mesure prise sur l'échelle.

Ayant vu la marche du levé d'un plan avec la

planchette, il ne reste plus qu'à faire connaître comment on change de papier quand celui qui est sur cette table est rempli, et quels sont les moyens qu'on peut employer pour placer dessus les points trigonométriques.

259. Lorsque le papier qui est assujetti sur la planchette est rempli, on est obligé de lui en substituer un autre, afin de pouvoir continuer l'opération. Si par exemple on continue vers le *nord*, on piquera sur le nouveau papier les points h, t, i, k (fig. 151), auxquels on doit revenir pour se fermer; et de plus on tracera au crayon, sur le bord du premier et du second papier, une ligne commune qui servira à rattacher ces feuilles. Enfin, on prolongera sur ce dernier papier la ligne $n's'$, ou on lui mènera une parallèle, selon la disposition des feuilles, s'il n'y a pas de carreaux, sur chacune d'elles, dans la direction de cette ligne. On partira à volonté de i ou de k, en donnant pourtant la préférence au rayon qui dépend de moins de stations, comme étant indubitablement le plus certain; si l'on choisit le point k, on s'y orientera, c'est-à-dire, qu'on mettra l'alidade sur ik, qu'on a eu soin de conserver au crayon, et l'on tournera la planchette jusqu'à ce qu'on aperçoive le jalon posé au point i (ce qui indique assez qu'il faut avoir soin de faire une remarque à toutes les stations pour les retrouver au besoin); on mettra le déclinatoire sur $n's'$, et l'on examinera s'il donne précisément le même degré de déclinaison que sur la feuille précédente; s'il en était autrement, c'est que la ligne $n's'$ ou les points i, k, seraient mal placés

sur cette feuille, et il faudrait revoir cette opération graphique avant de commencer à opérer. Il en serait de même pour tout autre point placé sur cette feuille, qu'on prendrait pour celui de départ. Tout étant d'accord, on fera mettre un jalon en k' ; on tracera un alignement dans cette direction, et l'on continuera à l'ordinaire.

On voit que nous opérons toujours par alignement et par déclinaison, c'est-à-dire avec les jalons et le déclinatoire ; cela est un peu plus long, mais aussi c'est plus certain que de n'employer que les jalons ou que le déclinatoire ; et sous le rapport de la précision, s'il y avait à choisir entre ce dernier instrument et les jalons, il faudrait donner la préférence à ceux-ci.

On remarquera qu'on n'aurait pas été obligé de se réorienter de nouveau au point k, si la première fois qu'on y a fait une station, on eût déterminé l'alignement kk', et mis des piquets à ces deux points pour les reconnaître ; c'est une précaution que doivent avoir tous les arpenteurs qui ne veulent pas perdre de temps ; de sorte qu'avant de quitter une station, il faut bien examiner si tous les rayons sont envoyés et tracés sur la planchette, pour éviter d'y revenir une seconde fois.

Ce nouveau papier étant rempli, on en place un troisième, et ainsi de suite. Lorsqu'on voudra assembler ces différentes feuilles, il ne s'agira que de faire coïncider les points qui leur sont communs, et de les coller avec de la colle à bouche.

260. *Placer sur le second papier posé sur la planchette un point trigonométrique* C *qu'on n'a pu mettre sur le premier papier* (fig. 152).

Le moyen le plus exact de donner à ce point sa véritable position, est de prolonger sur le nouveau papier la méridienne An', ce qui est toujours facile lorsqu'on pique des points du premier sur le second : comme on connaît Ab par le calcul, la question se réduit à porter cette distance sur le nouveau papier. Élevant à ce point une perpendiculaire, et lui donnant la valeur de bc, aussi connue par le calcul, on aura la position de l'objet C. Ce point une fois déterminé, on peut, par son secours, placer ceux qui pourraient tenir sur cette planchette; car s'il s'agissait du point f, le rapport à la méridienne a donné Ce, ef; élevant donc sur bC une perpendiculaire eC, à laquelle on donne sa valeur, et sur celle-ci une autre perpendiculaire ef, la distance de cette dernière ligne fixera le point f. Ces points, comme nous l'avons déjà dit, servent à se vérifier toutes les fois qu'on peut les apercevoir dans le cours des opérations; il est donc bien important d'en avoir toujours sur sa planchette; s'il avait été impossible d'en observer de plus éloigné que le point C, il semblerait que la planchette suivante en serait dépourvue, et que toutes les opérations se trouveraient pour ainsi dire abandonnées au hasard, si d'ailleurs on n'avait pas de lignes de construction, puisque ce point C ne peut être changé sans cesser d'être en harmonie avec les autres points A, B, f, etc.; néanmoins il est possible, ainsi qu'on va le voir, de mettre sur sa tablette des objets trigonométriques, quoiqu'il n'en existe pas dans la partie où l'on travaille.

261. *Placer sur la planchette* X *un point* C *dont la véritable position se trouve sur la précédente, de*

manière que ce point puisse servir à vérifier les opérations de cette planchette (fig. 152).

Pour résoudre cette question, qu'on peut regarder comme une des plus importantes dans les opérations de la planchette, je trace un rayon quelconque C*g* prolongé suffisamment sur ma nouvelle planchette, et je prends au compas la distance C*g*; puis, pour plus de facilité, je porte une partie aliquote de cette ligne; le $\frac{1}{4}$ par exemple, de *g* en C′, et j'en tiens note : ce point C′ placé sur ma planchette, je continue mes opérations à l'ordinaire; partant, par exemple, de l'endroit marqué *h*, et arrivant en *i* d'où j'aperçois l'objet C du terrain, j'y oriente ma tablette, et je me vérifie en cette manière : je trace *ig* au crayon, et je prends $gk = \frac{1}{4}\, ig$; je pose mon alidade sur les points *k* et C′, et si j'ai bien opéré, je dois apercevoir sur le terrain l'objet C; car les triangles *gi*C, *gk*C′ sont semblables, comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels (*). Du point *i* m'étant dirigé par *l*, *m*, *n*, etc., je n'ai pu, aux trois premiers points, apercevoir l'objet C, mais je le découvre de *o* où je veux me vérifier; pour cela, je mène au crayon la ligne *og*, je prends *gp* le quart de *og*, et mon alidade étant appliquée sur *p*C′, je dois apercevoir par ses

(*) Cela sera toujours vrai dans la pratique, car les parallèles *k*C, *i*C étant sur la même planchette, et par conséquent peu éloignées l'une de l'autre, la différence sera toujours insensible; d'ailleurs on pourra remarquer si l'objet se trouve à droite ou à gauche de la même quantité interceptée entre ces parallèles.

pinnules l'objet C du terrain, et ainsi de suite, en faisant toujours partir la ligne au crayon du point g à celui où l'on veut se vérifier. Il faut observer de ne pas mettre le point g, qu'on place à volonté, trop près de C′; car plus les points k ou p en seront éloignés, plus il sera facile d'appliquer l'alidade sur $C'k$ ou $C'p$.

On pourrait se dispenser de mettre C′ sur la planchette, en employant les quatrièmes proportionnelles; mais cette méthode, qui rend les opérations vraiment mathématiques, serait plus longue, moins commode, et peut-être moins exacte en pratique que celle que nous proposons. L'opération ci-dessus expliquée doit avoir de fréquentes applications dans les pays couverts où l'on n'a pas d'objets trigonométriques sur toute la surface du terrain dont on fait le plan; elle m'a servi avec avantage dans le levé des plans que j'ai construits avec la planchette, et comme il était indifférent de placer le point g en g', et le point C′ en C″, je faisais en même temps ces deux constructions; alors, quand j'étais à peu près dans la direction de $C'g$, je me vérifiais sur C″; et, au contraire, lorsque j'étais sensiblement dans l'alignement de $g'C''$, je me vérifiais sur C′; ou bien, pour plus de certitude, je faisais la vérification sur ces deux points à la fois; par exemple, étant en o et m'étant vérifié sur C, je mène au crayon og', et prenant $g'p'$ le quart de og', si $g'C''$ est le quart de $g'o$, j'examine si, l'alidade placée sur $p'C''$, j'aperçois l'objet C du terrain; si ces deux vérifications s'accordent, c'est une preuve que les opérations sont exactes jusqu'à ce point.

262. *Étant posé sur la planchette un point* D

auquel on peut s'orienter et diriger un rayon sur un objet C, *placer ce dernier point, en admettant qu'il est impossible de mesurer* CD, *et d'apercevoir cet objet d'autres stations, mais qu'on peut voir un objet* A *placé sur le plan* (fig. 153).

Transportez votre planchette au point C, et l'alidade posée sur la ligne au crayon CD, alignez-vous sur l'objet D; puis, faites tourner l'alidade autour d'un point A posé sur la planchette, jusqu'à ce que vous aperceviez son homologue sur le terrain, et tracez dans cette direction une ligne indéfinie AC qui rencontrera CD au point C qu'il fallait placer (*).

Si l'on était muni d'un déclinatoire, il ne serait pas nécessaire d'avoir sur sa planchette la direction CD; il suffirait de s'orienter à l'objet C au moyen de cet instrument, et de déterminer, comme ci-dessus, deux rayons AC, DC, dont l'intersection donnerait le point C sur la planchette. C'est au moyen de cette méthode que l'on place promptement sur sa planchette tel objet du terrain que l'on veut. Les questions suivantes trouveront aussi leur application.

263. *Résoudre avec la planchette, la question du* n° 224, *qui donne le moyen de placer un quatrième point par la connaissance de trois autres déterminés sur le plan.*

(*) Lorsque le rayon AC tombe trop obliquement sur CD, il faut, s'il est possible, faire la même opération sur d'autres points que A, afin d'avoir la position C par plusieurs sections qui doivent se confondre sur CD.

Soient A, B, C (fig. 153) les points posés sur la planchette supposée au point à placer; si l'on est muni d'un déclinatoire, on opérera comme dans la dernière pratique du n° précédent; mais si vous n'avez pas cet instrument, mettez sur votre tablette un point quelconque D que vous ferez correspondre à celui du terrain, et vous dirigerez des rayons aux objets A, B, C; puis vous décrirez sur AB un cercle capable de l'angle ADB, et sur BC un autre cercle capable de BDC; l'intersection de ces deux cercles sera le point demandé.

264. *Remarque.* Lorsque le rayon du cercle est très grand, il n'est pas facile de décrire les circonférences dont on vient de parler; mais on peut y suppléer en employant le procédé suivant :

Prenez un papier verni, bien tendu et bien transparent, assujettissez-le sur votre planchette, et d'un point quelconque, pris sur ce papier de calque, dirigez l'alidade successivement sur les objets du terrain A, B, C; tracez ces rayons visuels à l'encre sur ce papier, que vous détacherez de la planchette.

Ensuite, faites coïncider les rayons visuels sur les points placés sur la planchette, correspondans à ceux du terrain A, B, C, et piquez, dans cette situation, le sommet de ces angles; ce sera le point D, correspondant à celui du terrain, que l'on veut placer.

265. *Deux points* A *et* B *étant placés sur la planchette, tracer dessus une base* CD *qu'on ne peut apercevoir des points placés, ni d'aucun endroit*

qui se trouve en relation avec eux sur la planchette (fig. 154).

Si l'on opère avec le déclinatoire, on placera chacun des points C et D comme dans les problèmes précédens; si l'on ne fait usage que des alignemens, on tracera sur sa planchette une ligne quelconque *cd*; on se posera au point C, et l'on enverra des rayons sur les objets A et B du terrain; on mesurera la base, et l'on fera *cd* de sa longueur; on se mettra à l'autre point D, et la planchette étant orientée, on dirigera des rayons sur les mêmes objets A et B; ce qui donnera les points *a* et *b* sur la planchette. Maintenant, si sur AB on construit les triangles *abc*, *abd*, on aura les points C et D de la base à placer (*).

Tous ces moyens servent avec avantage lorsque, par une longue suite de rayons, on pourrait n'être pas assez assuré de la véritable position du point de départ, pour le faire servir à de nouvelles opérations; alors, avec ces points, bien placés sur la planchette, on en détermine d'autres sur lesquels on base la suite de son travail.

Voici encore un problème qui peut trouver son application.

266. *Connaissant un triangle* ABC*, placer dans l'intérieur des points* D *et* E*, sans déranger la planchette d'un des sommets* A*, auquel on est placé;*

(*) On peut s'y prendre différemment pour avoir la position de cette ligne; la construction changerait un peu, mais l'opération ne serait pas plus simple.

mais supposant qu'il est possible de mesurer sur l'un des côtés AB *ou* AC (fig. 155).

Le triangle étant construit sur ma planchette posée en A, je dirige des rayons aux objets D et E. Si la ligne AB était disposée à recevoir seulement une équerre, il suffirait de chercher dessus le point H, de manière à avoir l'angle droit AHE, et de mesurer AH ou BH; cependant, comme on suppose qu'on ne peut poser aucun instrument sur cette ligne, qui peut être un mur très élevé et très étroit, mais à côté ou au bas duquel on peut aller, on fera mettre des piquets F et G dans les alignemens CE, CD; on mesurera AG, AF, ou BF, GF, selon qu'on le trouvera plus commode et plus expéditif, qui serviront à construire sur la planchette les triangles semblables A*cf*, A*cg*, et les points *e* et *d* d'intersection seront ceux qu'il fallait placer. On voit qu'au moyen de ce procédé, on pourrait, par des opérations fort simples, dans un pays découvert et en plaine, placer beaucoup de points en peu de temps.

Voilà à peu près tout ce qu'on peut dire sur les opérations que l'on fait avec la planchette; il y a encore une infinité de petites méthodes particulières qu'on chercherait en vain à expliquer, et que la pratique seule apprendra : d'ailleurs, elles ne diffèrent en rien de celles dont on fait usage avec le graphomètre; et, quels que soient les procédés qu'on emploie pour construire son plan, ils seront également bons s'ils émanent d'un calcul géométrique, et si les intersections sont nettes.

CHAPITRE X.

Vérification d'un plan sur le terrain.

267. Lorsqu'un plan est terminé sur le terrain, il convient, avant de procéder aux calculs, que celui qui fait faire ce travail s'assure de son exactitude.

Quoique les moyens de vérification soient fort simples; cependant pour ne rien laisser à désirer sur cet objet, je vais les indiquer.

Le vérificateur doit être muni de la minute du plan et des opérations trigonométriques; puis, étant sur le terrain, il se transportera sur la base AB, dont les extrémités doivent être assurées par de forts piquets.

Après avoir mesuré sa chaîne, il vérifiera la trigonométrie, s'assurera de ses calculs et de la position de ses points sur le plan.

Si la triangulation était complète, c'est-à-dire s'il s'y trouvait des points répandus sur toute la surface, et qu'elle fût reconnue exacte, l'opération d'ensemble serait bonne; il ne s'agirait plus que de vérifier les détails en traversant le terrain en différens endroits, et en arrêtant à chaque division.

Par exemple, étant sur la base AB (fig. 151), on peut la prolonger jusqu'en F et en G; mesurer sur ces lignes et arrêter à tous les chemins et aux différentes cultures.

Si l'on veut une plus ample vérification, on peut faire sur BG un angle quelconque BGH, et on mesurera GH en arrêtant aux chemins et aux différentes divisions : enfin, on pourra retourner à sa base, et faire sur AB un angle BAI; mesurer AI, et remarquer tout ce qu'on rencontrera sur cette ligne, en ayant l'attention dans toutes ces opérations, de porter la chaîne horizontalement, de toujours continuer sa mesure, et de ne point recommencer à compter chaque fois que l'on rencontre un chemin, ou que l'on distingue une nature de culture d'une autre, ou encore une division de deux propriétés.

En parcourant ces lignes, si l'on apercevait une maison A', ou tout autre objet remarquable un peu éloigné, on le déterminerait au moyen d'une base *c'd'*, et des angles à la base.

Ayant recueilli les élémens nécessaires à la vérification, le vérificateur fera sur le plan, avant de quitter les localités, les mêmes opérations qu'il a faites sur le terrain, et remarquera si les objets occupent la place qu'ils doivent avoir; il s'assurera surtout si les lignes totales sont exactes Dans les opérations du cadastre de la France on tolère *un deux-centième;* c'est-à-dire que si GF est de 200 sur le terrain, son homologue sur le plan ne peut pas être au-dessous de 199, ni au-dessus de 201. Dans les mesures partielles, la tolérance est de 1 sur 100.

Aujourd'hui que ces opérations sont beaucoup plus familières, ces tolérances pourraient bien n'être portée qu'à 1 sur 300 pour les lignes totales, et le double pour les détails; depuis plusieurs années, j'ai peu ren-

contre de plans présentant une plus grande différence dans les principales lignes de vérification.

Lorsqu'on met beaucoup de rigueur dans la vérification, il faudra encore, lorsque la ligne AI coupe une autre ligne xz, remarquer l'angle $\mathrm{A}p'z$, et voir sur le plan s'il lui est égal.

Le vérificateur doit encore mesurer plusieurs figures dans différens endroits, pour s'assurer si l'arpentage se rapporte à celui du plan; enfin, si les parties dans lequelles le vérificateur opère, se trouvent exactes, à la tolérance près, on peut conclure que le reste l'est aussi; et au contraire, on conclura à la défectuosité du plan, lorsque, certain de ces opérations, le vérificateur trouvera une différence plus forte que celle accordée.

La vérification, ce travail si important, ne doit être confiée qu'à d'habiles géomètres, dont la probité est reconnue; elle doit être faite avec beaucoup de soin et de sagacité.

Le point de départ n'est pas indifférent; on sait que, malgré bien des précautions, il est impossible de mettre sur un plan un peu étendu tous les détails à leur véritable place, surtout dans les pays fourrés et coupés : si le vérificateur partait de l'un de ces points tant soit peu mal placés, il est évident que son système serait d'autant plus éloigné de celui du plan, que la différence au point de départ était forte, et que ces opérations seraient plus longues. Il est donc nécessaire qu'il choisisse de préférence des points trigonométriques; la base, par exemple, est ordinairement accessible.

Le vérificateur peut aussi en choisir d'autres, qu'il détermine par les problèmes des nos 224 et 228, qui peuvent être d'un grand secours au géomètre pénétré de ces principes. Le problème n° 229 peut aussi lui être très utile.

La vérification d'une ville, d'un bourg et d'un gros village, peut se faire en mesurant plusieurs rues qui les traversent, ou bien en formant une chaîne de triangles dans l'intérieur.

Voilà, je crois, le meilleur moyen de faire une bonne vérification; le vérificateur pourrait encore, tant pour la sûreté de son travail que pour mettre le géomètre qui a levé le plan, à même de s'assurer de la bonté de l'ensemble de la vérification, former une figure, tant avec ses lignes géométriques qu'avec les distances trigonométriques; alors, si son assemblage se trouvait en harmonie avec le terrain, ce serait avec certitude qu'il conclurait à l'admission, ou, dans le cas contraire, au rejet du plan.

268. *Remarque.* 1°. En mesurant les lignes il arrivera souvent, dans les pays boisés surtout, qu'on rencontrera des obstacles qui empêcheront de continuer l'alignement (*). Si ce n'est qu'un arbre, on reculera à gauche ou à droite, trois jalons d'une petite mesure, ainsi qu'on l'a dit au n° 247; et si c'est une maison, un bois... etc., on prendra une ouverture d'angle et l'on suivra une autre direction; mais ici, comme le vérificateur ne passe que dans quelques endroits,

---

(*) *Voyez* la note *première*, pour la continuation d'un alignement au-delà d'un obstacle.

il n'a pas autant de moyens de rattacher ses lignes que le géomètre qui prend toutes les précautions nécessaires pour former son plan linéaire, il doit donc lorsqu'il change de direction, et qu'il veut les rattacher par des angles, ne point faire ces angles ni trop aigus ni trop obtus, afin que le rapport se fasse plus exactement.

Le vérificateur ferait bien de ne jamais faire usage du rapporteur pour ces opérations (*), qui doivent être assises sur le résultat d'un calcul rigoureux.

2°. S'il existait une plus forte différence que celle tolérée dans les mesures partielles, c'est-à-dire si un polygone gagnait aux dépens d'un autre polygone le plan ne pourrait être pour cela rejeté; mais l'arpenteur géomètre serait obligé de le rectifier en allant de nouveau sur le terrain.

3°. Le vérificateur peut calculer la surface des figures qu'il a mesurées dans différens endroits, en se servant des mesures effectives du terrain, et voir la différence qu'il trouvera avec celle qui sera donnée par le géomètre lorsqu'il aura fait les calculs du plan ; la tolérance pour les surfaces de chaque propriété particulière doit être au moins d'un soixante-quinzième lorsqu'on passe $\frac{1}{150}$ sur les lignes; je dis au moins, car pour garder cette proportion entre une surface obtenue avec les mesures du terrain et celle déduite

---

(*) A moins qu'il soit de la grandeur du graphomètre, et qu'il porte un *vernier;* on se sert avec avantage des tables des cordes pour faire un angle égal à un autre (165).

de deux opérations graphiques, comme le sont toutes celles des plans un peu étendus, il faudrait que les figures mesurées pour vérification ne fussent pas au-dessous de 3 à 4 arpens.

4°. Le mode de vérification ci-dessus exige qu'on mène des lignes dans l'intérieur de la commune, ce qui n'est pas toujours praticable, à cause des grains qui empêchent de jalonner et de mesurer; dans ce cas, on pourra opérer par prolongement; par exemple, étant sur le terrain au point c'', dans le prolongement de CB, à 30ᵐ du point d'', prolongez sur le plan le même rayon CB, jusqu'au chemin de la maison A′, et remarquez s'il y a aussi 30 mètres jusqu'au coin d'' de l'autre chemin à droite; faites la même opération dans plusieurs endroits, et de plus prolongez un mur, une avenue, une haie ... etc., d'environ deux ou trois fois leur longueur, et remarquez si le terrain est en harmonie avec le plan, ou tenez note des différences.

Placez-vous encore à quelqu'endroit, comme i, pour y mesurer les angles hiC, CiD, et voyez s'il sont égaux à ceux du plan.

Si la Trigonométrie a d'abord été reconnue bonne, et si tous les objets de détail se rencontrent bien sur le plan, on sera en droit de conclure à son exactitude.

5°. Les limites de chaque propriété particulière pouvant varier d'une année à l'autre, surtout lorsqu'elles ne sont point bornées, on ne doit pas exiger que leurs mesures se rapportent exactement, mais le total du champtier qui se laboure du même sens, étant moins susceptible de variations, on doit exiger une exactitude plus rigoureuse dans la mesure de ses dimensions.

Calculs des plans et des propriétés.

269. Lorsqu'un plan est vérifié on procède aux calculs des diverses parties qui le composent en employant l'échelle et le compas, mais ces calculs ayant besoin d'être vérifiés dans leur ensemble, on opère ainsi qu'il suit.

On commence par chercher la surface totale de ce plan, en lui circonscrivant un rectangle A″D′C′B′ (fig. 151), qu'on calcule, et duquel on retranche les parties renfermées entre les lignes de la figure circonscrite et celle du plan.

Pour cela on réduit en triangles toutes les portions extérieures, telles que *a″*, *b″*, ... etc.; on cherche avec l'échelle et le compas la superficie de chaque triangle, dont la somme ôtée de celle du rectangle, donne la surface totale du plan.

Cette opération terminée, on fait les calculs du détail : pour opérer avec ordre, on donne un numéro particulier à chaque figure fermée, qu'on calcule séparément (*); on forme un registre de ses opérations, et tout étant fini, on fait la récapitulation, à laquelle on ajoute la surface des chemins, rivières et ruisseaux, et l'on compare le résultat avec celui de masse. On trouvera nécessairement une différence qui ne devra point excéder un sur 400 si le plan ne contient pas plus de deux numéros par arpent; s'il en contenait trois la tolérance pourrait être portée au 300e; dans les opéra-

(*) Les calculs s'abrègent au moyen des tables de multiplication rédigées pour les opérations du cadastre.

tions du cadastre la tolérance est partout de $\frac{1}{300}$, c'est-à-dire que si le cahier du plan s'accorde avec celui de vérification à 1 arpent sur 300, les deux opérations sont réputées bonnes ; et au contraire, lorsque la différence excède cette tolérance, il faut en rechercher la cause. Dans tous les cas, le calculateur ne doit point négliger de vérifier tous les détails de ses calculs, parce qu'une erreur en plus pourrait compenser celle en moins, et apporter dans le calcul des surfaces des propriétés particulières des différences qu'il faut être très soigneux d'éviter.

270. *Remarque.* En réduisant les figures en triangles, il est nécessaire de s'habituer à faire de petites compensations pour éviter la multitude de traits qui influent toujours sur les différences que l'on trouve; car sur le terrain comme au cabinet, les opérations sont d'autant plus exactes qu'elles sont moins compliquées.

Il faut aussi choisir ces triangles de manière qu'on ait moins d'ouverture de compas, moins d'opérations arithmétiques, et par conséquent plus de précision; donnons un exemple sur le n° 1 (fig. 151).

Je réduis cette figure en triangles, en menant au crayon les lignes $l'a''$, $e'd''$, $d''f'$; puis me servant d'une échelle qui me donnera directement la surface (*), je prends la distance $d''f' = 8$; au point i' je prends aussi une tangente à la ligne $d''f'$; cette tangente est

(*) Le n° 167 apprend à construire cette échelle; on verra qu'il faut prendre une moyenne proportionnelle, par exemple entre dix parties de l'échelle du plan et cinq de ces mêmes

la hauteur du triangle $d''f''i'$; je la porte de d'' en o', puis du point e' je prends une autre tangente à la même ligne $d''f'$, et je la porte de o' en u', ce qui me donne $d''n'$, que mon échelle me fait connaître, par exemple de 6; je la multiplie par la base 8, et j'ai 48 pour la surface du quadrilatère $d''e'f'i'$. Je fais la même chose pour le quadrilatère $l'e'd''h'$, et la réunion de ces deux produits me donne la surface de mon polygone.

Il est évident que ce procédé est plus expéditif et plus exact en pratique que si l'on avait calculé séparément les quatre triangles renfermés dans cette figure. Quant aux tangentes ou à la hauteur de chaque triangle, elles se prennent très promptement il suffit que l'ouverture de compas touche la base sans la couper.

Lorsqu'on arrivera au n° 4, pour éviter le grand nombre de triangles qu'on serait obligé de faire en menant des lignes à tous ses angles, on fera bien de ne pas avoir égard, pour un moment, aux figures 1, 2 et 3; et de calculer ce numéro comme si ces trois derniers n'y étaient pas, sauf à les déduire du total.

Ce procédé a encore l'avantage sur celui qui consiste à calculer la figure telle qu'elle se trouve.

A mesure qu'un numéro sera calculé, on s'assurera, ainsi qu'on l'a déjà dit, de l'exactitude de ses opérations, d'abord sur le plan en vérifiant si l'on ne s'est point trompé en portant sur l'échelle la longueur des

---

parties; cette nouvelle ligne contiendra aussi dix parties de l'échelle à construire. Cette moyenne proportionnelle est encore égale à la diagonale du carré *dix* de l'échelle primitive.

bases et des hauteurs, et sur le cahier en repassant les calculs.

Lorsqu'on sera ainsi assuré de l'exactitude de chaque numéro, on les mettra par ordre et l'on s'assurera qu'il n'y en a point d'oublié, et l'addition qu'on en fera sera vérifiée avec soin.

Ce travail fini, on calculera les chemins, rivières et ruisseaux qui ne font point partie du cahier de détail, en formant des rectangles déterminés par les sinuosités. Cette nouvelle surface ajoutée à celle des numéros, doit à très peu près se rapporter à celle du cahier de vérification. J'ai déjà dit que la tolérance devait être en raison du détail du plan et que les instructions sur le cadastre tolèrent $\frac{1}{300}$ pour le parcellaire. La latitude était de $\frac{1}{500}$ pour les *plans de masse*.

Ce cahier une fois d'accord, on peut en former un tableau dans la forme de celui qui suit, après toutefois avoir pris les noms des propriétaires de tous ces numéros avec des indicateurs qui les connaissent bien, et lorsque l'exactitude en est reconnue avec les propriétaires mêmes, ou leurs fermiers. Avant de former ce tableau je ferai les remarques suivantes.

271. *Remarque.* 1°. Au lieu de la pratique indiquée ci-dessus pour le calcul des surfaces, on peut réduire chaque figure en un triangle équivalent par le procédé du n° 149, en ayant soin de prendre pour sommet le point le plus éloigné de la base que l'on choisira, afin que les intersections soient plus nettes, et alors on n'a que deux distances à porter sur l'é-

chelle, la base et la hauteur, pour avoir la surface de la figure à calculer.

La réduction en un triangle se fait assez exactement pour obtenir au moins autant de précision que par la réduction en plusieurs triangles; d'ailleurs, avec l'un des instrumens dont on a parlé (n° 134), l'opération est plus tôt achevée.

Au lieu de réduire la figure à calculer en un triangle équivalent, on peut la transformer en un quadrilatère de même surface : ce procédé a souvent de l'avantage sous le rapport de l'exactitude.

Par exemple, au lieu de réduire la figure en un triangle équivalent, je la transforme en un quadrilatère ABCD (fig. 156), qui doit avoir la même surface, parce que chaque ligne AD, CD, CB, AB, est menée de manière que les parties empruntées sont égales à celles qui font partie de la figure primitive; en effet, le côté sinueux A*b* se trouve compensé par la ligne droite AD; le point D est déterminé sur *ab* ou sur son prolongement, à la manière de la réduction des figures en un, deux, trois.... côtés de moins.

La figure étant réduite en un quadrilatère, on en calcule la surface comme on l'a dit ci-dessus.

2°. On a fait plusieurs instrumens au moyen desquels on trouve la surface d'une figure quelconque sans se servir de l'échelle et du compas. Celui qui me paraît le plus exact et peut-être le plus prompt, est une corne ou un verre d'une grandeur quelconque, sur lequel sont tracés des carrés d'une perche de côté, et des hyperboles qui indiquent la surface d'un triangle ou d'un quadrilatère. C'est, je crois, M. Laur, géomètre

du cadastre, qui, le premier, a pensé à faire usage des courbes hyperboliques pour le calcul des surfaces. Cet instrument, qui est encore peu connu, exige qu'on réduise la figure en un triangle ou quadrilatère équivalent; alors, présentant ce calculateur sur la figure ainsi réduite, on y lit la surface, qui est d'autant plus exacte, que les courbes sont plus rapprochées, plus exactement tracées, et que la corne a éprouvé moins d'altération.

Il n'est point difficile de trouver autant de points que l'on veut de ces courbes; mais il faut nécessairement un instrument fait exprès pour les tracer d'un mouvement continu.

272. *Tableau indicatif de la contenance de chaque numéro, avec le nom du propriétaire.*

Lieux dits.	Nos du plan.	Noms, Prénoms et demeures des propriétaires.	NATURE des propriétés.	Contenances des propriétés.
				Arp. Perch. m.
Les Grands-Prés.	1	Remy (Jean), marchand à Paris.	Terres.	37.20
Idem.	2	Lefèvre (Louis), notaire à Versailles.	Terres.	1.05.52
La Huchette.	3	Chartier (Nicolas), rentier à Dourdan.	Taillis.	76.24
				2.18.96

Du lavis des Plans.

273. Lorsqu'un plan est mis au trait, on donne à chaque objet qu'il représente la couleur qui lui convient. Parmi les couleurs qu'on emploie, les principales sont l'*encre de la Chine*, le *carmin*, la *gomme gutte*, le *vert d'eau* et le *bleu de Prusse* (*). Avec le mélange de ces premières couleurs, on peut faire toutes celles que l'on voudra, en observant de mélanger ensemble des couleurs fortes, afin de mettre plus aisément la teinte au degré convenable, en y mettant de l'eau.

On représente les édifices par leur assiette seulement, sans élévation : si la couverture est en ardoise, on la lave avec de l'indigo pâle, et si elle est de tuile, on se sert de carmin dans lequel on met très-peu d'encre de la Chine.

Pour représenter les bois, on commence par mettre intérieurement le long des lisières, une teinte d'encre de la Chine adoucie à mesure en allant vers le centre du bois ; puis on lui donne un fond d'un vert léger, fait avec de la gomme gutte et un peu de vert d'eau, et quand cette teinte est sèche, on dessine les arbres à la plume avec de l'encre de la Chine, et on les ombre avec le pinceau chargé d'encre de la Chine pâle, sur laquelle on revient à mesure qu'elle sèche.

Les terres labourables se lavent ordinairement avec une teinte plate verte, rousse ou rouge très-légère ;

(*) Le carmin et le bleu de Prusse, quand ils sont employés seuls, doivent être gommés avec de la gomme arabique.

et quand cette teinte est sèche, on trace les sillons de chaque pièce avec de la gomme gutte et un peu d'encre de la Chine.

On représente les vignes en mettant une teinte plate, couleur de chair peu foncée, qui se fait avec le carmin et la gomme gutte; puis, quand cette teinte est sèche, on fait les échalas avec de l'encre de la Chine, par un petit trait sur lequel on dessine une espèce d'S.

On exprime les prés d'un vert léger, fait avec de la couleur d'eau et de la gomme gutte, en observant de mettre la teinte plus forte sur les rives qui bordent les rivières, ruisseaux, etc., et on adoucit en allant vers le milieu.

Quand la couleur est sèche, on fait par-dessus, avec de l'encre de la Chine pâle, quantité de petits points variés, parmi lesquels on représente quelques petites touffes d'herbes, les unes s'épanouissant, et les autres formant la pomme.

Les rivières et les ruisseaux se lavent avec du bleu de Prusse très-léger, sur lequel on passe, à mesure qu'il sèche, des traits en sillonnant avec la pointe du pinceau, jusqu'au milieu de la rivière, en observant de commencer du côté de l'ombre; et pour connaître de quel côté l'eau coule, on est convenu d'y dessiner une flèche, dont le *dard* indique le courant de l'eau.

On exprime les ravins avec une couleur composée d'encre de la Chine et de carmin; on la pose aux extrémités supérieures, et on l'adoucit vers le fond du ravin. Enfin, on fait de part et d'autre des côtés du ravin, des petites hachures de différentes grandeurs.

Quand il s'agit d'exprimer les dépendances d'une maison de campagne, il faut dessiner le *parterre*, le *potager*, le *parc*, les *bosquets*, etc., et appliquer les couleurs convenables à chaque objet.

Je n'insisterai pas davantage sur la manière d'exprimer toutes ces choses, parce que la pratique et surtout un bon maître en apprendront plus que tout ce qu'on pourrait dire à cet égard. Ceux qui voudront se livrer à la pratique du lavis des plans, pourront consulter les traités que nous avons sur cette partie : au surplus, *voyez* le tableau qui est à la fin de ce volume; il fait connaître les teintes conventionnelles indiquées par M. Chrestien, ingénieur en chef aux relations extérieures.

Des Procès-verbaux.

274. Un procès-verbal est un récit de faits. Les anciennes ordonnances et la raison veulent que pour prévenir les erreurs de la mémoire, ce procès-verbal soit rédigé sur les lieux et à l'instant même de l'opération.

Nous nous dispenserons de donner ici les différentes formules usitées pour les procès-verbaux, parce que ces formules se trouvent partout, et qu'il est impossible de les adapter à toutes les circonstances; de plus, nous pensons que, d'après la jurisprudence actuelle, quelle que soit la forme et la rédaction d'un procès-verbal, il sera toujours valable, si tous les faits y sont énoncés d'une manière claire et concise, si sur-tout les calculs numériques y sont bien exprimés et mis à la portée des

TABLEAU DES TEINTES ADOPTÉES POUR LES PLANS-MINUTES.

NOMS		COMPOSITION DES TEINTES (*a*).
DES NATURES.	DES COULEURS.	
Terres labourées pour les pays entièrement cultivés.	Reste en blanc sur la minute (1).	
Terres labourées dans les pays de montagnes	Brun terre-d'ombre, ou terre de Sienne non calcinée.	Trois parties de gomme-gutte (pure, et de même des autres couleurs), une partie de carmin, un quart de partie d'encre de la Chine, et huit parties d'eau (aussi pure), pour porter la teinte au ton du tableau; ou carmin, gomme-gutte et un peu d'encre de la Chine (2).
Vignes.	Brun rouge ou approchant, terre de Sienne calcinée.	Une partie de gomme-gutte, une de carmin, un quart de partie d'encre de la Chine, et huit à dix d'eau; ou un peu d'encre de la Chine, de carmin, de sepia et d'indigo (3).
Prairies.	Vert-d'herbe.	Gomme-gutte, trois parties; bleu d'indigo, une partie, et huit à dix d'eau; ou indigo et gomme gutte, en faisant dominer le bleu.
Vergers.	Vert-d'herbe léger, ou terre-d'ombre.	Même vert que celui des prairies, réduit à moitié de son ton, ou une partie de vert ci-dessus, et cinq à six parties d'eau. La teinte *terre-d'ombre* est la même que celle pour les terres labourées dans les montagnes : ou bien encore, un vert moins jaune que celui des bois, et moins vert que celui des prés (4).
Friches.	Panachée, vert-pistache et aurore legère.	Même vert que celui des fonds de vergers, auquel on ajoutera un peu de gomme gutte, pour lui donner la couleur pistache. L'aurore légère est composée d'une partie de gomme-gutte, trois huitièmes de carmin, et dix à douze d'eau : ces deux couleurs doivent être employées avec deux pinceaux.
Forêts et bois.	Jaune-jonquille.	Une partie de gomme-gutte et sept à huit d'eau; ou bien, indigo et gomme-gutte, en faisant dominer cette dernière couleur.
Broussailles. (**)	Panachée, jaune-paille et vert leger.	Le *jaune-paille*. Une partie de gomme-gutte et quatorze à seize d'eau. Le vert léger est le même que celui des fonds de vergers, auquel on ajoutera un peu de bleu. Ces deux couleurs sont employées avec deux pinceaux.
		(*a*) Dans la composition des teintes, on a employé pour base ou mesure, la quantité de couleur que contient un pinceau plein; cette quantité se nomme *partie*.

NOMS		COMPOSITION DES TEINTES.
DES NATURES.	DES COULEURS.	
Bruyères.	Panachée, vert et rose.	Pour la teinte rose, une partie de carmin et douze d'eau. La verte est la même que celle des fonds de vergers, à laquelle on ajoutera un peu de bleu. Ces couleurs s'emploient avec deux pinceaux. Les bruyères humides se font de même, seulement on passe sur la première teinte une legère eau bleue.
Landes.	Vert-olive et aurore pale.	Teinte vert-olive. Une partie de gomme-gutte, demi-partie d'indigo, demi-partie de la teinte rose ci-dessus, et huit parties d'eau. L'aurore pâle, de même que celle pour les friches. Ou vert terne, composé d'indigo, gomme-gutte et encre de la Chine, en laissant çà et là des parties blanches que l'on remplit avec de la teinte de sable et de l'indigo (5).
Sables.	Aurore.	Deux parties de gomme-gutte, trois quarts de carmin et seize parties d'eau (6).
Vase.	Boue.	Une partie de gomme-gutte, un tiers d'encre de la Chine, un peu de carmin et de bleu (à la pointe du pinceau seulement) et vingt à vingt-quatre parties d'eau : ou encre de la Chine, un peu de carmin et de sépia.
Terres humides.	Panachée horizontalement, vert et bleu.	Même vert que celui des prairies; et pour le bleu, une partie d'indigo et huit à dix d'eau. Ou bien, teinte de terre sur laquelle on revient à pinceau sec, avec du bleu faible, pour indiquer les parties humides.
Marais.	Vert-d'herbe et bleu léger.	Même vert que ci-dessus; le bleu léger, une partie d'indigo, et dix-huit à vingt parties d'eau (7).
Étangs.	Bleu léger.	Comme ci-dessus, une partie d'indigo et dix-huit à vingt parties d'eau : ou indigo et très peu d'encre de la Chine (8).
Rivières, fleuves et lacs.	*Idem*.	*Idem*, ou indigo pur (9).
Mers.	Vert-d'eau léger.	Une partie d'indigo, demi-partie de gomme-gutte, et vingt à vingt-quatre parties d'eau : ou indigo mêlé avec un peu de gomme-gutte (10).
		Nota. Toutes les parties de couleurs indiquées ci-dessus ne sont qu'approximatives, et seulement pour aider les personnes qui n'auraient pas l'usage de ces couleurs, et l'on répète ici que la pratique et le goût apprennent en peu de temps à composer ces teintes.

(1) L'objet des teintes conventionnelles étant d'abréger le travail des plans-minutes sur le terrain, en indiquant par leur simple application les différentes productions et cultures qui s'y rencontrent, on est convenu de laisser en blanc tout ce qui est labouré dans les pays entièrement cultivés, et d'indiquer par de petits parallélogrammes ponctués les pièces de terre ou champs d'une grandeur conforme à l'échelle du plan : on marquera aussi les arbres fruitiers qui s'y trouvent parsemés. (Si l'on veut mettre les teintes plates, comme on le fait sur le dessin, on mettra une couleur composée d'un mélange léger de carmin ou de gomme-gutte et d'indigo.)

(2) Dans les pays de montagnes, tels que les Pyrenées, les Alpes, etc., toutes les parties de terrain sur lesquelles il ne se rencontrera pas de productions ou cultures designées par les teintes, resteront en blanc, et comme les terres labourées ne s'y trouvent qu'en très petites masses, ou ne font que de petits champs enclos de haies ou de murs, on est convenu de les représenter par la teinte indiquée à cet article.

(3) Quoique cette teinte soit beaucoup plus rouge que la précédente, il pourrait arriver qu'on ne les distinguât pas dans les montagnes où ces deux teintes se trouvent appliquées l'une contre l'autre sans séparation marquante, et en très petites superficies. Pour obvier à cet inconvenient, on croit qu'il serait nécessaire de couvrir la teinte des vignes de petits échalas noirs, ce qui devient inutile dans les pays entièrement cultivés, où les terres labourées restent en blanc, et où les autres teintes qui pourraient toucher ou avoisiner celles des vignes sont tout-à-fait différentes.

(4) Dans quelques pays, et surtout dans celui des montagnes, comme par exemple dans les Basses-Pyrénées, au pays Basque, beaucoup de vergers sont labourés; alors on mettra sur le fond de ceux-ci une couleur *terre-d'ombre*, servant à indiquer les terres labourées dans les montagnes; mais pour ceux qui se trouveraient aussi labourés dans les pays entièrement cultivés, leur fond restera en blanc sur la minute.

(5) La teinte aurore sert à indiquer les flasques de sable qui se rencontrent dans les Landes, telles qu'on en voit dans celles de Bordeaux : ces flasques sont d'eau pendant l'hiver.

(6) Cette teinte étant devenue sèche et dans toute sa force, on la délayera avec 4 à 5 parties d'eau, et l'on s'en servira pour renforcer les bords des bancs de sable, et pour pointiller et piquer les sables. Les dunes doivent être moins brillantes.

(7) Les flasques d'eau, après la teinte plate, seront ondulées horizontalement avec du bleu, décrit pour les terres humides.

(8) Après avoir mis la teinte plate, bleu léger, dans les étangs, les fleuves et les lacs, on renforcera les bords du côté de l'ombre avec une teinte bleue (d'une partie d'indigo et 8 parties d'eau), qu'on appliquera le long du bord, d'une longueur convenable à l'étendue de l'objet, et qu'on adoucira vers son milieu. On fera la même chose le long des bords du côté du jour, avec une teinte à peu près moitié plus faible, plus étroite, et également adoucie vers le milieu. Les étangs seront ondulés horizontalement, plus fort du côté de l'ombre, et légèrement du côté du jour.

(9) Les fleuves, les rivières et les lacs, seront filés avec du bleu (d'une partie d'indigo et 8 parties d'eau), le long et parallèlement à leurs bords, en diminuant de force les filets, et en les écartant davantage, à mesure qu'on s'éloignera du bord vers le milieu, pour le côté de l'ombre, et celui du jour sera filé de même avec de la teinte plus légère.

(10) Après la teinte plate, on renforcera les bords le long de la côte, par une même teinte plus forte (une partie d'indigo, demie de gomme-gutte et 8 à 10 d'eau), et d'une longueur d'environ un centimètre, en observant de ne pas l'appliquer tout-à-fait près du bord, mais à distance d'un millimètre, et l'on adoucira vers le large; ensuite, pour imiter les vagues, on fera, avec cette même teinte, des sillons courts, tremblés, un peu courbes, et cependant parallèles à la côte, en les diminuant de force et en les écartant davantage à mesure qu'on s'éloignera de la côte vers le large.

(*) *Pâturages*. Le fond est fait avec deux sortes de teintes vertes; la première est celle du fond des prés, et l'autre tire sur le jaune; en s'unissant ensemble, ces deux couleurs forment un fond marbré.

(**) *Châtaigneraies*. Jaune et vert légers, employés avec deux pinceaux, comme toutes les couleurs qui doivent s'unir.

TABLEAU D......

Où l'on voit la situation des Cantons, le lieu et la nature des biens, leurs dimensions, leur étendue, leurs Propriétaires, tenans, charges, etc.

CANTON de..... situé entre les limites de la Commune de.... et le chemin de.....

SITUATION, TENANS, DIMENSIONS ET PROPRIÉTAIRES DES BIENS.						NATURE ET SUPERFICIE DE CHAQUE POSSESSION.										CHARGES.			ÉVALUATION.
RENVOIS.	PROPRIÉT.	DIMENSION et situation des côtés.			TENANS.	Terres.	Prés.	Vignes.	BOIS		Saussaies et Aulnaies.	Biens Communaux.	Marais.	Bruyères.	Étangs.	RENTES.		Imposit.	
		Nombre.	Long.	Situat.					Taillis.	Hautes Futaies.						Perpét.	Viagères.		
E.	Jean-Franc. Laurendeau.	3.	56 « 27,2 36,8	Nord. Orient. Midi.	Nic. Dizié. hér. Bailly. Chem. de...	arp. p^{es} 6.34	«	«	«	«	«	«	«	«	«	«	12^f	25^f	«
					TOTAL...														

Où l'on voit la situation des Cantons, aires,

CANTON de.....

SITUATION, TENANS, DIMENSIONS ET PROPRIÉTAIRES DES BIENS.								ÉVALUATION.
RENVOIS.	PROPRIÉT.	DIMENSION et situation des côtés.			TENANS.			
		Nombre.	Long.	Situat.				
E.	Jean-Franç. Laurendeau.	3.	56 « 27,2 36,8	Nord. Orient. Midi.	Nic. Dizié. hér. Bailly. Chem. de...	ar		«
					TOTAL...			

personnes mêmes qui n'ont pas la connaissance des principes géométriques; enfin nous présumons qu'avant de se livrer à l'étude de l'Arpentage, on s'est mis en état de dresser un procès-verbal.

De l'utilité des plans géométriques.

275. Après avoir formé le plan géométrique d'une commune, il est nécessaire de dresser un registre présentant tout ce qui peut intéresser les habitans. On pourrait compléter celui du n° 272, en y ajoutant les tenans, dimensions, l'évaluation et charges de chaque propriété; alors on pourrait répartir avec équité les contributions, charges locales et autres frais qui surviennent. Enfin, s'il contenait encore la longueur des côtés de chaque propriété, on terminerait à très peu de frais les différens qui naissent au sujet des limites entre voisins, et l'on préviendrait par-là beaucoup de procès qui ruinent souvent les cultivateurs.

Je joins ici le modèle de ce registre, dans lequel on voit que la pièce cotée e' appartient à Jean-François Laurendeau; qu'elle a trois côtés, savoir, un vers le nord, de 56 perches, un autre vers l'orient, de 27,2, et le troisième au midi, de 46,8; que le premier côté tient à Nicolas Dizié, le second aux héritiers Bailly, et le troisième au chemin de....; enfin, que cette propriété contient 6 arpens 34 perches; qu'elle est chargée de 12 francs de rente viagère, et qu'elle paie 25 francs d'impositions.

En faisant la même chose pour chacune des autres figures, on verra combien ce canton contient d'arpens de chaque nature, etc.

Enfin on peut ménager sur ce tableau une colonne assez grande pour y inscrire les mutations qui pourront arriver à chaque article. On pourrait encore, pour compléter ce terrier, mettre les angles que forment entre eux les côtés de chaque figure. Un tel registre serait sans doute très volumineux, mais aussi son utilité serait inappréciable.

Conservation des Plans.

276. Il ne suffit point d'inscrire les mutations sur un registre, on doit les opérer sur les plans. L'opération sera plus facile à suivre, parce qu'elle pourra se renouveler d'après le terrain même que l'on aura toujours devant les yeux, et le propriétaire sera, dans tous les temps, à même de reconnaître avec plus de facilité si toutes ses propriétés sont bien portées au registre. Il est donc nécessaire de faire sur les plans les mutations qui arrivent sur le terrain, par l'effet des réunions, divisions, etc.

Lorsqu'on fait le plan d'une commune, on la divise ordinairement en plusieurs parties ou sections, et chaque section du plan a sa série de numéros, qui commence par le n° 1.

Pour mettre plus d'ordre, de facilité et d'économie dans la conservation des plans, on pourrait subdiviser chaque section en grands polygones limités par des tenans fixes; distinguer chacun de ces polygones par une lettre majuscule de notre alphabet, et leur donner un ordre particulier de numéros, c'est-à-dire que le numérotage de chacun de ces grands périmètres commencerait par le n° 1.

La minute du plan étant construite, on en ferait une copie bien exacte, en forme d'atlas, et ce serait sur cette copie que les additions, soustractions et divisions se feraient. La minute resterait pour type de la première opération.

Pour opérer sur les plans tous les changemens qui se font journellement sur le terrain, on conçoit qu'il est nécessaire que la minute du plan soit construite à une échelle qui ne présente pas de parcelles trop petites. Cette précaution est même nécessaire, à cause des calculs qui servent de base au premier travail. L'échelle de 1 à 2500 peut être généralement employée.

Les anciens seigneurs avaient tellement senti la nécessité de conserver les plans, qu'ils chargeaient un arpenteur de suivre sur leurs plans terriers toutes les mutations; ceux qui, dans des temps plus reculés, n'avaient pas pris cette précaution, et faisaient faire les changemens sur des registres, d'après les déclarations des particuliers, ont fini par ne plus s'y reconnaître; il ne faut pour cela que 15 à 20 ans; l'on détruit ainsi un beau travail, qui existerait toujours s'il était bien suivi.

Le mode de conservation peut être très-simple: en surveiller l'exécution; faire les plans nécessités par les mutations; comparer ces plans partiels avec le plan général, sur lequel on ferait les opérations nécessaires, après avoir reconnu l'exactitude du travail; tenir note de ces changemens, c'est-à-dire avoir pour chaque polygone sectionnaire une feuille indicative des mutations, qui ferait connaître les numéros et l'année du changement de parcelles. (On aurait soin d'ailleurs de

laisser un peu d'espace entre les lignes, pour avoir la facilité de diviser encore les premières divisions, où cela deviendrait nécessaire par la suite.)

Enfin, un registre correspondant à cette feuille et donnant les détails des mutations, de manière qu'au premier coup-d'œil, et à chaque instant, on puisse reconnaître le mouvement des propriétés. Tel est à peu près ce qu'il faut faire pour suivre les mutations et reconnaître toujours le terrain à l'inspection du plan.

Au lieu de construire sur le plan-minute toutes les mutations opérées par divisions, réunions, etc., on pourrait faire des plans particuliers des numéros qui ont subi des changemens; mais les terriers que j'ai vu suivre de cette manière apportaient souvent de la confusion, par le grand nombre de plans particuliers qu'il fallait consulter pour suivre la marche des opérations. Aussi les commissaires à terrier les plus distingués faisaient-ils, sur le plan même, tous les changemens survenus sur le terrain.

Alors il peut arriver qu'après 15 ou 20 ans il ne soit plus possible de suivre les mutations sur le plan, à cause des petites divisions qui peuvent s'y trouver. Dans ce cas, on fait une copie exacte de la minute du plan, avec tous les changemens opérés depuis sa confection, et un nouveau numérotage pour chaque polygone sectionnaire qui a subi des mutations.

Le registre sur lequel se trouvent toutes les propriétés des particuliers, comme, par exemple, la matrice du rôle, si ce travail est destiné à la répartition de l'impôt, serait également copié, en tout ou en partie, selon que les mutations l'exigeraient.

FEUILLE INDICATIVE DES MUTATIONS DU POLYGONE.

COMMUNE de (A) Section pour 15 années.

Nos.	1812.	1813.	1814.	1815.	1816.	1817.	1818.	1819.	1820.	1821.	1822.	1823.	1824.	1825.	1826.
													d. . .	. . .	. . .
				a . . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	*e*. . .	. . .	. . .
5. . .	. . .	. . .	. . .	*b*. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
				c. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	*f*. . .	. . .
														g. . .	. . .
						a. . .	. . .	. . .	. . .	*a* + *c*	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
2. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .										
						b. . .	. . .	. . .	. . .	*b* — *c*	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
9. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	9 + *a*	. . .	. . .	. . .	. . .	vendu.	. . .	. . .
													a. . .		
10. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	10 — *a*	. . .	. . .	. . .	. . .		. . .	vendu.
													b. . .		
4. . . } 7. . . }	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	échangé	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
															c. . .
												a. . .	. . .	. . .	*d*. . .
															e. . .
6. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	vendu.	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .				
															f. . .
												b. . .	. . .	. . .	
															g. . .
											a. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
1. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	vendu.	. . .	. . .	. . .					
											b. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
15. . . } 16. . . }	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	réunis.	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

Nota. Si une des parcelles du n° 5, par exemple, avait subi des changemens, la même année 1815, il suffirait de mettre un astérisque à la lettre du n° changé; si c'est la lettre *a*, on mettra *a*° pour indiquer le renvoi dans la même colonne. On mettra donc au-dessous de la parcelle *c* le changement opéré sur la parcelle *a*. Supposons une division en deux parties, on l'indiquera ainsi : *a*° {*d*, *e*}, ce qui fait voir qu'il est nécessaire de laisser un peu de blanc entre chaque numéro.

Enfin, ce nouveau travail serait regardé comme une nouvelle minute, tant pour le plan que pour le registre-matrice, et on opérerait sur ce nouveau plan parcellaire, comme on a fait sur le premier, et ainsi de suite.

Pour connaître les changemens, on peut attendre la déclaration des propriétaires; mais si l'on voulait prévenir l'insouciance, on pourrait déposer chez le percepteur des contributions un extrait du registre-matrice de chaque commune de son arrondissement. Cet extrait contiendrait le numéro du plan, le nom du propriétaire, celui de la parcelle, sa contenance, sa nature et son évaluation. En faisant sa perception, il aurait l'attention de demander aux propriétaires, fermiers ou représentans, s'ils n'ont point fait de ventes, d'échanges, partages, etc. Dans le cas de l'affirmative, il inscrirait sur son registre les numéros qui ont subi les changemens, en indiquant la nature des mutations; et à la fin de chaque année, un arpenteur muni de ces notes irait sur le terrain prendre les mesures nécessaires pour opérer les changemens sur le plan.

On a mis ci-après la feuille indicative des mutations, et le registre correspondant qu'on pourrait établir. Ils me paraissent ordonnés de manière à pouvoir suivre les changemens avec clarté et facilité.

Sur cette feuille on voit que le n° 5 a été divisé en trois parties *a*, *b*, *c*, en 1815; qu'en 1824 on a encore divisé en deux la portion *a*, et qu'en 1825 c'est la partie *c* qui a été aussi partagée en deux.

On voit également que le n° 2 se trouve divisé en deux portions *a* et *b*, en 1817, et qu'en 1821 le pro-

priétaire du n° *a* est devenu acquéreur dans le n° *b*, d'une portion *c*.

En 1819, le n° 9 a acquis, dans le n° 10, une portion *a*; en 1824 cette propriété est vendue, et cette même année le reste du n° 10 se trouve divisé en deux parties.

Enfin, en 1826, ces deux portions sont vendues à un seul propriétaire.

On voit aussi que les n°s 15 et 16 ont été réunis en 1818... etc.

Sur le registre de détails sont développés tous les changemens qui se trouvent sur la feuille indicative.

Par exemple, on y voit le n° 5 partagé, le 15 juin 1815, en trois parties égales, avec les noms des nouveaux propriétaires; que le n° 6 a été vendu, le 10 octobre 1816, à Jean Le Breton, laboureur à.....; que le n° 9, ayant acquis une portion *a* du n° 10, est maintenant de 78^{m},60, au lieu de 58^{m},60, que le n° 10 n'est plus que de 67^{m},54, au lieu de 87^{m},54; enfin, que l'évaluation du n° 9 est actuellement de 31 fr., et celle du n° 10 de 27 fr.... etc.

COMMUNE

de

Section

REGISTRE DES MUTATIONS DU POLYGONE (A).

Nos.	Natures.	Contenances.	Évaluations.	NOMS des propriétaires.	MUTATIONS. DATES des changemens.	Nos.	Natures.	Contenances.	Évalu.	NOMS des nouveaux propriétaires.
		A. P. M.	F. C.					A. P. M.	F. C.	
5	Te	1 15 20	60 »	Le Normand (J.-Fr.), laboureur à	15 juin 1815	5 {a b c	Terre. *Idem.* *Idem.*	38 40 38 40 38 40	20 20 20	Le Normand (Jean-Baptiste). Le Normand (Jacques). Le Maintier (Nicolas).
6	Pre.	39 50	24 »	Grandin (Ives), notaire à	10 octobre 1816.	6	Pre.	39 50	24	Le Breton (Jean), laboureur à
2	Terre.	1 50 60	78 32	Fournier (Alexis), laboureur à	7 août 1817.	2 {a b	Terre. *Idem.*	37 65 1 12 95	18 83 59 49	Fournier (Joseph), tisserand à Fournier (Michel), maréchal à
1 15 16	Pâture. Pré. *Idem.*	87 75 54 32 83 24	25 » 20 » 30 »	Laurendeau (Gilles), avoue à Mouton (Louis), laboureur à *Idem.*	2 mars 1818. » »	1 15 16 }	Pâture. Pré.	87 75 1 37 56	25 50	Bricongne (François), laboureur à Mouton (Louis), laboureur à
9 10	Bois taill. *Idem.*	58 60 87 54	23 » 35 »	Warin (Philippe, aubergiste à Derieux (Adrien), cordonnier à	20 novembre 1819. *Idem.*	9+a 10—a	Bois taill. *Idem.*	78 60 67 54	31 27	Warin (Philippe), aubergiste à Derieux (Adrien) cordonnier à
4 7	Terre. *Idem.*	50 30 48 80		Lecointre (François), laboureur à Beaupré (Nicolas), laboureur à	30 mai 1820. *Idem.*	4 7	Terre. *Idem.*	50 30 48 80		Beaupré (Nicolas), laboureur à Le Cointre (François), laboureur à
2^a 2^b	Terre. *Idem.*	37 65 1 12 95		(*) Fournier (Joseph), tisserand à Fournier (Michel), maréchal à	8 juin 1821. *Idem.*	2^{a+c} 2^{b-c}	Terre. *Idem.*	87 65 62 95		Fournier (Joseph), tisserand à Fournier (Michel), maréchal à
1	Pâture.	87 75		Bricongne (François), laboureur à	10 avril 1822.	1 {a b	Pré. Pâture.	40 » 47 75		Bricongne (François), laboureur à
6	Pré.	39 50		Le Breton (Jean), laboureur à	18 mai 1823.	6 {a b	Pré. *Idem.*	19 75 19 75		Le Breton (Louis), laboureur à Lefeuvre (François), laboureur à
5^a 9+a 10—a	Terre. Taillis. *Idem*	38 40 78 60 67 54		Le Normand (J.-B.).......... Warin (Philippe), aubergiste à Derieux (Adrien), cordonnier à	1er décembr. 1821. 5 *idem.* 15 dudit.	5^a {d e 9+a 10—a {a b	Terre. *Idem.* Taillis. *Idem.* *Idem.*	16 13 32 27 78 60 38 77 38 77		La Croix (Louis), maçon à Le Berger (Vincent), journalier à Monnier (Sulpice), charretier à Derieux (Vincent), cordonnier à Langlois (Simon), journalier à
5^c	Terre.	38 40		Le Maintier (Nicolas).	12 novembre 1825.	5^c {f g	Terre. Chenev.	19 20 19 20		Le Maintier (Jacques). Corvesso (Jean-Louis).
10—a {a b	Taillis. *Idem.*	38 77 38 77		Derieux (Vincent), cordonnier à Langlais (Simon), journalier à	30 septembre 1826.	10—c {a b	Taillis. *Idem.*	67 54		Derieux (Vincent), cordonnier à
6^a	Pré.	19 75		Le Breton (Louis), laboureur à	3 octobre 1826.	6^a {c d e	Pré. *Idem.* *Idem.*	6 58 6 59 6 58		Louise (Françoise). Le Breton (Michel). Olivier (Jean-Marie).
6^b	*Idem.*	19 75		Lefeuvre (François), laboureur à	18 dudit.	6^b {f g	*Idem.* *Idem.*	6 13 75		Lefeuvre (Jean-Stanislas). Odisson (Marie) veuve de

(*) On pourrait se dispenser des quatre premières colonnes, en indiquant la date du dernier changement pour faciliter les recherches.

CHAPITRE XI,

Contenant un Résumé des opérations du Cadastre, extrait de notre Arpentage parcellaire.

277. Les nombreuses réclamations qui furent faites sur l'inégalité de la répartition de la contribution foncière, firent décréter la confection d'un cadastre général que les circonstances n'ont pas permis d'exécuter; cependant les départemens, les communes et les propriétaires, présentèrent de nouveau des pétitions et des projets sur le même objet, et l'on proposa, en 1802, comme moyen de perfectionner la répartition de l'impôt foncier, de faire l'arpentage de dix-huit cents communes disséminées dans chaque département. Ce moyen suffisait peut-être pour répartir les communes entre elles; mais l'inégalité de répartition entre les contribuables existait toujours; on a cherché à la faire disparaître en faisant faire des évaluations parcellaires.

Ce nouveau moyen aurait présenté de l'avantage sur le premier, si tous les propriétaires eussent fait la déclaration de leurs propriétés et de leurs contenances. Mais ces déclarations, presque partout négligées, étaient souvent infidèles; de sorte qu'à défaut de renseignemens de la part des propriétaires ou fermiers, l'expert chargé de l'évaluation était obligé d'y suppléer. Il n'avait, pour le guider dans l'estime qu'il

faisait des contenances, qu'un indicateur et l'habitude qu'il pouvait acquérir; aussi, rarement les contenances déclarées ou évaluées s'accordaient-elles avec la contenance totale du numéro du plan; et de là naissaient nécessairement des irrégularités dans la confection des matrices cadastrales.

Pour remédier à ces inconvéniens, *l'Arpentage parcellaire était nécessaire.* C'est en effet le seul moyen de donner à la répartition tout le degré de perfection qu'il est possible d'obtenir.

Le ministre des finances en adopta les bases dans une instruction du 1er décembre 1807, laquelle fut suivie d'une autre sur la partie d'art, qui parut le 20 avril 1808.

Ce grand travail fut commencé sur ces bases, et continué jusqu'au mois de janvier 1821, époque à laquelle il fut suspendu; mais, le 31 juillet suivant, il fut ordonné par la loi des finances, qu'à partir du 1er janvier 1822,

« Les opérations cadastrales destinées à rectifier la » répartition individuelle, seraient circonscrites dans » chaque département, et que les conseils généraux » pourraient voter annuellement, pour cet objet, des » impositions dont le montant ne pourrait excéder *trois* » *centimes* du principal de la contribution foncière. »

« Enfin, qu'indépendamment des centimes votés » par les conseils généraux, il serait fait annuellement » un fonds commun destiné à être distribué aux départemens, en proportion des fonds que les conseils » généraux auraient votés, et à venir aux secours de » ceux qui ne trouveraient pas dans leurs ressources

» particulières les moyens de subvenir à toutes les » dépenses que ces travaux exigent. »

A cette loi a succédé l'ordonnance du Roi, du 3 octobre 1821, qui règle le mode qui sera suivi dans l'exécution du parcellaire; et à la suite de cette ordonnance royale, qui fixe les principales bases des opérations cadastrales, se trouve le règlement général de son excellence le ministre des finances, en date du 10 octobre 1821, pour leur exécution.

D'après ce règlement, les plans se font dans les formes suivies jusqu'à ce jour, c'est-à-dire d'après les anciennes instructions qui se trouvent rassemblées dans le *Recueil méthodique* des lois, décrets, règlemens et décisions sur le cadastre de la France, approuvé par le ministre des finances en 1811.

La nouvelle instruction n'apporte de changemens à la partie d'art que dans la communication des bulletins et dans les atlas, en ce qu'elle supprime la copie qui restait déposée à la direction des contributions (*).

Ainsi, dans l'ancienne comme dans la nouvelle instruction, la partie d'art ou de l'arpentage se compose :

De la délimitation et de la division de la commune en sections;

De la triangulation de la commune;

Du levé du plan parcellaire;

De la vérification du plan sur le terrain, et du procès-verbal de cette vérification;

(*) Plusieurs conseils généraux de département ont demandé la conservation de cette copie.

Du premier et du deuxième cahier de calculs des contenances;

Des indications sur le terrain, et de la mise au net des tableaux indicatifs;

Des calques du plan pour servir à l'expertise;

De la confection des bulletins, et de leur communication aux propriétaires..., etc.;

Enfin, d'un atlas relié pour la commune, et de deux tableaux d'assemblage.

La partie d'art, ou l'arpentage parcellaire, est confiée, dans chaque département, à un géomètre en chef, nommé par le préfet.

L'indemnité du géomètre en chef est réglée par un traité passé entre ce dernier et le préfet; il en est rendu compte au ministre.

Le géomètre en chef a le choix de ses collaborateurs, qu'il paie sur sa rétribution, et dont il est responsable; mais ils ne peuvent être employés dans les communes qu'après avoir été agréés par le préfet, et lorsque ce magistrat leur a délivré une commission qui les y autorise.

Le géomètre en chef fait aussi connaître au préfet l'indemnité qu'il accorde à ses collaborateurs.

Un géomètre ne peut être chargé de l'arpentage de plusieurs communes à la fois, à moins qu'elles soient contiguës, et qu'il y soit autorisé par l'approbation de l'état de distribution que le préfet arrête chaque année.

Tout géomètre commissionné doit exercer ses fonctions par lui-même; cependant il peut s'adjoindre jusqu'à deux auxiliaires, avec l'agrément du géomètre en

chef, qui doit examiner si la rétribution que le géomètre-arpenteur leur accorde, est bien en proportion avec le travail dont ils sont chargés.

Chaque année le préfet arrête l'état des communes à arpenter l'année suivante, et le met sous les yeux du conseil général avec le tableau des dépenses. Cet état est présenté au préfet par le directeur des contributions, qui doit se concerter avec le géomètre en chef, pour la désignation de ces communes.

L'ouverture des travaux de l'arpentage est ensuite annoncée par un avis que le préfet fait afficher dans les communes à arpenter et dans les communes voisines; il adresse en même temps une lettre spéciale, par laquelle il leur annonce que le géomètre en chef, ou quelqu'un désigné par lui et agréé par le préfet, se rendra incessamment sur les lieux pour procéder à la reconnaissance des limites de la commune; il les invite à assister à cette démarcation et à seconder le géomètre dans ses opérations.

Délimitation.

278. Si le géomètre en chef ne fait point la délimitation personnellement, à cause que la grande activité des travaux de l'arpentage ne lui permet pas de s'occuper de cet objet, sans nuire à la surveillance qu'il doit avoir pour toutes les parties de son service, il proposera au préfet de confier cette opération à un seul géomètre; il indiquera en même temps à ce magistrat, la rétribution qu'il croit convenable d'accorder au géomètre-délimitateur.

Lorsque le préfet a approuvé le choix et l'indemnité du délimitateur, celui-ci prévient le maire de l'une des communes désignées, qu'il se rendra *tel* jour auprès de lui pour reconnaître les limites de sa commune, et l'engage à en donner connaissance aux maires des communes limitrophes, qui sont déjà prévenus par le préfet que cette opération doit avoir lieu.

Le géomètre-délimitateur étant sur les lieux, prévient successivement les maires des autres communes à délimiter.

Le délimitateur parcourra avec les maires et indicateurs nommés par ces derniers, toute la circonscription de la commune; il en forme, à mesure qu'il avance, un plan visuel sur lequel il met les noms des propriétés et des propriétaires adjacens de part et d'autre à la ligne périmétrale; indique les noms des chemins, rivières, ruisseaux, et en général il prend les notes et les désignations nécessaires pour pouvoir rédiger le procès-verbal de délimitation, avec les divers plans visuels, ou croquis figuratifs qu'il a faits en suivant les limites de la commune.

Le procès-verbal de délimitation est signé de tous les maires intéressés et du géomètre-délimitateur, lequel fait une double copie du procès-verbal, que le géomètre en chef certifie.

Si un des maires refuse sa signature, son refus et ses motifs sont consignés à la suite du procès-verbal, et attestés par les autres signataires.

Lorsque des communes voisines de celle qu'on délimite sont déjà délimitées, on copie cet article de la commune déjà arpentée, et le géomètre en chef en cer-

tifie l'exactitude; alors les maires sont dispensés d'apposer de nouveau leur signature à cette copie.

Contestations sur les limites.

Les fonctions du délimitateur sont principalement d'employer tous les moyens pour concilier les parties, lorsqu'il se rencontre des contestations sur les limites. Si malgré tous ses efforts il ne peut réussir à les accorder, il consigne dans son premier procès-verbal les limites prétendues de part et d'autre, et donne son avis sur la limite qui lui paraît devoir être adoptée, en faisant attention que le titre d'une commune sur le terrain contesté, est l'imposition que ce terrain y aura supporté jusqu'alors, et en consultant plutôt les convenances que des prétentions fondées sur des titres que la révolution a détruits.

Le préfet, d'après l'avis du sous-préfet, et sur le rapport du directeur des contributions, décide à laquelle des deux communes l'objet contentieux doit appartenir, soit que le terrain se trouve imposé dans les deux communes, ou qu'il ne soit imposé dans aucune.

Lorsque les contestations sont sur les limites des communes qui dépendent de deux départemens, les conseils municipaux des communes intéressées sont convoqués, leurs délibérations envoyées, avec les avis des sous-préfets et des préfets, au ministre de l'intérieur, et la délimitation est fixée par une ordonnnance royale.

La même formalité aura lieu lorsque des maires seront d'accord pour faire des échanges et des réunions

de territoires, ou pour substituer aux limites existantes de leurs communes, une limite naturelle et invariable.

Dans ce cas, le délimitateur en trace le projet par un plan visuel, et en consigne la proposition dans son procès-verbal.

Enclaves.

Les portions de terrains enclavées dans une commune autre que celle d'où elles dépendent, et les terrains prolongés sur un territoire étranger, qui ne tiennent à la commune qui les administre que par une très petite distance, sont de droit réunis à la commune sur le territoire de laquelle ils sont situés ou prolongés, et aucune réclamation contre cette réunion ne doit être consignée dans le procès-verbal.

Si l'enclave se trouve dans une commune située dans un autre département, l'intervention du Gouvernement devient nécessaire, c'est-à-dire, que les avis des conseils municipaux, des sous-préfets et des préfets, sont envoyés au ministre de l'intérieur qui sollicite une ordonnance royale relative à cette réunion.

Lorsque des communes seront susceptibles d'être réunies, le préfet prendra les mesures convenables pour que cette réunion ait lieu avant la confection du cadastre, afin d'éviter le bouleversement qui aurait lieu dans le travail, si la réunion ne s'opérait qu'après son achèvement.

Quand les procès-verbaux de délimitation sont régularisés, soit par ordonnances royales ou par arrêtés du préfet, le délimitateur les envoie au géomètre en chef,

qui les compare avec soin avec les croquis figuratifs qui lui sont également remis. Une copie est adressée au directeur des contributions ; et l'autre, qui reste au bureau du géomètre en chef, est communiquée, ainsi que les croquis figuratifs, au géomètre-arpenteur chargé du parcellaire, pour qu'il s'y conforme exactement lorsqu'il opérera sur les limites de la commune.

279. *Remarque.* 1°. On voit, d'après ce qui est dit ci-dessus, qu'on rédige le procès-verbal de délimitation avant le levé du plan ; il en résulte presque toujours que les noms donnés par ce procès-verbal ne s'accordent point avec ceux du plan et du tableau indicatif que le géomètre arpenteur fait quelque temps après, et qui doivent être plus exacts que les premiers.

On préviendrait cet inconvénient en ne faisant d'abord qu'une reconnaissance des limites avec les maires intéressés, qui serait signée de toutes les parties; mais on ne rédigerait le procès-verbal définitif qu'après que le géomètre-arpenteur aurait recueilli les noms des propriétaires et des propriétés sur les limites de la commune, et qu'il se serait assuré des véritables noms de chemins, rivières..., etc., comme il doit le faire pour confectionner son travail.

Par ce moyen les écritures du plan et le tableau indicatif seraient en harmonie avec le procès-verbal de délimitation, ce qui devrait être.

2°. Le recueil méthodique prescrit au géomètre-arpenteur, d'annexer au procès-verbal de délimitation un tableau indicatif, qu'il rédige lorsque le plan est

fini, de la longueur des lignes et de l'ouverture des angles que forment les différentes lignes du périmètre.

Ce tableau, qu'on croyait nécessaire lors de l'arpentage en masse, devient incontestablement inutile pour le parcellaire; il est impossible qu'il serve à la reconnaissance des limites, à moins que le périmètre ne soit formé par de grandes lignes droites, ce que l'on ne rencontrera probablement pas. La meilleure reconnaissance, c'est le plan parcellaire accompagné de son tableau indicatif.

Division en Sections.

280. On pourrait diviser la commune en sections, immédiatement après avoir terminé la délimitation; mais il vaut mieux ne l'opérer que lorsque l'arpentage est achevé, à moins que l'on n'ait entre les mains un plan de masse de la commune, afin d'avoir des sections plus régulières et moins disproportionnées en contenances.

La surface de chaque section doit être à peu près de trois à quatre cents hectares, et environ 1000 parcelles, toutes les fois que les localités le permettront. Un trop grand nombre de numéros donne lieu à beaucoup de recherches dans le travail du cabinet, lorsqu'il se trouve des différences soit dans le calcul, dans la confection des bulletins... etc.

Le géomètre-arpenteur rédige un procès-verbal de cette division en sections, qu'il fait signer par le maire de la commune, avec lequel il se concerte pour cette

division (*); puis il l'adresse au géomètre en chef, et celui-ci au directeur des contributions qui peut l'inviter à y faire faire des changemens, ou, s'ils diffèrent d'avis, en rendre compte au préfet.

(Cette formalité me semble inutile, parce que le géomètre et le maire n'ont aucun intérêt à ne point donner aux sections les limites convenables; d'ailleurs, c'est en examinant le plan de toute la commune que cette division se fait; et il me paraît bien difficile qu'on puisse juger de son irrégularité à la simple lecture du procès-verbal).

Chaque section est désignée par une lettre majuscule, et porte le nom de l'objet le plus remarquable qu'elle renferme.

Position de la base.

L'instruction du premier mars 1803 prescrit de rédiger un procès-verbal de la position de la base trigonométrique, que le géomètre prend pour les opérations de la triangulation dont il sera parlé ci-après.

Lorsque cette base s'étend sur deux communes, ce procès-verbal se met à la suite de celui de délimitation; et si elle est dans la commune, comme cela arrive

---

(*) Il doit être spécialement recommandé, tant aux géomètres commissionnés qu'à leurs collaborateurs, de mettre dans leurs rapports avec les maires des communes tous les égards et les ménagemens dus à des fonctionnaires qui consacrent gratuitement leur temps au bien des administrés, et dont l'utile concours peut, en beaucoup de circonstances, aplanir les difficultés qui tendraient à retarder la marche des travaux.

presque toujours, on le met après la division en sections. Ce procès-verbal ne me paraît pas indispensable.

Triangulation.

281. *Précis.* La triangulation, ou la trigonométrie d'une commune, a pour but de déterminer la distance et la position respectives de plusieurs points choisis ou placés convenablement sur la surface du terrain dont on veut faire le plan.

Cette opération faite avec soin donne au géomètre-arpenteur les moyens de se diriger avec certitude et précision dans le courant de son travail; elle est son guide et la preuve des opérations du plan parcellaire (*).

C'est immédiatement après que la délimitation est faite que le géomètre se rend dans la commune, pour

(*) On lit dans une instruction du ministre, du 30 septembre 1806, concernant le rattachement des trigonométries cadastrales aux triangles de Cassini : « Cependant on a remarqué que quelques » géomètres ne faisaient les opérations trigonométriques que » lorsque l'arpentage était terminé; mais ceux-là n'ont pu » renverser ainsi l'ordre raisonné du travail, qu'en ignorant les » propriétés d'une triangulation appliquée au levé du détail. » Ils n'ont pas su que son but était moins d'indiquer les erreurs » de l'arpentage déjà fait, que de les prévenir dans celui qui » doit se faire. En effet, les points trigonométriques peuvent » être considérés comme des fils que saisit constamment le » géomètre pour ne pas s'égarer dans le labyrinthe des détails. » Il serait difficile de croire à ce rapport, si son excellence ne l'avait pas consigné dans une instruction.

en faire la trigonométrie. Il est porteur d'une lettre instructive que le préfet adresse au maire, pour l'inviter à seconder l'arpenteur dans ses opérations; et déjà l'ouverture des travaux a été annoncée par un avis de ce magistrat, affiché dans cette commune et dans celles circonvoisines.

Le géomètre-arpenteur ayant remis sa lettre de crédit au maire, s'occupe de la *triangulation;* il fait en sorte d'avoir, par *mille arpens métriques, neuf ou dix points* placés de manière à tenir l'ensemble de la commune.

On a vu aux n°s 232 et 233 toutes les précautions qu'il faut prendre tant dans l'observation des angles que dans le choix de la base et dans sa mesure; au surplus, le géomètre emploiera pour faire une bonne triangulation tous les moyens que son art lui donne; en faisant d'ailleurs attention que le but d'une trigonométrie, pour les opérations cadastrales, est moins d'avoir des points extérieurs à la commune, que de déterminer un certain nombre d'objets du terrain dont il s'occupe. Il devra aussi éviter de reconnaître, pour points trigonométriques, ceux obtenus seulement par les rayons dirigés par les extrémités de la base, ou de deux objets quelconques; si l'on ne peut acquérir la certitude du troisième angle, il faut avoir au moins un troisième rayon sur ces objets.

Lorsque le terrain ne permettra pas d'étendre la trigonométrie sur toute la commune, ou si la triangulation est insuffisante pour le levé des détails, on la complétera avec des lignes géométriques menées et mesurées dans les parties qui ne présenteront pas de

points observés, et ces lignes seront rattachées au système trigonométrique.

Si les localités s'opposaient à toute triangulation, on la remplacerait par un assemblage de lignes droites ou brisées, menées dans toute l'étendue de la commune, de manière à ne former qu'un seul système, et à embrasser tout le terrain à lever.

Le mesurage des lignes géométriques présentant généralement plus de difficulté que celui de la base, à cause de l'inégalité du terrain et autres causes que l'on rencontre en mesurant dans l'intérieur de la commune, on peut prendre un milieu lorsque la différence n'est que de 1 sur 500.

Ces opérations étant terminées, le géomètre-arpenteur en fait le rapport au *méridien du lieu*, et il porte sur un registre le résultat des calculs; puis il met la triangulation et les lignes brisées, s'il y en a, dans la proportion de 1 à 50,000; les règles pour effectuer ces calculs sont exposées au chapitre Ier du second volume.

La triangulation étant achevée, est envoyée en double au géomètre en chef, qui en fait la vérification.

Une copie du canevas trigonométrique et du registre des calculs est adressée au directeur des contributions, ainsi que le procès-verbal de vérification de ces opérations; et le géomètre-arpenteur peut alors commencer le parcellaire.

Parcellaire, ou levé des détails.

282. On peut se servir de divers instrumens pour les opérations de détail. Les instructions sur le cadastre ne

tolèrent que le graphomètre, la planchette avec son déclinatoire et son alidade, la boussole, l'équerre et la chaîne; l'usage du compas d'arpenteur est interdit pour la mesure des distances dans les opérations du cadastre; cependant je pense qu'il peut être construit de manière à ce qu'on puisse s'en servir pour mesurer des petits détails sur un terrain qui ne présente pas trop d'inégalités.

On ne doit pas non plus, dit l'art. 114 du Recueil méthodique, se servir du *micromètre*, jusqu'à ce que son perfectionnement et la possibilité de l'employer sans inconvénient, aient été authentiquement constatés et reconnus.

En arrivant dans la commune pour faire l'arpentage des propriétés, l'arpenteur doit tracer le long d'un mur, ou sur un terrain de niveau, la longueur d'un décamètre, pour y appliquer sa chaîne tous les jours afin d'être constamment assuré de son exactitude (28). D'ailleurs la chaîne est vérifiée par le géomètre en chef au moment du départ des arpenteurs pour la commune. Il vérifie également les échelles de proportion qui doivent servir à la construction du plan.

Le géomètre oriente son travail sur la ligne du nord, et place sur le papier, à mesure qu'il opère, d'après l'échelle que le géomètre en chef lui aura désignée, les points des signaux tels qu'ils sont sur le terrain les uns à l'égard des autres (243).

L'échelle peut être de 1 à 5000, de 1 à 2500 ou de 1 à 1250, selon que le terrain est plus ou moins morcelé.

La première échelle ne peut être employée que

lorsque le terrain ne donne qu'une parcelle pour deux hectares.

La seconde est en général celle qu'on adopte lorsque les parcelles ne sont pas au-delà de quatre à cinq par arpent métrique.

A l'égard de celle de 1 à 1250, elle ne devient nécessaire que lorsqu'il y a plus de cinq parcelles par arpent. Elle est employée dans diverses portions de la commune, comme les villes, bourgs et villages.

L'échelle est déterminée par le préfet d'après la proposition du géomètre en chef et le rapport du directeur; mais, pour les portions de territoire qui pourraient exiger plus ou moins de développement, l'arpenteur peut choisir parmi les trois échelles celle qui est la plus convenable, en prenant seulement l'autorisation du géomètre en chef.

Je ne rappellerai point toutes les méthodes usitées pour lever les détails d'un plan; elles se trouvent développées dans le cours de ce traité, et dans mon arpentage parcellaire; mais j'observerai que quel que soit l'instrument dont on se serve, l'arpenteur doit, ainsi qu'on l'a déjà dit, opérer sur un assemblage de lignes, rattachées à la triangulation, qui garantisse et conserve l'harmonie des détails.

Les arpenteurs qui lèvent au graphomètre, ou tout autre instrument qui ne permet point de faire le rapport à mesure qu'on opère, doivent construire successivement sur les plans les résultats des dimensions prises sur le terrain; et à cet égard le géomètre en chef doit prendre les mesures nécessaires pour empêcher que les arpenteurs ne diffèrent ce rapport

et ne l'ajournent jusqu'à la fin de leurs travaux dans la commune.

Le parcellaire se fait sur des feuilles de papier grand-aigle, de bonne qualité, auxquelles on ne peut ajouter de bande, quelque petite qu'elle soit.

Lorsqu'on travaille à la planchette, la minute du plan se compose de la réunion des feuilles de planchette collées ensemble, jusqu'à concurrence du format de papier grand-aigle.

On est dispensé de coller lorsque la planchette est garnie de *rouleaux* ou de *liens*.

Développement des parties qui présentent beaucoup de détails.

283. Lorsque le géomètre-arpenteur est dans le cas de faire usage de l'échelle de 1 à 1250 pour lever les portions de terrain très détaillées, il en fait le rapport à cette échelle sur une feuille séparée, soit qu'il opère à la planchette ou avec tout autre instrument; ou bien il met cette portion dans un angle de la feuille du parcellaire, et la véritable place de cette partie développée reste en blanc sur cette dernière feuille.

Chaque partie développée a un numéro correspondant à celui du plan dans les parties qu'elle représente au plan d'ensemble. On voit qu'il ne sera pas nécessaire de faire autant de ces dernières feuilles qu'il y aura de petites parties morcelées. On pourra porter sur une même feuille tous les objets de détail qui appartiendront à une même section, en les indiquant toutefois par des caractères distincts, et en y

mettant les annotations qui peuvent en faciliter le rapprochement.

284. A mesure que le géomètre-arpenteur travaille sur le terrain, il prend les notes et les mesures nécessaires pour pouvoir exprimer sur son plan les montagnes, ravins et tous les accidens sensibles que présente la localité; et il s'attache particulièrement à ne laisser aucun doute sur la détermination des limites de chaque parcelle : c'est surtout dans les bourgs et villages que cette attention est nécessaire; les cours et bâtimens de chaque propriété doivent être déterminés de manière que le calculateur ne se trouve jamais embarrassé dans son travail.

Les haies et fossés peuvent être indiqués sur les minutes des plans, mais très légèrement pour ne point nuire à la netteté des limites des parcelles, ni à la précision de leurs calculs; les chemins qui traversent les cours, les terres vaines et vagues, et généralement tous ceux qui ne sont point fixes, sont désignés par deux lignes ponctuées; enfin, on indique sur la minute du plan les bornes qui divisent les propriétés, et celles qui se trouvent sur le périmètre de la commune. Les ponts de pierre ou de bois sont aussi mis à leur place, et l'arpenteur prend, à mesure qu'il opère, les noms des bourgs, villages, fermes, rivières, ruisseaux, ainsi que ceux des principaux chemins qui traversent la commune.

Une chaussée pavée est ordinairement distinguée d'un autre chemin par deux lignes parallèles tracées très près l'une de l'autre entre le chemin, pour repré-

senter le pavé. (Cette indication est assez inutile sur les plans du cadastre.)

Le géomètre-arpenteur doit encore tenir note des dimensions des petites parcelles, et surtout de celles qui sont longues et étroites, formant parallélogrammes et trapèzes, savoir, lorsqu'elles sont de six mètres et au-dessous pour les plans levés à l'échelle de 1 à 2500, et de 3 mètres et au-dessous pour ceux qui sont développés à l'échelle de 1 à 1250.

Si l'on se servait de l'échelle de 1 à 5000, ces dimensions seraient prises jusqu'à 12 mètres.

Quand le plan est numéroté, l'arpenteur rédige un état de ces mesures qu'il envoie au géomètre en chef.

Remarque. Pour les très petites figures d'une forme quelconque, dont il serait dangereux d'en déduire la contenance de l'échelle et du compas, pour éviter un trop grand nombre de développemens, (283), l'arpenteur pourrait porter sur son plan général ces petites parcelles qu'il ne croirait pas devoir développer; mais alors il mettrait sur son tableau indicatif la contenance de chaque numéro d'après le calcul déduit des mesures effectives prises sur le terrain.

États de situation.

285. Le géomètre-arpenteur doit envoyer au géomètre en chef, le 25 de chaque mois, la situation de ses travaux; il y fait mention de toutes les difficultés qu'il rencontre dans le cours de ses opérations, notamment celles relatives aux contestations de limites, afin que le géomètre en chef en instruise l'adminis-

tration, s'il y a lieu (287); le travail des auxiliaires doit figurer sur cet état, et à la fin de chaque année chaque géomètre-arpenteur rend compte de la conduite et des opérations de ces auxiliaires au géomètre en chef.

De son côté, ce dernier adresse, au commencement de chaque mois, au directeur des contributions, l'état par commune de la situation des travaux tant sur le terrain que dans ses bureaux.

Marche que les géomètres-arpenteurs doivent suivre en faisant le parcellaire d'une commune.

Le recueil méthodique, en définissant ce qu'on entend par *parcelle*, a indiqué toutes celles que les géomètres doivent figurer sur leurs places parcellaires, et les précautions qu'ils doivent prendre pour connaître les propriétaires des parcelles tels qu'ils existent au moment de l'arpentage.

Voici ce qui est prescrit avec quelques développemens :

286. A mesure que le géomètre-arpenteur lève le plan d'un canton, il en donne avis au maire qui prévient les propriétaires de l'époque où les travaux du parcellaire doivent s'exécuter dans *telle* partie de la commune, afin qu'ils assistent par eux, ou par leurs fermiers, régisseurs ou autres représentans, à l'arpentage de leurs propriétés, et qu'ils fournissent tous les renseignemens propres à en établir les limites.

Si les propriétaires et leurs représentans ne se

rendaient pas à cette invitation, le géomètre procéderait néanmoins à ses opérations (*).

Il est autorisé à prendre des indicateurs, que le maire lui désigne; il est chargé de leur salaire, et M. le maire doit attester par la suite qu'ils ont été payés.

Ces indicateurs doivent être pris parmi les cultivateurs de la commune qui en connaissent le mieux le territoire et les habitans.

287. Le géomètre fait l'arpentage des propriétés d'après la jouissance au moment où il opère, sans avoir égard aux contestations qui peuvent exister entre les propriétaires.

Cependant, en cas de contestation, il cherche à concilier les parties, et dans le cas de non conciliation (**), s'il y a des limites apparentes, elles sont tracées sur le plan par des lignes ponctuées, en assignant à chacun ce qui paraît lui appartenir au moment de l'arpentage, sauf à rectifier si les parties font juger leur contestation avant que le plan soit terminé.

Si les limites ne sont point apparentes, on ne fait

(*) Indépendamment de cet avis, le géomètre-arpenteur peut écrire aux propriétaires, fermiers ou régisseurs, pour les prévenir qu'aucun motif ne peut retarder la continuation de son travail, et qu'il est par conséquent dans leur intérêt qu'ils se rendent à l'invitation de M. le maire, surtout s'ils ont des observations à faire sur les limites de leurs propriétés.

(**) L'arpenteur en informe le géomètre en chef, et celui-ci le directeur qui en rend compte au préfet, pour que ce magistrat invite le tribunal à accélérer le jugement.

d'abord qu'une parcelle de toute la propriété en litige, sauf à diviser la contenance totale entre eux, lorsque la contestation sera jugée.

Si le géomètre n'est plus sur le terrain lors du jugement de la contestation, ou lorsqu'ils se sont conciliés, il est payé de ce nouveau travail par les parties intéressées, soit de gré à gré, soit sur le règlement du préfet, d'après la proposition du géomètre en chef et le rapport du directeur.

Il doit arriver souvent, dans les pays de grande culture, que, sans être en contestation, des propriétaires dont les biens sont contigus, ne pourront pas indiquer les limites de leurs propriétés, parce que le même fermier qui les cultive n'en a fait qu'une seule et même pièce : dans ce cas, on opère encore comme il est dit ci-dessus; mais l'arpenteur doit faire toutes les démarches nécessaires pour se procurer, soit par les titres, baux ou anciens arpentages, la connaissance de l'étendue et de la situation des diverses parcelles, ainsi que les noms des propriétaires, afin de pouvoir figurer ces parcelles sur son plan.

En demandant ces renseignemens aux propriétaires ou à leurs représentans, il les prévient qu'ils ne doivent pas différer de les lui procurer, ou de rétablir leurs limites, parce qu'aucun motif ne peut retarder son opération.

288. Lorsqu'un bois se divise entre plusieurs particuliers, ils sont invités à faire ouvrir les laies nécessaires pour pouvoir mesurer séparément leurs propriétés; ils peuvent préférer déclarer la situation et

l'étendue de la portion qui appartient à chacun d'eux, de manière que l'arpenteur puisse figurer toutes les portions sur le plan, et que les contenances partielles s'accordent avec la contenance totale du bois.

S'il y avait incertitude, on se conduirait comme dans l'article précédent. Si une portion de bois appartient au gouvernement où à la commune, le géomètre-arpenteur se fait autoriser à ouvrir les laies nécessaires, conformément aux règlemens de l'administration générale des forêts, c'est-à-dire que sur la proposition de l'arpenteur le géomètre en chef en fait la demande au préfet.

289. Lorsqu'une propriété est possédée par indivis, le maire, sur l'avis du géomètre-arpenteur, fait inviter les propriétaires à effectuer le partage.

Si ce partage ne peut avoir lieu tandis que ce dernier est sur le terrain, il figure sur le plan la propriété indivise, qui ne fait alors qu'une seule parcelle.

290. On ne fait qu'une seule et même parcelle de la maison d'habitation, de la cour et des bâtimens ruraux, lorsque le tout appartient au même propriétaire, et qu'il y a contiguité; cependant deux maisons contiguës ayant chacune sa porte d'entrée, font deux parcelles, quoiqu'appartenant au même propriétaire.

Une maison appartenant à plusieurs propriétaires dont l'un a le rez-de-chaussée, et les autres les étages supérieurs, ne forme qu'une parcelle pour le rez-de-chaussée. Les copropriétaires sont seulement inscrits

au tableau indicatif qu'on formera de toutes les propriétés de la commune.

Dans les villes, on ne fait qu'une seule et même parcelle de la maison, de la cour, des bâtimens et du jardin d'agrément qui leur est contigu, lorsqu'il n'excède pas vingt perches métriques.

Le préfet peut même décider que la superficie des villes ne sera point levée, pour accélérer l'opération et diminuer les frais.

En opérant ainsi on n'aurait plus l'ensemble de la commune, et le tableau d'assemblage ne présenterait pas, dans cette partie, tous les détails qu'on désire avoir pour la carte de France.

291. Tout bâtiment, souterrain, ou une cave dont la superficie ne sera point bâtie, formera pour cette superficie une parcelle distincte du terrain qui l'environne; mais si la superficie appartient à un propriétaire, et la cave ou souterrain à un autre, ils seront tous deux inscrits au tableau indicatif, en commençant par celui de la superficie qui forme parcelle.

Les carrières et mines, y compris les réserves d'eau, les déblais et les chemins qui ne sont qu'à leur usage, les canaux non navigables destinés à conduire les eaux à des moulins, forges et autres usines, ou à les détourner pour l'irrigation, forment *parcelles*. Il en est de même des manufactures et usines de toutes espèces.

292. Une masse de terrain appartenant au même propriétaire, et dans laquelle se trouvent des natures

absolument distinctes, comme des prés, des bois, des terres, etc., forme autant de parcelles qu'il y a de natures différentes.

Cependant, les mares, les amas ou dépôts de pierres, les rochers, les réservoirs et autres pièces d'eau, ne forment parcelles que lorsque leur contenance excède *deux perches métriques.*

Je pense qu'on pourrait porter cette contenance à *neuf ou dix ares* pour les amas ou dépôts de pierre, et pour les parties en rochers. Il avait été décidé dans un des départemens de l'ouest, que ces portions de terrain formeraient parcelles quand elles seraient environ du *dixième* du champ dans lequel elles se trouvent.

Les petites parties de terre incultes, les broussailles, bouquets d'arbres... etc., qui sont sur les bords ou au milieu des parcelles, ne sont point distinguées sur les plans; il en est de même des bordures en arbres fruitiers ou forestiers, ou en vignes. Il n'y aurait cependant pas d'inconvénient à parceller ces objets dans le cas d'une contenance assez grande, environ neuf à dix perches métriques; cela semble même nécessaire pour aider l'expert dans son évaluation.

La même administration de l'ouest avait également décidé que lorsque dans un champ il se trouverait, le long d'une haie, une partie constamment en prairie, ou en broussailles, bouquets de bois, etc., cette portion recevrait un numéro, si elle excédait la largeur ordinaire d'une forière, qui est d'environ *dix mètres.*

Ces parcelles qui appartiennent au même propriétaire que le champ dans lequel elles sont prises, doivent

être tracées sur le plan par des lignes coupées semblables à celle-ci : —·—·—·—.

On ne considère point comme natures distinctes des terres qui ne diffèrent que par leur assolement; de même, lorsque dans un champ il se trouve une partie en terre labourable et l'autre partie en prairie, si une de ces natures n'est que provisoire, le géomètre n'y aura point égard, et ne fera qu'une seule parcelle sous la dénomination de la culture dominante. La culture accessoire est indiquée au tableau indicatif.

293. Un terrain d'une même culture appartenant au même propriétaire, mais divisé en plusieurs parties par des haies, fossés, murs, chemins publics, ruisseaux et autres limites fixes, forme autant de parcelles que de divisions, quoique portant toutes le même nom.

On ne regarde point comme limites fixes un sentier ou chemin de servitude ou d'exploitation, à moins que ce chemin de servitude soit invariable et bordé de haies, ou qu'il sépare deux champs ayant un nom différent.

Le mur de soutènement ou terrasse n'est pas non plus considéré comme limite fixe. Il en est de même d'un simple ruisseau ou rigole d'écoulement ou d'irrigation.

On pourrait y comprendre les ruisseaux dont la largeur n'excède pas un demi-mètre; ces petits ruisseaux pourraient être indiqués à vue sur le plan par un filet de couleur, quand ils se trouvent dans la même propriété.

294. Les chemins et sentiers variables qui coupent

des propriétés sont seulement ponctués sur le plan, comme on l'a déjà vu, et les parcelles ainsi coupées ne reçoivent qu'un seul numéro. Il devient alors indifférent de donner à ces chemins ou sentiers leur véritable position, attendu que les propriétés situées de part et d'autre appartiennent aux mêmes propriétaires. Cette disposition, ainsi que celle de l'article suivant, viennent encore d'être recommandées par la circulaire du 8 septembre 1824.

Remarque. Les chemins de servitude invariables, dont il est parlé à l'article précédent, qui se trouvent au milieu des propriétés d'un même propriétaire, et qui ne servent qu'à desservir ces biens, doivent être figurés sur le plan en ligne pleine ; mais leur contenance doit être calculée avec les parcelles qui leur sont adjacentes : alors le géomètre-arpenteur met sur son plan une indication suffisante pour que le calculateur comprenne ces chemins de servitude dans les calculs des numéros voisins.

Si un chemin servant à l'exploitation n'était pas dans la même propriété et qu'il servît aux parcelles qui lui sont contiguës, chaque propriété adjacente supporterait la contenance de ce chemin à proportion de sa superficie.

Mais si ce même chemin ne servait point à l'exploitation des parcelles qui le touchent de part et d'autre dans sa longueur, et qu'il ne fût nécessaire que pour les propriétés qui sont à son extrémité, ainsi que cela arrive souvent, dans ce cas il ne serait pas juste d'opérer comme ci-dessus, et l'on doit alors

comprendre la contenance de cette servitude dans celle des chemins publics.

295. On ne figure point sur les plans les détails d'agrément des parcs ou jardins de plaisance, fermés de murs, haies ou fossés, quoique divisés en massifs par de petits chemins sinueux, excepté les bâtimens d'habitation ou ruraux qui s'y trouvent, qui sont figurés sur le parcellaire. Le reste ne forme qu'une seule parcelle.

On entend par détail d'agrément, les parterres, avenues, allées sablées, les fossés, bosquets, rochers, pièces d'eau, rivières artificielles, gazons et autres objets d'embellissemens.

296. Je pense 1° que les avenues qui sont limitées par des murs, haies ou fossés, doivent former parcelles quand elles ne font point partie de la voie publique.

Si les arbres qui sont sur les bords d'un chemin appartenaient au propriétaire voisin, il faudrait les comprendre dans la parcelle riveraine, alors même qu'ils seraient hors du fossé qui limite cette propriété riveraine ; ce qui peut s'indiquer par un ponctué pour y avoir égard lors du calcul des contenances.

2°. Que les fossés larges et profonds, remplis d'eau, qui se trouvent autour des jardins ou des bâtimens, doivent former parcelles s'ils contiennent du poisson, à moins qu'ils ne communiquent à un étang ou à une pièce d'eau ; auquel cas ils y sont confondus.

Si ces fossés ne contiennent pas de poissons, et s'ils

ne touchent pas à une autre pièce d'eau, ils sont compris avec les jardins ou les cours et bâtimens, dont ils sont la clôture.

3°. Enfin, qu'on doit dans les carrefours, ou autres endroits semblables, distinguer l'excès de la voie ordinaire des chemins, lorsque la surface de cet excès est au-dessus de *cinq à six perches métriques;* alors cette parcelle est portée au nom des habitans du village voisin, si elle n'est réclamée par aucun propriétaire.

297. Il y a des départemens où les conseils généraux ont demandé la distinction des propriétés par *domaine;* dans ce cas, une masse de terre ou de pré faisant partie de plusieurs domaines qui appartiennent à un même propriétaire, formera autant de parcelles que de domaines, alors même qu'il n'y aurait ni haies, ni murs, ni fossés pour séparer ces parcelles.

Si la même masse de terre ou de pré, au lieu d'appartenir au même propriétaire, appartient à plusieurs, elle formera d'abord autant de parcelles que de propriétaires, plus la division par domaine, s'il y en a.

298. On se borne à lever par masses les terrains militaires, dans les villes de guerre ou places fortes, sans pouvoir lever en détail les contours de ces fortifications.

Les terrains connus sous la désignation de *glaciers* ne sont pas levés; l'arpentage est arrêté à l'endroit où la terre cesse d'être productive. Il en est de même des masses de rochers entièrement dénuées de terre, lorsque plusieurs communes aboutissent à ces masses non productives; mais lorsque des masses semblables ap-

partiennent en totalité à la même commune, elles sont levées comme les autres propriétés.

Les *fleuves et les rivières* ne sont levés que jusqu'à l'endroit où leur nature change par le mélange de leurs eaux avec celles de la mer.

Les rades appartiennent aussi à cet élément.

Les dunes, quoique non cultivées, ainsi que les terrains arides situés le long des côtes, et au-dessus de la ligne que tracent les eaux de la mer dans leur plus grande élévation, sont figurées sur les plans.

Quant aux *rades et laisses de mer*, elles ne font point partie des plans parcellaires. On arrête la limite à la ligne de la haute mer. Il en est de même des pêcheries qui ne consistent que dans des filets tendus le plus loin possible, et que la mer couvre deux fois par jour; mais les terrains qui ont été abandonnés par la mer, ou qui lui ont été enlevés, sont compris dans l'arpentage.

Le géomètre se borne à fixer approximativement sur son plan les laisses de mer qui ne doivent pas faire parcelle, et qui par cette raison ne sont point payées.

Les grandes parcelles absolument stériles, telles que celles formées par les montagnes arides, les glaciers, les fleuves et rivières à leur embouchure dans la mer, les lacs et étangs très étendus et non productifs, les dunes, landes non imposables, ne doivent pas être levés, lorsque la contenance est d'environ 400 arpens métriques; néanmoins, quand l'arpentage d'une de ces masses est reconnu nécessaire, le préfet en donne connaissance au ministre qui autorise spécialement l'opération.

Remarque. Il est expressément défendu aux géomètres-arpenteurs de multiplier abusivement les parcelles; celui qui se rendrait coupable de cette infraction aux règlemens serait privé de sa commission.

Indications et numérotage du plan.

299. Lorsque le géomètre-arpenteur a terminé le levé du plan, il se concerte avec le maire de la commune pour faire la division en sections; puis il s'occupe à prendre les noms des propriétaires et des propriétés de chaque parcelle, et il les inscrit sur un tableau indicatif provisoire.

On doit s'attacher à bien connaître les véritables propriétaires, et il est nécessaire que le maire donne au géomètre les indicateurs dont il a besoin, afin que les renseignemens soient exacts.

L'instruction prescrit de prendre les indications d'une portion de terrain aussitôt que l'arpentage en est terminé; je pense qu'en général il vaut mieux attendre que toute la commune soit levée, parce que des parcelles pourraient changer de propriétaire dans l'intervalle du commencement de l'arpentage à la fin.

Quand le géomètre-arpenteur a recueilli les renseignemens sur le terrain, il fait une liste des propriétaires de la commune d'après les indications qui lui sont données, et il ajoute à chaque article les numéros qui lui appartiennent; puis il donne connaissance aux propriétaires ou fermiers, qu'il fait appeler à la mairie, des indications qui lui ont été fournies.

Lorsque l'arpenteur a pris toutes les précautions qui peuvent assurer la bonté de son travail, et qu'il n'existe plus d'incertitude sur aucune partie, il numérote définitivement son plan à l'encre.

Chaque section a une série non interrompue de numéros en commençant par 1 ; et lorsque le numérotage d'une section est achevé, le géomètre-arpenteur rédige la copie au net du tableau indicatif, sur des feuilles imprimées.

Écritures du plan et couleurs.

300. Les écritures sont disposées dans le sens de la longueur de la feuille.

On écrit le nom des grandes routes, des chemins publics, rivières, ruisseaux, ceux des villages, des fermes, et en général tout ce qui peut contribuer à l'intelligence du plan.

On met autour du périmètre de chaque feuille, et en plus gros caractères, le nom des communes et des sections ou des feuilles limitrophes. Le titre se fait ordinairement dans un ovale, dans lequel on écrit le nom de la commune, et celui de la section; chaque feuille porte l'échelle qui a servi à lever le plan, et une boussole présentant les principaux points; on dessine une petite roue horizontale pour indiquer les moulins à eau et les usines. Les moulins à vent sont représentés en perspective.

On met un filet de couleur différente le long du périmètre de chaque section. Les propriétés bâties reçoivent une teinte de carmin plate. Les rivières,

étangs, ruisseaux, et généralement tout ce qui est couvert d'eau, sont distingués avec du vert d'eau, et les forêts royales et communales avec un filet de vert autour du périmètre. Les montagnes se font légèrement avec une teinte formée d'un mélange d'encre de la Chine, de carmin et de gomme gutte. Le R. M. et autres instructions ne parlent du tracé des montagnes, ravins et autres accidens, que pour le tableau d'assemblage.

Les moulins à vent sont mis au carmin, s'ils sont en maçonnerie. Il en est de même du bâtardeau des moulins et autres usines.

Les ponts de pierre sont représentés par deux lignes droites au carmin.

Enfin, on met une teinte bleue plate dans les édifices publics, pour les distinguer des bâtimens particuliers.

Tableau d'assemblage.

301. Le tableau d'assemblage prescrit par les instructions doit contenir le périmètre de la commune, la division en sections, les principaux chemins, les montagnes, les rivières, la position du chef-lieu, la maison principale de chaque hameau, les forêts royales et communales, et en général toutes les grandes masses de cultures.

Une copie de ce tableau d'assemblage étant destinée à concourir à la confection de la carte de France, je pense qu'il est nécessaire qu'il contienne tous les chemins publics, ruisseaux, fermes, villages, moulins à eau, à vent, etc., qui se trouvent sur la minute du plan.

Ce travail se fait sur le parcellaire; c'est un extrait de ce plan qu'on réduit à l'échelle de 1 à 10000, ou de 1 à 20000, selon l'étendue de la commune, et de manière que le plan orienté *plein nord*, c'est-à-dire parallèlement aux bords du papier, puisse tenir en entier sur une feuille grand-aigle. Pour faire ce tableau d'assemblage, on peut employer divers moyens. *Voyez* les n°s 218 et 219, pour la réduction des plans.

Le tableau d'assemblage étant construit, on y met les mêmes écritures et les mêmes couleurs que celles qui sont sur la minute, excepté les indications particulières du procès-verbal de délimitation qui peuvent se trouver sur le périmètre de la commune, comme les noms des champs et des propriétaires, etc.

On écrit dans un ovale, le département, le canton, la commune, les noms du préfet, du directeur, du maire, du géomètre en chef et de l'arpenteur.

On inscrit dans l'intérieur de chaque section sa lettre indicative et le nom qu'elle porte.

Enfin, l'échelle est mise au bas, et une ligne qu'on fait passer par le clocher représente la méridienne dont le nord se trouve au haut du tableau.

Le tableau d'assemblage étant entièrement confectionné, est remis au géomètre en chef avec toutes les autres pièces rédigées par l'arpenteur.

Vérification du plan sur le terrain.

302. On a vu au n° 267, comment on fait la vérification d'un plan. Cette opération se fait avant de procéder aux calculs.

Le géomètre en chef peut se faire suppléer dans la vérification par un employé de confiance; ce dernier doit être agréé par le préfet, et ne peut être chargé de l'arpentage d'aucune commune. La présence d'un vérificateur dans les départemens où le conseil général l'a jugé nécessaire, ne dispense le géomètre en chef d'aucune vérification prescrite par les instructions. Dans tous les cas, le préfet peut ordonner la vérification des plans par un vérificateur autre que le géomètre en chef, lorsque le bien du service l'exigera; et au cas que ces plans seraient reconnus défectueux en tout ou en partie, les frais de cette vérification seraient à la charge du géomêtre en chef, sauf son recours contre ses collaborateurs.

Le géomètre-arpenteur qui a levé le plan doit être présent à la vérification, soit qu'elle soit faite par le géomètre en chef ou par son employé de confiance; et si le géomètre-arpenteur a été autorisé à confier une commune, ou une portion de commune, à des arpenteurs auxiliaires, il devra en faire une première vérification dont les résultats seront représentés au géomètre en chef ou à son employé de confiance.

Le vérificateur ne doit employer pour porte-chaînes que des personnes habituées à ce genre de travail.

Le vérificateur doit être muni de la minute du plan, des opérations trigonométriques et des tableaux indicatifs. Sa première opération est de mesurer l'étalon qui a servi à vérifier la chaîne du géomètre; ensuite il procède à la vérification, à peu près comme il est enseigné au n° 267 précité.

Les instructions sur le cadastre prescrivent au

vérificateur de s'écarter des directions des grandes dimensions qu'il a prises d'abord, pour vérifier des détails, soit en parcourant le territoire par lignes brisées, soit en errant et en mesurant des côtés ou des diagonales de polygones, des distances d'une parcelle à une autre, des chemins, etc.

Le vérificateur mesure trois polygones ou parcelles dans chaque section, de manière à pouvoir connaître la contenance de chacun, d'après les mesures effectives, et il prend les noms de vingt propriétaires environ, aussi par section, pour les confronter avec les tableaux indicatifs.

Les instructions sur la vérification des plans parcellaires tolèrent $\frac{1}{200}$ en plus ou en moins pour les grandes dimensions, et $\frac{1}{100}$ pour les détails.

La tolérance pour les propriétés bâties est de $\frac{1}{50}$.

Le vérificateur dresse un procès-verbal de ses opérations, dans lequel il indique les rectifications qu'il peut y avoir à faire; et lorsqu'elles ont été opérées, il certifie, à la suite de ce procès-verbal, qu'elles ont été bien faites, après s'en être assuré.

Lorsque la différence trouvée sur les grandes dimensions excède $\frac{1}{200}$, la partie du plan dans laquelle cette différence se trouve, est susceptible d'être rejetée; dans ce cas, le géomètre en chef donne sur un tableau particulier les détails de la vérification, afin que le préfet, sur le rapport du directeur, puisse apprécier les motifs du rejet, et prononcer en con-

séquence; alors la partie défectueuse est levée de nouveau, et le géomètre en chef en fait une nouvelle vérification sans pouvoir prétendre à aucun recours contre le géomètre pour ces nouveaux frais.

Remarque. Aujourd'hui que l'on a acquis beaucoup de pratique, les tolérances indiquées ci-dessus pourraient n'être portées savoir, qu'à $\frac{1}{300}$ pour les lignes totales, et le double pour les détails, c'est-à-dire $\frac{1}{150}$; depuis près de quinze ans, j'ai peu rencontré de plans présentant une plus grande différence dans les principales lignes de vérification; il n'est même pas rare de ne trouver que des différences insensibles.

Le vérificateur ne doit pas négliger de vérifier si les limites des feuilles contiguës du plan de la commune ne présentent point de différence; il doit aussi faire cette vérification avec les communes contiguës déja arpentées.

Calculs des plans et des propriétés.

303. Aussitôt que le plan d'une commune est vérifié et admis, le géomètre en chef fait procéder dans ses bureaux et sous ses yeux aux calculs des contenances. On commence par chercher la surface totale de chaque feuille ou de chaque section, soit en circonscrivant à la feuille ou à la section, un rectangle, ou un trapèze qu'on calcule, et duquel on retranche les parties renfermées entre les lignes de la figure circonscrite et celle du plan;

Soit en décomposant la section en grands polygones qu'on calcule et dont on réunit les contenances;

Soit enfin en renfermant le plan dans un triangle ou dans une figure quelconque, dont on cherche la surface, et de laquelle on déduit, comme dans le premier procédé, les portions qui excèdent le plan. J'ai toujours suivi cette dernière méthode, comme étant celle qui me paraît la plus convenable.

Les détails de cette opération sont consignés dans un tableau intitulé *second cahier de calculs.*

On fait ensuite le calcul des chemins publics, rues, places, rivières, ruisseaux, etc., et on en forme un état qu'on adresse au directeur, ainsi que le second cahier, avant que de communiquer les calculs des parcelles.

Calculs des contenances de chaque parcelle.

304. On procède par ordre de numéro, et l'on obtient la surface de chaque parcelle soit en réduisant chaque figure en un triangle équivalent, soit en la décomposant en triangles que l'on forme au crayon. *Voyez* les nos 269 et suivans.

Les produits de chaque triangle sont inscrits sur un registre que l'on nomme *premier cahier de calculs.* On fait l'addition de toutes les parcelles, et l'on ajoute au total de la récapitulation, la surface des chemins, rivières et ruisseaux...; puis on compare le résultat avec celui du second cahier. Si la différence n'excède pas $\frac{1}{300}$ on conclura que les calculs sont exacts; dans le cas contraire le calculateur doit en

rechercher la cause; dans tous les cas, il ne doit pas négliger de vérifier tous les détails de ses calculs.

Le directeur met son visa sur le premier cahier de calculs, après s'être assuré que sa contenance totale n'excède pas $\frac{1}{300}$ de celle du second cahier; puis il remet ce premier cahier au géomètre en chef, qui alors fait porter au tableau indicatif la contenance de chaque parcelle. On fait l'addition des pages et l'on ajoute au total des propriétés imposables, la contenance des objets qui ne le sont point, ce qui donne le total général de la section.

Ce travail étant achevé, le géomètre en chef fait réduire en mesure locale la contenance de chaque parcelle, et il en porte le résultat au tableau indicatif, dans la colonne relative à cet objet.

Atlas portatif.

305. L'atlas portatif est une copie du plan que l'on fait sur papier de calque, pour servir au travail de l'expertise. Cet atlas est cartonné et le géomètre peut, si le directeur le trouve préférable, fournir à l'expert une copie du plan sur papier ordinaire.

Dans aucun cas les minutes des plans ne peuvent être employées pour l'expertise; elles ne doivent même jamais sortir du bureau ou des archives du géomètre en chef.

Bulletins des propriétés et leur communication aux propriétaires.

306. Le géomètre réunit dans un bulletin, pour chaque propriétaire, toutes les parcelles qui sont

éparses sous son nom dans les tableaux indicatifs, en ayant soin de mettre sur le bulletin toutes les annotations qu'il trouve sur ces tableaux.

Les contenances y sont aussi données en mesures métriques et en mesures du pays.

Il est formé un état récapitulatif de tous les bulletins, dont le total doit présenter la contenance imposable de toute la commune.

Les bulletins sont communiqués à chaque propriétaire par l'arpenteur qui a levé le plan; des affiches apposées dans la commune et dans celles environnantes, annoncent le jour que l'arpenteur se rendra dans la commune pour cette opération. Il appelle les propriétaires, ou en leur absence leurs fermiers ou régisseurs, leur facilite l'examen des articles portés sur leurs bulletins, et opère les rectifications reconnues justes, tant sur les bulletins, que sur le tableau indicatif et le plan.

A mesure qu'il fait des rectifications ou rejette des observations qu'il ne trouve pas justes, il communique son travail aux propriétaires et obtient leur adhésion; puis il fait signer chaque bulletin par le propriétaire, ou par le maire, pour ceux qui ne savent pas signer, et rapporte un certificat du maire, constatant que les affiches ont été apposées, que l'appel des propriétaires a été fait, que le géomètre leur a facilité la reconnaissance de leurs propriétés, et qu'il a fait droit à leurs réclamations.

Ce certificat constate, en outre, le jour que l'arpenteur a commencé la communication et celui qu'il l'a terminée.

Toutes les rectifications étant opérées, l'arpenteur remet au géomètre en chef tous les bulletins, les tableaux indicatifs, la minute du plan, et l'état récapitulatif des bulletins, lequel doit s'accorder en contenance avec la récapitulation générale des tableaux indicatifs.

Alors ce dernier examine le travail, et envoie le tout au directeur des contributions. Le certificat du maire est joint à cet envoi.

Remarque. Si, toute vérification faite, le propriétaire persiste dans sa réclamation sur la contenance, il peut en demander le réarpentage par un géomètre du cadastre, autre que celui qui a levé le plan. Si le travail est irrégulier, les frais seront à la charge de l'arpenteur; si au contraire la réclamation du propriétaire est mal fondée, ces frais seront à sa charge. Les honoraires de l'arpenteur chargé du réarpentage sont réglés par le préfet, sur la proposition du géomètre en chef et le rapport du directeur.

Erreurs du plan et du tableau indicatif, reconnues lors de l'expertise.

307. Le directeur transmet au géomètre en chef la note des erreurs que le contrôleur a remarquées, soit dans le plan, soit dans le tableau indicatif, en parcourant le terrain; et le géomètre-arpenteur fait sans retard les rectifications reconnues nécessaires, et qui proviennent de son fait. Le contrôleur ne doit point regarder comme des défectuosités les changemens survenus sur le terrain, dans l'intervalle des opérations

des géomètres à celle de l'expertise. L'arpenteur rectifie néanmoins les natures de cultures, quoiqu'il ne soit pas responsable des changemens qui ont eu lieu depuis l'achèvement du plan.

Atlas.

308. La confection des atlas ne doit avoir lieu d'après les instructions, que lorsque le classement est terminé. (Je pense qu'il n'y aurait pas d'inconvénient à commencer le trait et les écritures immédiatement après la communication des bulletins; cela donnerait le temps de les confectionner pour le moment où le directeur est prêt à les déposer dans les communes.)

L'atlas est une copie exacte du plan parcellaire. Il est tracé avec de l'encre de la Chine, sur des feuilles de papier grand-aigle, qui sont pliées en deux et attachées à un talon, ainsi qu'une copie du tableau d'assemblage, placé en tête. Il est fait une seconde copie de ce tableau d'assemblage, destiné à la carte de France.

Ce travail graphique exige beaucoup de soins (*voy.* les n°s 218, 219 et 301). Cet atlas est déposé à la direction ainsi que la double copie du tableau d'assemblage.

309. Les propriétaires qui désirent se procurer un extrait du plan, en ce qui concerne leurs propriétés, doivent s'adresser au géomètre en chef; ces extraits sont payés d'après un tarif arrêté par le préfet. Dans l'ancien cadastre, ce tarif était réglé pour tous les départemens, à 20 centimes par parcelle pour le simple trait, et à 30 centimes, lavés en teintes plates; lorsqu'on veut un plan soigné, et plus de détail que n'en

contient la minute du parcellaire, on traite de gré à gré avec le géomètre en chef.

310. La rétribution du géomètre en chef se paie par cinquième;

Le premier, quand il a remis à l'administration la délimitation et la triangulation vérifiée;

Le deuxième, quand l'arpentage est parvenu à sa moitié;

Le troisième, lorsque le procès-verbal de la vérification du plan et le second cahier de calculs sont remis à la direction;

Le quatrième, lorsque les rectifications résultantes de la communication des bulletins sont faites, et que les pièces sont livrées à la direction;

Enfin, le dernier cinquième se fait en deux paiemens égaux;

Le premier, lorsque le géomètre en chef remet au directeur l'atlas de la commune, et les deux tableaux d'assemblage, ainsi que le certificat de l'inspecteur-général, constatant que toutes les pièces sont en règle;

Le deuxième ou le solde, après les six mois de la mise en recouvrement des premiers rôles cadastraux.

Les géomètres commissionnés reçoivent du géomètre en chef des à-comptes proportionnés au degré d'avancement, et à l'importance des travaux dont ils sont chargés; et lorsque le troisième cinquième est payé, ils reçoivent la somme qui, avec les à-comptes qu'ils ont touchés, complète les $\frac{3}{5}$ de leur indemnité. Ce paiement est constaté par un état d'émarge-

ment que le géomètre en chef représente au directeur, lorsqu'il fait la demande du quatrième cinquième.

En touchant ce quatrième cinquième, le géomètre en chef, après s'être fait remettre par l'arpenteur le certificat du maire, attestant qu'il a acquitté les frais d'indication et autres menues dépenses, lui compte la somme, qui, déduction faite des à-comptes qu'il lui a donnés précédemment, complète les $\frac{4}{5}$ de son indemnité. Il justifie de ce paiement en demandant la première moitié du dernier cinquième.

Dans les quinze jours qui suivent le paiement du solde, le géomètre en chef paie le dernier cinquième à ses collaborateurs, et remet au directeur l'état émargé, constatant que cet objet est entièrement en règle.

Expertises.

311. Dans le nouveau mode du cadastre, c'est le conseil municipal de la commune, auquel sont adjoints les plus forts imposés à la contribution foncière, en nombre égal à celui des membres du conseil, qui s'occupe de la classification de chaque propriété, qui consiste à déterminer en combien de classes chaque nature de propriété doit être divisée, à raison des divers degrés de fertilité du terrain.

Cette classification est précédée d'une reconnaissance générale du territoire qui est faite par l'inspecteur des contributions, et par des classificateurs nommés par le conseil municipal, et choisis parmi les propriétaires des différentes natures de propriété.

Ces classificateurs indiquent les parcelles qui doivent

servir de type pour chacune des classes de chaque nature.

La classification étant arrêtée, le conseil municipal s'occupe du tarif des évaluations, en s'attachant avant tout à établir le plus juste rapport entre les quatre principales natures de culture.

Les autres cultures sont évaluées eu égard aux prix des cultures principales avec lesquelles elles ont une espèce d'analogie.

Les maisons sont estimées dans la même proportion que les fonds ruraux, en ayant d'ailleurs égard à leur situation et aux avantages qu'elles présentent.

Dans les villes, chaque maison est évaluée séparément, et l'estimation est faite sur le terrain même, par les classificateurs. De même, chaque usine reçoit une évaluation particulière.

Le conseil municipal peut demander un expert pour aider les propriétaires dans le classement des parcelles; cette nomination est faite par le préfet qui règle le taux de son indemnité, laquelle est acquittée par la commune.

Les propriétaires peuvent, si bon leur semble, assister au classement, et présenter leurs observations. De leur côté les classificateurs sont autorisés à s'adjoindre dans chaque section les indicateurs en état de leur fournir des éclaircissemens utiles.

Les propriétaires classificateurs opèrent successivement dans chaque section, et distribuent chaque parcelle de propriété dans les classes arrêtées par le conseil municipal.

Le contrôleur des contributions est présent à cette

opération : il est muni du tableau indicatif et d'une copie du plan, et à mesure qu'il arrive sur une parcelle, il s'assure si elle est bien désignée au tableau; il tient note des erreurs qui peuvent être reconnues (307).

Le contrôleur doit rappeler aux propriétaires classificateurs, que les lois ont consacré un principe d'après lequel les propriétés doivent être évaluées d'après la nature de leur sol, c'est-à-dire d'après les produits qu'elles sont susceptibles de donner avec les travaux ordinaires usités dans la commune.

Le classement ne doit être entrepris qu'après que les bulletins ont été communiqués aux propriétaires, et l'inspecteur des contributions ne peut être chargé d'assister personnellement les classificateurs dans le classement d'aucune commune.

La classification étant achevée, le directeur des contributions procède à la formation des états de sections et à la confection de la matrice des rôles : ces pièces sont envoyées dans la commune avec le rôle cadastral rendu exécutoire.

On adresse à chaque contribuable une lettre, par laquelle on lui donne avis de la remise à la mairie, des états de sections et de la matrice, ainsi que du délai accordé pour les réclamations contre le classement de ses fonds.

Les propriétaires peuvent prendre communication de ces pièces à la mairie; elles leur facilitent les moyens de reconnaître les erreurs qui auraient pu se glisser dans le classement.

Les réclamations sont admises pendant les six mois

qui suivent la mise en recouvrement du rôle; elles sont présentées sur papier libre, et instruites par le contrôleur qui prend l'avis des classificateurs.

Lorsqu'il n'est pas fait droit à la réclamation d'un propriétaire, celui-ci peut demander une contre-expertise; il nomme un expert, et le sous-préfet en nomme un autre. Le réclamant paie les frais si sa demande est définitivement rejetée.

Mutations.

312. Les mutations qui surviennent journellement dans les propriétés et parmi les propriétaires, se font sur les matrices cadastrales, conformément au réglement du 10 octobre 1821. « Ce sont les contrôleurs des » contributions qui sont chargés de recueillir et de » constater la contenance et le revenu des parcelles » entières, ou des portions de parcelles qui passent » d'un propriétaire à l'autre.

» Pour cela, il se rend dans la commune au jour » indiqué par des affiches apposées dans la commune » et dans celles limitrophes, dix jours au moins avant » son arrivée; et il réunit les répartiteurs pour recevoir, de concert avec eux, les déclarations des propriétaires qui ont des mutations à faire opérer.

» Le percepteur des contributions est tenu d'assister à cette assemblée, et d'indiquer les mutations » parvenues à sa connaissance, et dont il a dû prendre » note.

» Lorsque la mutation d'une parcelle est constatée, » le contrôleur porte sur une feuille de déclaration » imprimée, le nom du vendeur, celui de l'acqué-

» reur, le folio de la matrice où les parcelles sont
» inscrites, l'indication de la section, le numéro du
» plan, le lieu dit, la nature de la propriété, la
» contenance, les classes et le revenu.

» Cet état signé du déclarant et du contrôleur est
» envoyé au directeur des contributions, qui fait
» faire de suite les changemens sur les matrices qui
» sont dans ses bureaux; et le contrôleur fait opérer
» les mêmes changemens sur la matrice déposée dans
» la commune.

» Enfin, lorsque les matrices présenteront trop d'ad-
» ditions, de ratures et de surcharges, le directeur
» en fera un rapport au préfet qui ordonnera qu'elles
» soient recopiées; et les frais seront à la charge de la
» commune.

» L'indemnité du contrôleur et du directeur, pour
» l'application des mutations aux matrices cadastrales,
» déposées à la direction et à la mairie, est réglée
» par le préfet, et payée par la commune.

» Mais la rétribution du contrôleur pour le travail
» relatif à la rédaction des déclarations, est supportée
» par le déclarant; cette indemnité est de *six cen-*
» *times* par ligne transcrite sur chaque déclaration. »

Ce mode de conservation est sans doute très simple, mais il ne donne pas toute la régularité qu'on obtiendrait, si l'on opérait sur les plans parcellaires tous les changemens de configuration des parcelles survenus par ventes, échanges, divisions, etc.

Le règlement du 10 octobre porte : « que l'on a
» écarté cette idée à cause de l'immensité du travail

» qu'exigeraient les rectifications sur le terrain, et de
» l'énormité de la dépense. »

Je conviens qu'il y aurait plus de travail et une dépense un peu plus forte, si l'on faisait les mutations sur les plans, mais aussi l'opération serait plus facile à suivre; d'ailleurs je ne pense pas que ce travail serait aussi considérable et la dépense aussi énorme qu'on pourrait se l'imaginer, surtout s'il y avait dans chaque canton un employé chargé de suivre sur les plans les mouvemens des propriétés, et auquel on donnerait la perception du canton, et si d'un autre côté il recevait des propriétaires l'indemnité accordée aux contrôleurs pour les mutations. On trouverait suffisamment des sujets capables de remplir ces deux fonctions.

Le mode de conservation peut aussi être très simple. *Voyez* le n° 276 pour la conservation des plans.

NOTES.

NOTE PREMIÈRE.

Prolongement d'une ligne.

DANS la question du n° 247 (*), lorsque l'angle AFC (fig. 146) est de 50°, nouvelle division, si l'on fait au point C, sur CF, un angle de 150°, le rayon CK sera dans l'alignement AB, si le mesurage AF, FC, a été bien exactement fait.

L'angle en A étant de 50°, si l'on fait les angles en E, F, G, de la même grandeur, on déterminera les points C, D, par le second procédé du même numéro, et de plus on aura

$$AC = AF, \quad \text{et} \quad AG = AD;$$

ce qui peut être utile pour continuer le mesurage de l'alignement AB. Tout cela est évident.

Les équations qui donnent CH et ED, se simplifient quand on fait égales les distances AE, EF, FG, GH (fig. 147); car alors on a évidemment

$$CH = 2BG - AE,$$

$$FD = 3BG - 2AE.$$

Nous avons annoncé au numéro précité, qu'il y avait des méthodes pour prolonger une ligne sur le terrain, avec le seul secours des jalons, au-delà d'un obstacle qui empêche de voir aucun jalon sur cette ligne.

Cette pratique, très simple, tient à une théorie que l'on ne trouve point dans les élémens; elle est démontrée par la *perspec-*

(*) Il n'est point nécessaire, pour que l'équation donnée à ce n° ait lieu, que les lignes EB, FC, soient perpendiculaires sur AH; il suffit que les angles en E et en F soient égaux.

tive linéaire, et plus généralement par les principes énoncés dans la *Géométrie de position* de Carnot.

Soit AB la ligne à prolonger; choisissez un point C d'où vous puissiez voir les deux objets A et B (fig. 156 et 157), et mettez-y un jalon; mettez-en un second D dans l'alignement AC, et un troisième E dans une direction quelconque CB; de manière pourtant que l'alignement ED aille rencontrer le prolongement de AB au-delà de l'obstacle, et qu'on puisse jalonner jusqu'à l'intersection de ces lignes.

Mettez à volonté un quatrième jalon *a* dans l'alignement ED, un cinquième *b* à l'intersection de *a*C et AB; posez deux autres jalons *c*, *d*, le premier à l'endroit où *b*D, *a*A se coupent, et le second à la rencontre des rayons *a*B, *b*E; enfin, prolongez les lignes *cd*, DE; l'intersection F sera sur la droite AB.

On a vu aux n[os] 39 et suivans la manière de mettre une suite de jalons dans un même alignement.

Comme la droite CE est menée à volonté, il est évident qu'on aura autant de points qu'on en voudra sur la droite *cd*; d'ailleurs, Carnot a remarqué que si l'on met un jalon *o* sur DE, et un autre *n* sur AB, l'intersection *p* des rayons *o*B, E*n* sera sur cette droite *cd*.

Il faut encore au moins un point pour pouvoir prolonger AB; on l'obtiendra en changeant la direction de la ligne DE, ce qui déplacera seulement les jalons *a*, *c*, *d*, et on les placera comme ci-dessus.

Si l'on voulait, ou si le terrain exigeait que AB (fig. 156) fût entre DE et *cd*, et le point C au-dessus de la ligne à prolonger, on pourrait opérer comme il suit.

Après avoir fixé les jalons C, D, *a*, *b*, comme on l'a fait dans la construction précédente, menez à volonté la ligne CE′, mettez un jalon à son intersection *m* avec AB, et conduisez les lignes D*m*, E′*b*, jusqu'à leur rencontre en *d′*, la ligne C*d′* concourra au point F; enfin, si l'on prolonge les alignemens *am*, E′A, jusqu'à leur rencontre en *d″*, ce point sera dans la direction CF.

Ces constructions ne sont point les seules qu'on puisse faire;

elles varient comme la position du point que l'on prend à volonté suivant la disposition du terrain.

Par exemple, après avoir posé les jalons C, D, E (fig. 158), on peut en placer un en *m*, par AE, BD; un autre *n* sur DE, et à l'intersection avec C*m*, si l'on en met un en *o* sur CB, dans l'alignement A*n*, et qu'on prolonge AE, *o*D, jusqu'à leur rencontre en *p*, la ligne C*p* concourra au point F avec DE et AB.

Il peut être utile d'avoir des jalons intermédiaires entre deux points dont l'un ne peut être vu de l'autre: par exemple, si d'un point quelconque C on aperçoit A et F, et qu'on veuille trouver un point intermédiaire sur cette ligne, on pourra faire la construction suivante:

Placez les jalons *p*, D, E de manière que les alignemens C*p*, DE, concourent au point F; mettez un jalon *n* sur DE, et un autre *m*, à la rencontre des alignemens *p*E, C*n*; le prolongement D*m*, CE, donnera le point B sur AF.

Si l'on était muni d'une équerre, on pourrait opérer comme il suit, pour prolonger la ligne AB (fig. 159).

Mettez à volonté deux jalons *a*, *b*; élevez sur les rayons A*b*, *a*B, A*a*, B*b*, les perpendiculaires *ac*, *bd*, *eb*, *af*; les lignes *ef*, *cd*, prolongées, se rencontreront en un point *g*, qui sera dans l'alignement de AB.

NOTE II.

Parallèles.

Les solutions que nous avons données (49, 54, 103 et 104) sont généralement suffisantes pour mener une parallèle à une ligne accessible ou inaccessible; celle du n° 104 est la plus simple que je connaisse; Mascheroni et Servois en ont rapporté plusieurs; en voici une pour le cas de la ligne inaccessible, qui n'exige qu'une chaîne et des jalons.

Soit AB (fig. 160) la ligne inaccessible, et C le point par lequel doit passer la parallèle; remarquez sur cette ligne deux points quelconques A et B, et mettez à volonté un jalon D; menez par le point C donné une parallèle à BD, par la méthode du n° 49;

mettez un jalon b (*) dans l'alignement BC, et un autre d à l'intersection de cette parallèle et de l'alignement bD; par ce point d, menez encore, par le même procédé, une parallèle à DA, et mettez un jalon à l'endroit f, où elle coupera le rayon Ab; la ligne Cf sera la parallèle demandée.

On peut résoudre cette question en cette manière :

Mettez deux jalons c, h, sur AC et CB (fig. 161); mettez-en un troisième i à l'intersection Bc, Ah; un quatrième g par iC et ch; mesurez Cg que vous porterez de g en m, sur le prolongement de iC; mesurez aussi cg que vous porterez de g en n sur ch; enfin, marquez le point x où mn coupe Ah; la ligne xg sera parallèle à la ligne AB.

Maintenant, faites $xp = xm$, et menez Cp qui sera la parallèle qu'on voulait tracer.

Si l'on ne veut rien mesurer, on prolongera xg en k jusqu'à la rencontre AC, et l'on mettra un jalon r à l'intersection des rayons xC, Ag, et un autre en p', au concours des lignes kr, Ah, et l'on aura Cp' parallèle à AB.

NOTE III.

Perpendiculaires.

Nous avons rapporté au n° 48 plusieurs formules au moyen desquelles on peut élever ou abaisser une perpendiculaire d'un point donné sur une ligne aussi donnée, sans autre instrument qu'une chaîne et des jalons. La formule (B) est très simple.

L'équation (D) est de la même forme, mais il faut faire CD = BC; d'ailleurs elle exige un calcul : voici quelques solutions qui en dispensent.

On ne parlera point de faire un triangle rectangle avec les côtés 3, 4, 5, ou 6, 8, 10, parce qu'il faudrait que ces mesures fussent très grandes pour obtenir de l'exactitude dans l'opération, et dans ce cas elle est impraticable sur le terrain.

(*) Ce jalon b doit être posé de manière à ce que la ligne bD ne rencontre point bC sous un angle trop aigu.

Soit AB (fig. 162) la ligne sur laquelle on veut élever une perpendiculaire du point A; mettez un jalon *c* à volonté sur cette ligne; mesurez A*c* et A*e*, que vous porterez sur une direction quelconque *fce*, savoir A*c* de *c* en *e*, et A*e* de *e* en *f* et de A en *d*; établissez l'alignement *df*, et portez dessus, à partir du jalon *d*, le double de la distance A*c*; le point *g* où la mesure finira sera dans la direction de la perpendiculaire.

Il est évident qu'on pouvait mener *ec* au-dessous de AB; alors le point *g* se fût trouvé dans la direction de la perpendiculaire, de l'autre côté de la ligne AB.

Il est maintenant facile d'abaisser une perpendiculaire d'un point inaccessible *g* sur une ligne accessible AB; il suffit d'élever à cette ligne, par un point quelconque *c*, une perpendiculaire par le procédé ci-dessus, et de mener à cette perpendiculaire une parallèle qui passe par le point A; ce sera la perpendiculaire demandée.

Si AB était inaccessible, on remarquerait dessus deux points quelconques *a*, *d*, de chacun desquels on abaisserait une perpendiculaire sur le côté opposé du triangle *agd*, comme ci-dessus; l'intersection g' de ces perpendiculaires serait un point de celle que l'on cherche; de sorte que $g'g$, prolongé vers A, tomberait perpendiculairement sur AB; cette opération se fait très promptement avec une équerre, lorsque le terrain est libre sur les alignemens *ag*, *dg*.

C'est une application du théorème qui établit « que les trois » perpendiculaires abaissées des angles d'un triangle rectiligne » sur les côtés opposées, se coupent en un seul point. » On peut en faire usage pour élever une perpendiculaire.

NOTE IV.

Sur la Mesure des distances inaccessibles.

Construction qu'on peut faire pour résoudre la question du n° 45.

Mettez à volonté les jalons C, D, dans l'alignement AB; mesurez BC, CD, et portez sur une direction quelconque DK,

à droite ou à gauche de AB (fig. 163), la distance CD de D en E, et la distance BD de D en F; à l'intersection des rayons BE, CF, mettez un jalon H, posez un autre jalon en G, à la rencontre de DH, AF; enfin, marquez l'endroit K où les rayons DF, BG se rencontreront, et vous aurez

$$DK = AD.$$

Voici une solution plus simple pour résoudre le n° 44.

On place également un jalon C dans l'alignement AB; on met un second jalon E dans une direction quelconque, un troisième G à volonté sur CE (fig. 164), et un autre F à l'intersection des rayons AE, BE; mettez encore un jalon en H sur AG, à la rencontre de CF, et remarquez sur CB le point D dans l'alignement EH; mesurez AC, et comptez en passant au point D: alors vous aurez

$$BC = \frac{AC \times CD}{CD - AD} \quad \ldots\ldots \quad (1).$$

On remarquera que dans cette équation, qui est due à Carnot, on ne mesure qu'une seule ligne AC en comptant au point D.

Si l'on marquait le point K sur CE, dans la direction BH, on aurait également

$$CE = \frac{CG \times CK}{CK - GK} \quad \ldots\ldots \quad (2).$$

Si la ligne CF était prolongée en L, on aurait encore

$$CL = \frac{FL \times HL}{FL - FH} \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

On pourra employer l'une ou l'autre de ces constructions, selon la disposition du terrain; mais, dans l'une comme dans l'autre, il faudra que les mesures soient prises bien exactement, et que la différence des lignes qui sont au dénominateur ne soit pas trop petite. Cette observation a également lieu pour les solutions des nos 43 et 44.

Soit maintenant la ligne BE entièrement inaccessible; la première construction de cette figure fera connaître cette ligne; en faisant CB, trouvé par l'équation (1) $= a$, et CE donné par la formule (2) $= b$, on obtient

$$BE^2 = AC^2 a(a-b) + CG^2 b(b-a) + AG^2 . ab \quad \ldots . \ (4).$$

On peut encore employer la solution suivante qui exige moins de calcul, mais qui demande plus d'opérations sur le terrain.

Soit AB (fig. 161) la ligne inaccessible; après lui avoir mené une parallèle xg, comme on l'a fait note II, on marque un point o sur BC, dans l'alignement xg, et l'on mesure og; on prolonge Ag, ce prolongement coupe BC en r et cB en z; on mesure zr, en comptant au jalon g, et l'on a

$$AB = \frac{zr \times og}{gr - gz} \quad \ldots . . \ (5).$$

Même problème résolu avec l'équerre ou un instrument avec lequel on puisse faire des angles égaux.

Indépendamment des méthodes données aux nos 56 et 57, on peut employer la construction suivante, qui est en partie due à Mescheroni.

AB étant la ligne inaccessible qu'on veut mesurer, choisissez trois points C, D, E (fig. 165), tels que les angles ACB, ADB, AEB, soient droits, ou seulement égaux, ce qui est plus simple, puisque le premier angle est pris à volonté (*), et sur CE élevez la perpendiculaire aD avec l'instrument; mesurez CD, DE, aD, et vous aurez

$$AB = \frac{CD \times ED}{aD} \quad \ldots \ldots \ (6).$$

(*) Pour faire des angles égaux, il n'est pas nécessaire de connaître le nombre de degrés et minutes; il suffit, quand on aura pris l'ouverture d'un angle entre deux objets, d'assurer l'instrument dans cette position avec une vis posée pour cet usage, et d'aller faire le même angle où cela est nécessaire. Une planche avec deux règles en croix, portant des pinnules, suffisent pour cette opération.

Le même auteur indique encore de choisir trois points c, d, e, de manière que l'on ait les ouvertures AcB, AdB, AeB, égales chacune à la moitié d'un angle droit; ce que l'on peut faire avec l'équerre (29); alors, si l'on peut mesurer les trois côtés du triangle ced, et la perpendiculaire $a'd$, on aura

$$AB = \frac{cd \times ed}{a d \times 1{,}414} \; \ldots\ldots \; (7).$$

On parvient aussi à trouver la longueur de cette ligne en ne mesurant que deux angles droits; mais alors il faut faire un calcul quelquefois assez long.

Pour cela, prenez, comme ci-dessus, un point C (fig. 166) tel, que vous puissiez faire l'angle droit ACB, et choisissez un point h entre C et B, de manière que hB soit perpendiculaire sur Ah, et mettez un jalon g à l'intersection des rayons Ah et BC; mesurez, selon que le terrain le permettra, ou les trois côtés du triangle Cgh, ou ceux du triangle Chn, dont le point n est l'intersection des lignes AC, Bh, prolongées.

Dans le premier cas, on aura AB égal au produit des trois côtés du triangle divisé par la moitié du carré Ch, moins la moitié du carré des deux autres côtés.

Dans le second cas, on a aussi AB égal au produit des trois côtés du triangle divisé par la moitié de la somme des carrés des côtés Cn, hn; moins la moitié du carré de l'autre côté (*).

(*) Si l'on pouvait mesurer les trois lignes AC, Ch, Bh, on aurait encore

$$\frac{AB^3}{2} - (AC^2 + Ch^2 + Bh^2) AB = AC \, . \, Ch \, . \, Bh.$$

Équation du troisième degré, qu'on peut résoudre par la règle ordinaire de l'Algèbre, ou en employant les lignes trigonométriques, comme l'ont fait plusieurs auteurs, notamment Cagnoli, dans la résolution de ses équations numériques.

Soit $AC = 50$, $Ch = 60$ et $Bh = 40$, on aura $AB^3 - 7700\, AB = 240000$.

Cette équation est du nombre des cas irréductibles; en la traitant comme telle, on trouve

Enfin, les deux solutions suivantes résolvent la question du n° 44, sans faire de calcul.

Si d'un point quelconque E on prend l'ouverture de l'angle AEB, et qu'on fasse sur EB un angle ACB égal au double de AEB; qu'ensuite on prenne un second point D dans l'alignement de AC, pour faire l'angle BDC égal au premier AEB, on aura ED = AB; ce qui est évident, car les triangles DCE, ACB, ont l'angle en C égal, et leurs trois côtés égaux chacun à chacun.

D'après cette construction, on peut opérer avec l'équerre : il ne s'agit que de faire les angles BEA, ADB, chacun de la moitié d'un angle droit; et l'angle ACB, du double, c'est-à-dire de 100°; alors la distance ED sera égale à AB.

Il n'est pas moins évident que si d'un point F quelconque on élève sur BF une perpendiculaire FG, et sur AF une autre perpendiculaire FH, et qu'on fasse les angles FGH, FHG, chacun de la moitié d'un angle droit, on aura AB = GH.

NOTE V.

Division d'une ligne en parties égales, sans rien mesurer sur cette ligne.

Le second procédé du n° 49 apprend à diviser une ligne en deux également; il suffit de mener par le point G (fig. 12) une parallèle à BC, et de placer H à l'intersection des rayons AD, BC.

Si l'on voulait faire la division en trois parties égales, on pourrait opérer comme on l'a fait sur le papier au n° 138; mais il vaut mieux suivre la marche qu'on vient d'indiquer, c'est-à-

---

pour les trois valeurs de AB, — 38,69
— 61,756
+ 100,446,

cette dernière valeur substituée dans l'équation, satisfait à la question; c'est-à-dire que AB = 100,446; on remarquera que les deux valeurs négatives sont égales à la quantité positive, comme cela doit être.

dire qu'après avoir déterminé H, comme ci-dessus, au milieu de BC, on mettra un jalon à l'intersection de CF et de GH; par ce jalon et par le point A, on menera une ligne qui coupera BC; la distance de l'intersection au point C sera le $\frac{1}{3}$ de BC. On ferait une opération semblable pour avoir le $\frac{1}{4}$, et ainsi de suite.

Division d'un angle en deux parties égales.

On a vu dans le cours de cet Ouvrage qu'on fait quelquefois usage de la moitié d'un angle pour connaître une distance qu'on ne peut mesurer directement. Il n'est point absolument nécessaire d'avoir recours au graphomètre ou tout autre instrument analogue, pour faire cette opération.

Si l'on peut se placer au sommet de l'angle à diviser, mesurez deux distances égales sur les côtés de l'angle, vous aurez un triangle isoscèle dont la moitié du troisième côté sera le point de division. Si l'on ne peut point mesurer ce troisième côté, portez encore deux distances égales à la suite des premières; alors vous aurez deux triangles isoscèles; l'intersection des deux diagonales menées sur les points où l'on a arrêté les mesures, sera évidemment dans la direction de la ligne de division.

Mais si le sommet est inaccessible, on divisera de la même manière chacun des deux autres angles de l'un des triangles isoscèles; l'intersection des lignes de division sera encore un des points que l'on cherche; de sorte que si de cette intersection on aperçoit le sommet de l'angle, la ligne qu'on y menera fera la division demandée; dans le cas contraire, on divisera les deux autres angles du second triangle isoscèle pour avoir un autre point dont la direction avec le premier passera par le sommet de l'angle à diviser, si l'on a bien opéré.

Ce moyen peut aussi servir à prolonger une ligne, en renfermant l'obstacle dans un triangle isoscèle; mais il faudrait mesurer plusieurs distances, et nous avons déjà dit que les

jalons seulement étaient peut-être la seule pratique qui soit exacte pour cette opération.

NOTE VI.

Sur la surface du quadrilatère.

On a vu, n° 67, la formule (4) qui fait trouver très simplement la surface d'un quadrilatère inscrit en fonction de ses côtés; mais, comme dans la pratique il est rare de rencontrer sur le terrain de telles figures, il est nécessaire de les ramener à ce cas pour pouvoir en faire usage; on en verra un exemple à la fin de cette note.

La formule (3) du même numéro et l'équation qui suit immédiatement, ainsi que la méthode du n° 115, font trouver la surface d'un quadrilatère quelconque : le premier et le troisième procédés exigent la mesure des angles; avec le second il ne faut qu'une chaîne et des jalons.

Voici encore d'autres moyens qu'on peut employer selon la disposition du terrain, aussi avec le seul secours d'une chaîne et des alignemens.

Si l'on peut mesurer CD, CF (fig. 34′), et calculer la surface du triangle ACE, soit par la connaissance des trois côtés, ou autrement, en représentant toujours cette surface par s, celle du quadrilatère AEDF sera

$$\frac{s.\mathrm{CD}.\mathrm{CF}}{\mathrm{AC}.\mathrm{CE}}-s.$$

Si, au lieu de AE, on connaissait FD, on mesurerait la superficie du triangle CDE, et en la représentant par s, on aurait celle du quadrilatère

$$=s-\frac{s.\mathrm{AE}.\mathrm{CE}}{\mathrm{CF}.\mathrm{CD}}.$$

Il peut arriver qu'on ne puisse faire d'opérations que dans le triangle ACE; dans ce cas, on mettra un jalon g au milieu de AE, un autre h' à l'intersection de CF, Dg, et un troisième k' à la rencontre des lignes Fg, CD; on mesurera AC, CE, en

comptant aux points h', k'; et s étant toujours la surface du triangle AEC, la superficie du quadrilatère sera

$$\frac{s\,.\,Ch'\,.\,Ck'}{(Ch'-Ah')\,(Ck'-Ek')}-s.$$

En faisant s, m, n, les surfaces respectives des triangles Egk', $gh'k'$, Agh', on a encore celle du quadrilatère égale

$$\frac{3s\,.\,m\,.\,n-(s^2\,.\,m+sm^2)}{n^2+sm-(sn+m\,.\,n)}=\frac{3n-(m+s)}{(n-s)\,(n-m)}\,.\,sm.$$

On pourrait ne pas prendre g au milieu de AE, mais alors les équations seraient plus compliquées.

La plupart des moyens que nous venons d'indiquer pour avoir la mesure d'une ligne inaccessible et la surface d'un quadrilatère sont connus; on les trouve notamment dans le Recueil, déjà cité, des problèmes pour les arpenteurs, par Mascheroni, ouvrage traduit de l'italien en 1803. Ceux qui désireront connaître les ressources que la théorie donne à la pratique de l'Arpentage, pourront consulter cet Opuscule qui renferme un grand nombre de procédés et de formules relatives à la Géométrie pratique. On peut aussi voir le petit Ouvrage de Servois, dans lequel on trouvera la démonstration d'une partie des solutions que nous avons indiquées.

Nous avons dit plus haut que la formule (4) du n° 67 pouvait être employée pour avoir la surface d'un quadrilatère quelconque ABCD. Pour cela, allez à l'un des sommets de cette figure, en B par exemple, pour y prendre l'ouverture de l'angle ABC (fig. 167); puis venez au sommet D, opposé à B, et faites-y l'angle ADE égal au supplément de l'ouverture ABC; mesurez les quatre côtés du quadrilatère ABED, et la formule (4) précitée vous en donnera la surface, et si l'on en retranche celle du triangle CDE, qu'on mesurera, il restera la superficie du quadrilatère ABCD, que l'on voulait connaître. Il est évident que si le point E se trouvait entre C et B, il faudrait ajouter la surface du triangle au lieu de la soustraire.

Si l'on ne veut point se servir d'instrument pour avoir la

direction ED, on mettra à volonté un jalon b sur BC, et l'on abaissera sur AB la perpendiculaire ab, comme il est enseigné à la note III, et l'on mesurera aB, ab; ensuite on portera la distance aB de D en c sur le prolongement AD, et l'on cherchera la direction de la perpendiculaire cd, par le premier procédé de la même note; enfin, on portera sur cette perpendiculaire la distance ab, à partir du sommet c, ce qui fixera le point d, et l'on mettra le jalon E à la rencontre des droites Dd, BC prolongées.

L'opération s'abrégera beaucoup si l'on a seulement une équerre.

On pourrait aussi déterminer ED en opérant comme on l'a fait au n° 142, pour faire sur le papier égal à un autre donné. Dans ce cas, on emploierait une chaîne de 20 mètres de longueur au moins, pour représenter le rayon de l'arc; mais ce moyen pourrait bien n'avoir pas autant d'exactitude que les précédens, et c'est surtout avec un instrument propre à faire des angles égaux qu'on obtiendra toute la précision qu'on peut désirer dans la pratique.

Si ED est mené parallèlement à AB, par quelques-uns des moyens indiqués note II, la figure ABDE sera un trapèze, et l'équation de la page 90 en fera connaître la surface.

Enfin, on obtient la distance de l'angle B au sommet D, en faisant

$$BD = \sqrt{[(AD.ED.EB.AB)(AD.EB + AB.ED)]}.$$

C'est encore un nouveau moyen de connaître la longueur d'une ligne qui peut n'être accessible qu'à ses deux points extrêmes. Le calcul n'est pas très long en employant les logarithmes.

Sur la note du n° 79.

Il est évident que si l'on met dans la proportion la valeur de Fg et de Gh, on aura directement

$$CF = \frac{AB.BC}{n.CD}; \quad AG = \frac{(n-1)}{n}.\frac{AC.AB}{AD}.$$

Sur le n° 199.

On arrive plus simplement aux équations démontrées à ce numéro, en faisant usage de la théorie des progressions arithmétiques.

Par la nature de la question, on a le dernier terme

$$x = \frac{ac + (b-a)y}{c}, \quad \text{et} \quad s = \frac{2acy + (b-a)y^2}{2c},$$

ce qui donne tout de suite

$$y^2 = -\frac{ac}{b-a} \pm \sqrt{\left(\frac{ac}{b-a}\right)^2 + \frac{2cs}{(b-a)}}.$$

Pour avoir x par le même procédé, on a

$$(a+x)y = 2s; \quad \text{d'où} \quad y = \frac{2s}{a+x} = \frac{cx - ac}{(b-a)}.$$

Cette équation donne

$$x^2 - a^2 = (b-a)\frac{2s}{c},$$

ou

$$x = \sqrt{a^2 + (b-a)\frac{2s}{c}}.$$

FIN DU TOME PREMIER.



TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE PREMIER VOLUME.

CHAPITRE III.

Usage des Jalons.

CHAPITRE IV.

Usage de l'Équerre.

CHAPITRE V.

Calculs des Triangles.

CHAPITRE VI.

CHAPITRE VII.

CHAPITRE VIII,

CHAPITRE IX.

CHAPITRE X.

CHAPITRE XI,

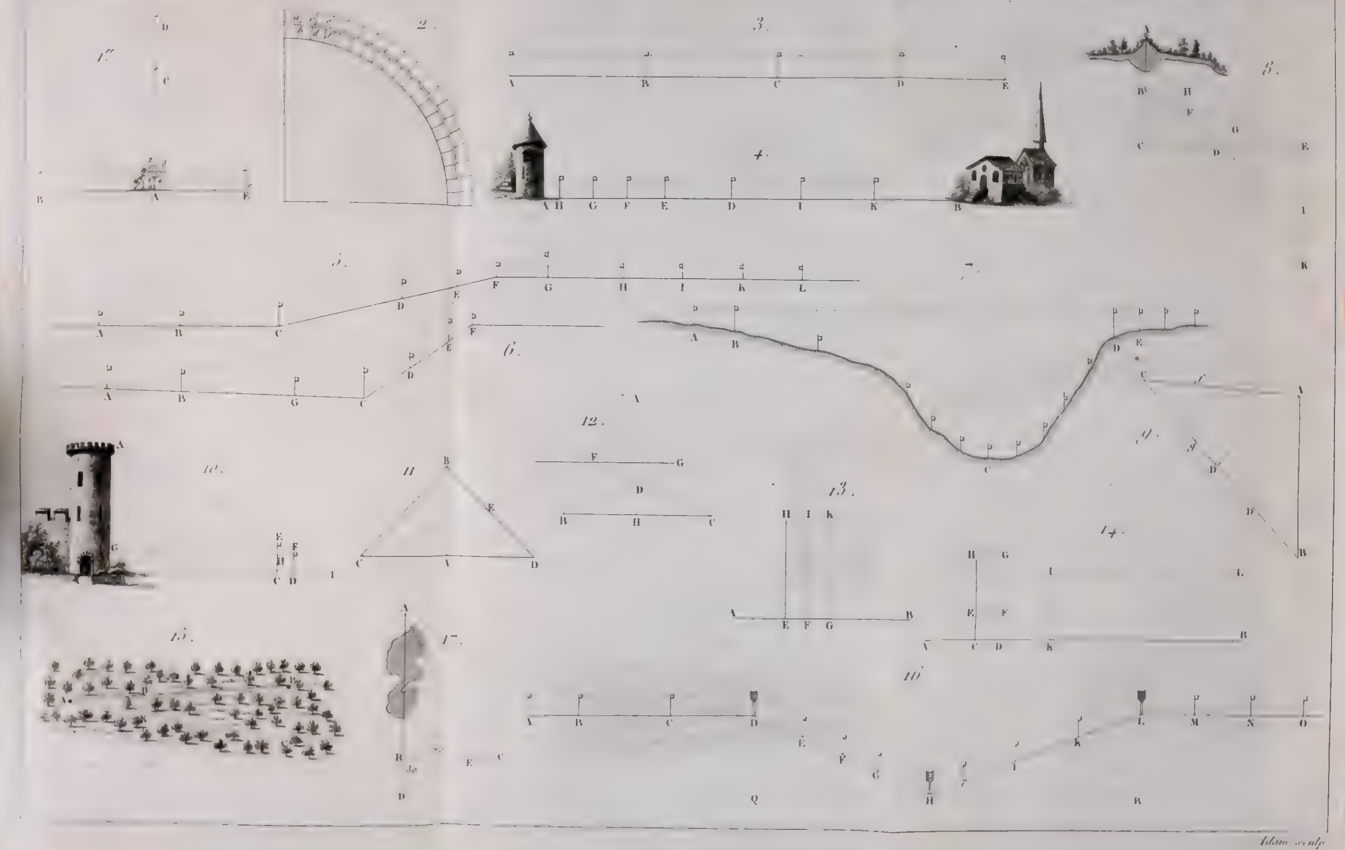
NOTES,

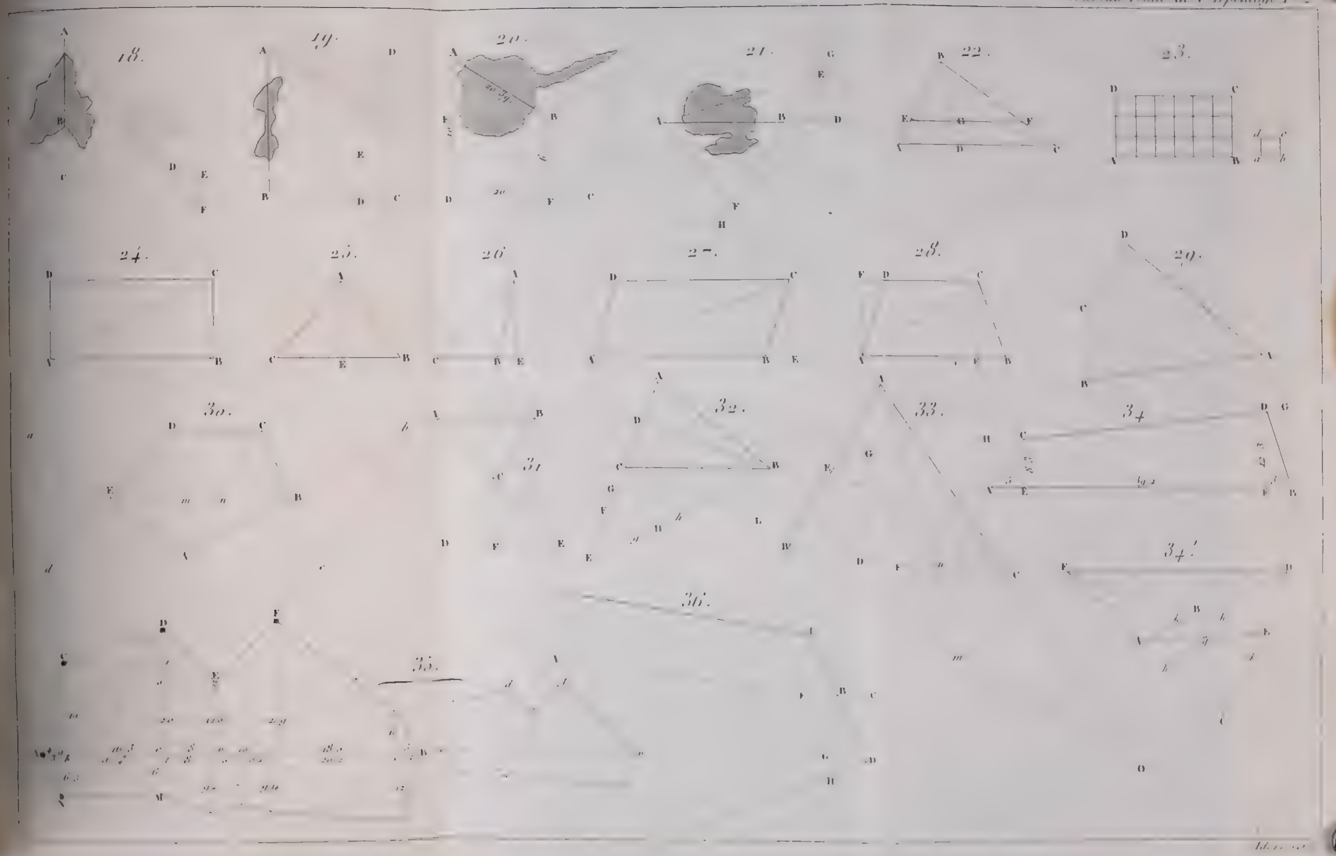
FIN DE LA TABLE.

ERRATA DU TOME Ier.

Page 9, ligne 4, en remontant $-a$, *lisez* $+a$
12, 11, le traité, *lisez* les traités.
20, 17, $a\frac{1}{3}$, *lisez* $a\frac{3}{2}$
32, dernière, CD, *lisez* BD
34, 19, (65), *lisez* (64)
35, 4, 785, *lisez*, c'est plus exactement 786.
41, 8, en *lisez* au
68, 12, menez, *lisez* mesurez
82, 4, en remontant, Q, *lisez* O
93, La formule (4) n'est que pour le quadrilatère inscrit.
107, 19, *lisez* figure 34′
114, 9, que vous ferez passer, etc., doit être à la 7e ligne après *c*
124, 16, après le signe =, mettez *s*
128, 17, *Ibid.* 45′
129, 10, 12, 14, I *lisez* I′
139, 14, *lisez* fig. 51′
145, dernière, 50′, *lisez* 50
162, 20, fig. 60, *lisez*, fig. 37
163 1, antérieur, *lisez* intérieur
188, 16, on, *lisez* qu'on
201, 3, en remontant, *ôtez* et
203. dernière, deux petits, *lisez*, deux plus petites
Ibid. 2, en marge, fig. 86
207 12, *ôtez* faire
215, 22, et plus ordinairement, *lisez* est ordinairement plus
224, (166), *lisez* (167)
228, 6, *ibid.* fig. 24, *lisez* fig. 25
234, 5, en remontant *ôtez* si
Ibid. 10, *ibid.*, *lisez* fig. 37
239, 3, en remontant, n° 43, *lisez* n°. 53
242, 17, *ec*, *lisez* *e*C
243, 6, en remontant, *ec*, *lisez* *e*C
246, 19, CF, *lisez* DF
255, 7, BE, *lisez* B*e*
256, 16, *lisez* fig. 106
257, dernière et 3 en remontant, B*e*, *lisez* B*c*
258 9, $S'.\frac{s}{n}$ *lisez* $S'-S$
262, 5, en remontant 149, *lisez* 139
295, 7, en remontant, 25 perches, *lisez* 24 perches
300, 4, taillis, *lisez* tailles
303, d'après ce tableau, *lisez* d'après le tableau de la page 288
333, 4, en marge, fig. 150
335, 5, plus grands, *lisez* plus petits
355, 1, 282, *lisez* 221

355,	18, somme, *lisez* sommet
358,	10, ce triangle, *lisez* ces triangles
364,	6, 9.891 88, *lisez* 9.892 88
371,	14, 135, *lisez* 224
372,	2, prenez, *lisez* prendrez
374,	5, *supprimez — e*
377,	22, Trigonométrie, *lisez* Trigonométrie
378,	dernière, 267, *lisez* 258
418,	3, *u'*, *lisez n'*
450,	14, places, *lisez* plans
468,	14, communiquer, *lisez* commencer
481,	4, fig. 156, *lisez* fig. 156'
492,	13, après le mot papier, *lisez* un angle
Ibid.	30, *lisez* sur le n°. 179


1.er
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11
12.
13.
14.
15.
16.
17.
Adam sculp





38.

39.

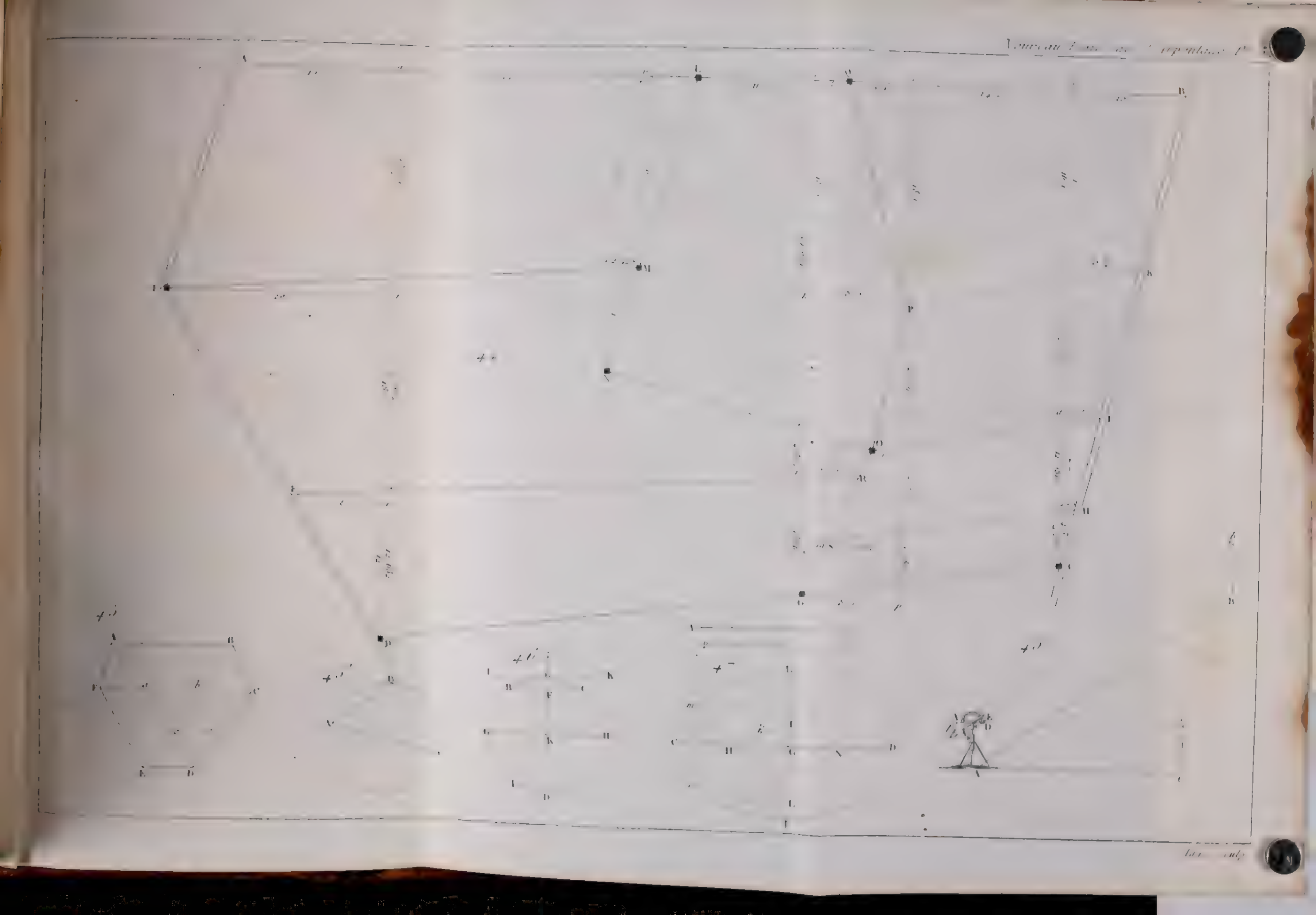
40.

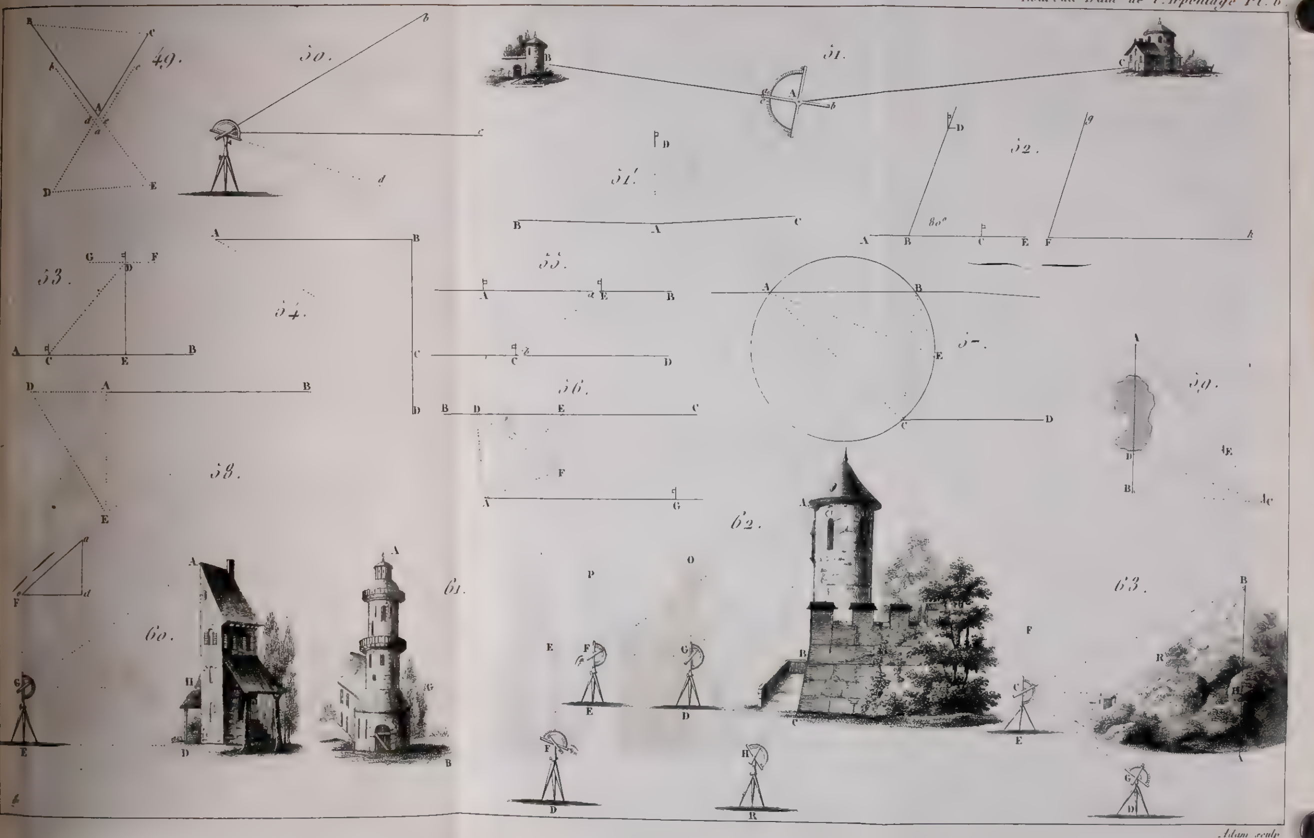
41.

42.

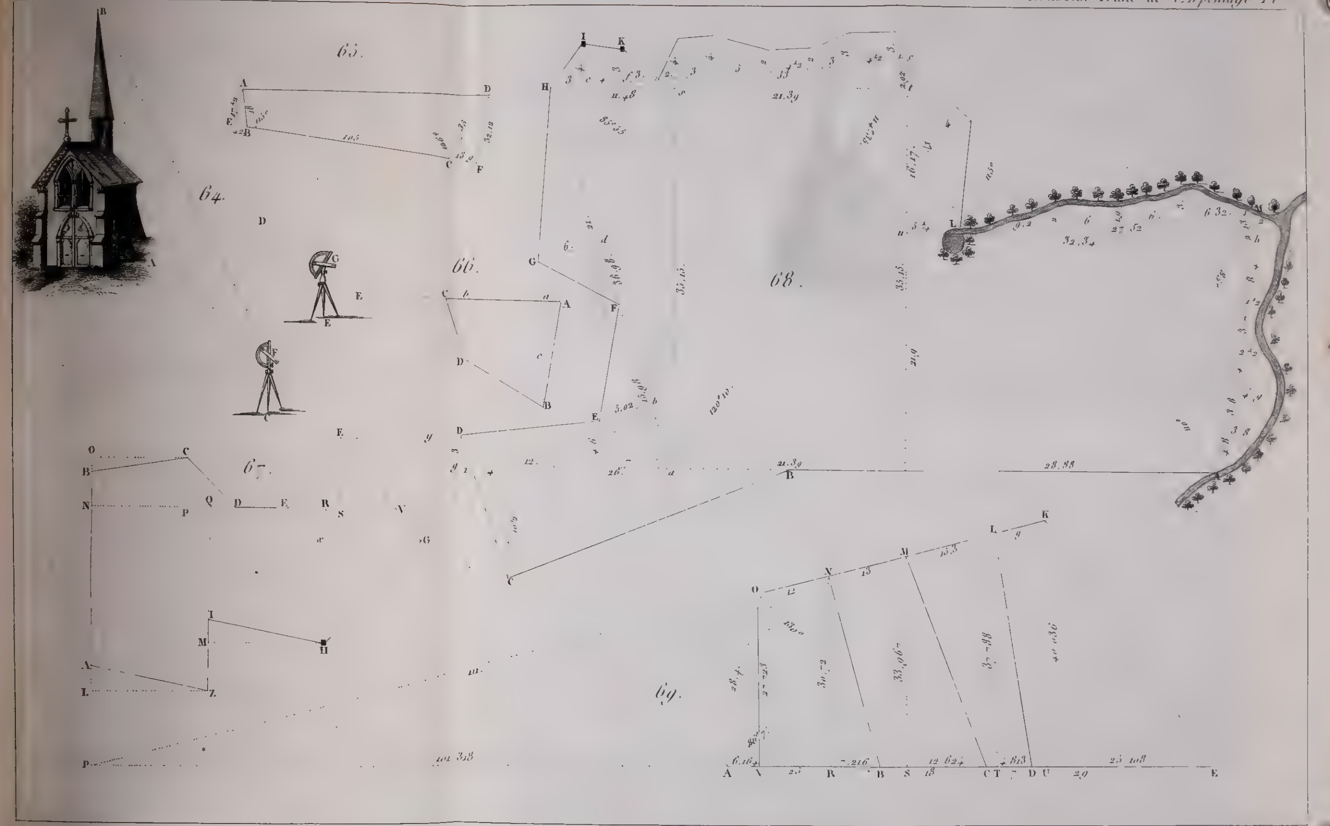
43.

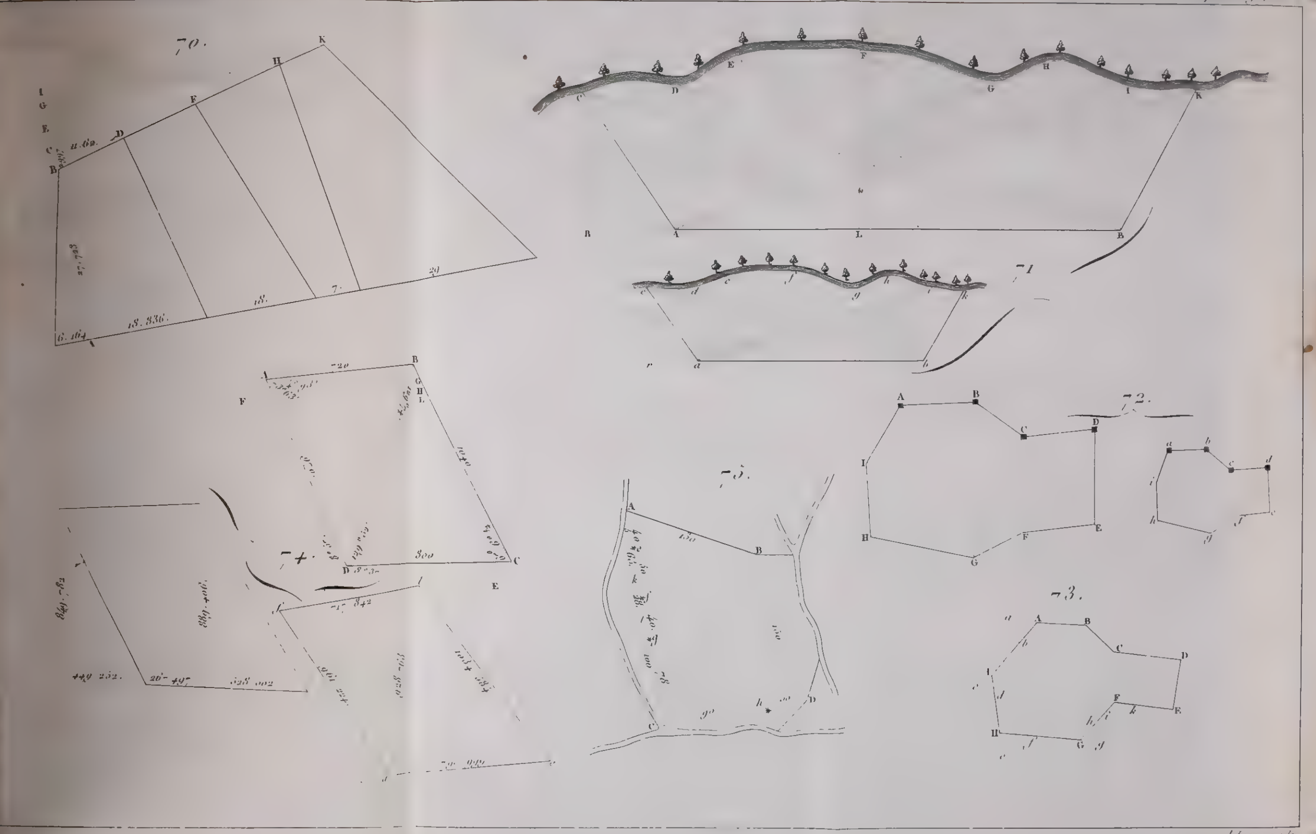
Adam sculp.

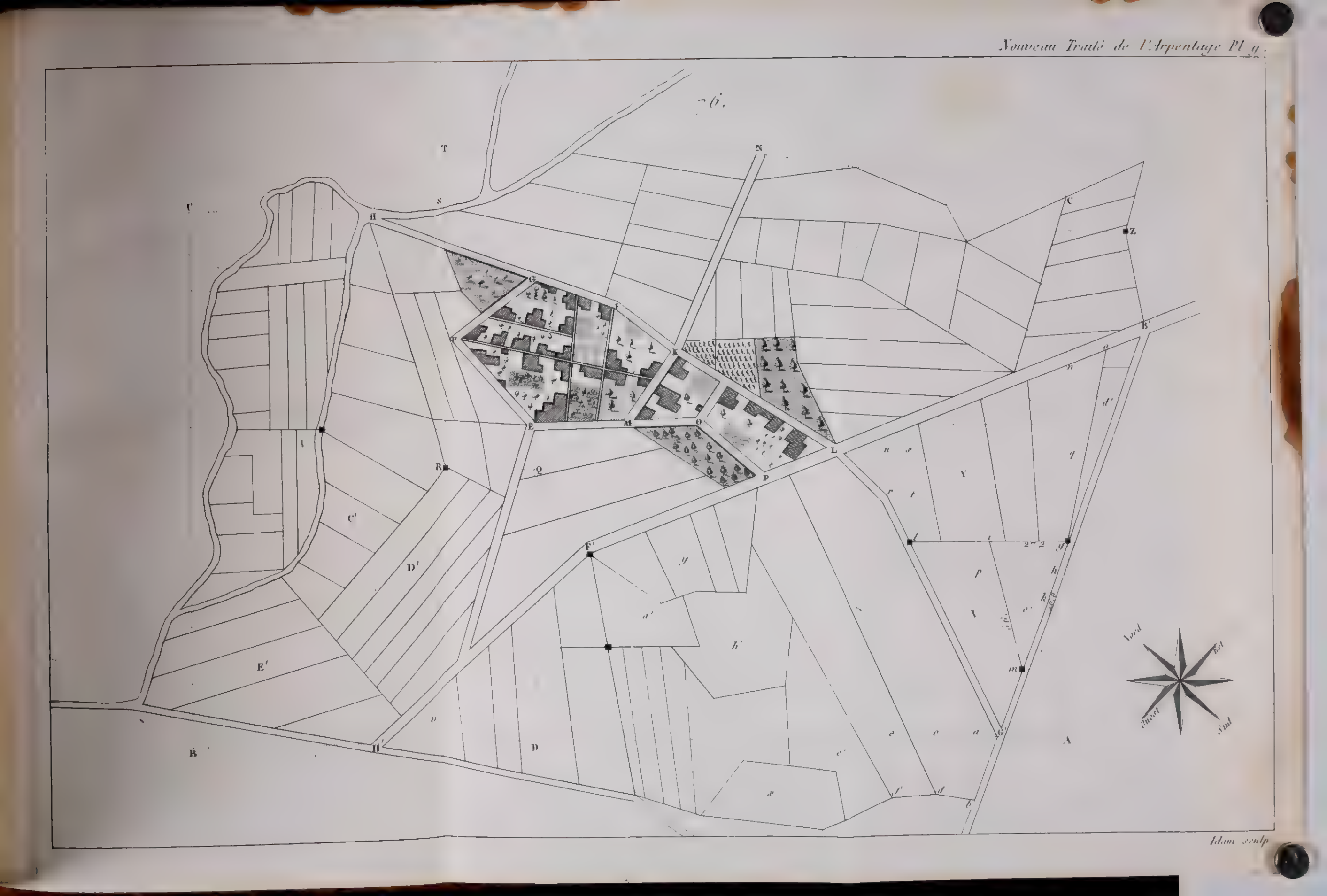


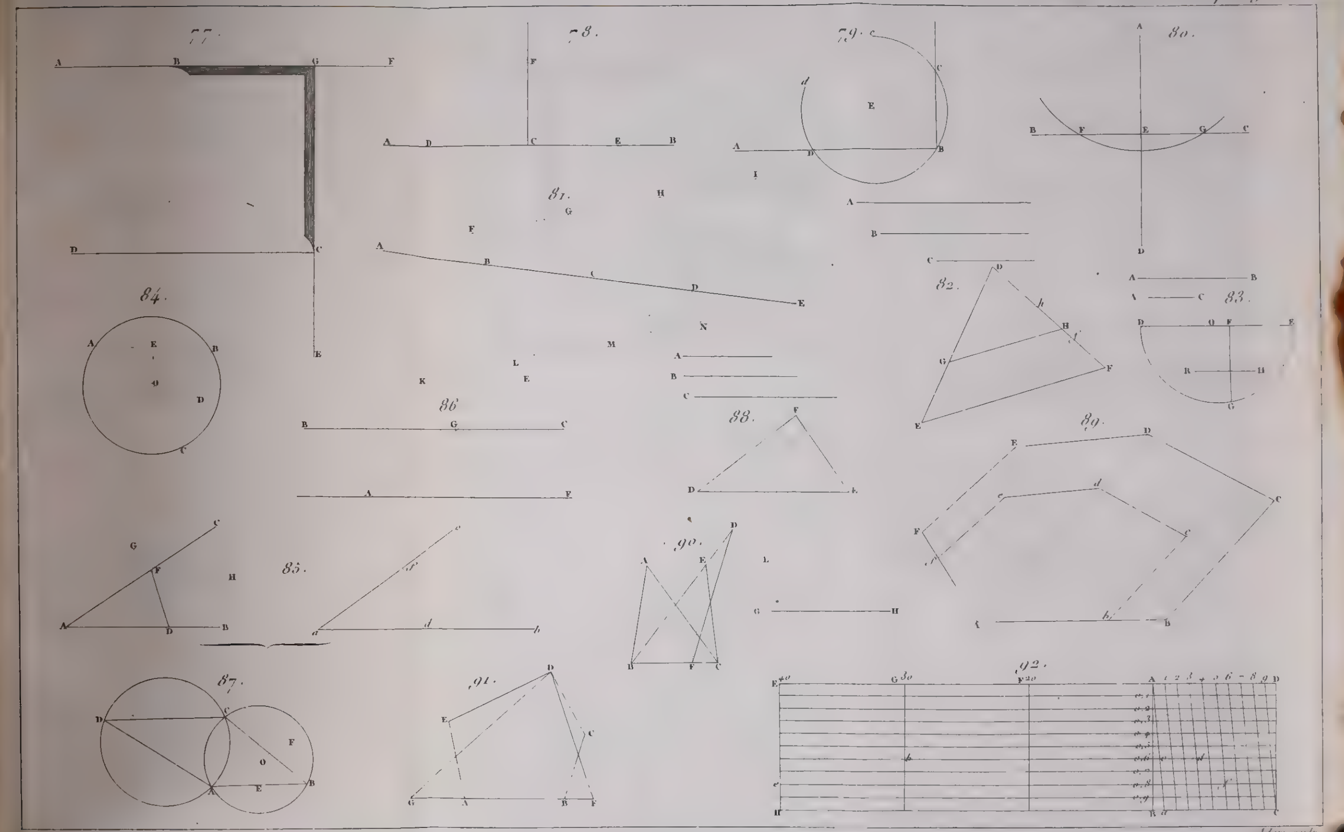


Adam sculp.

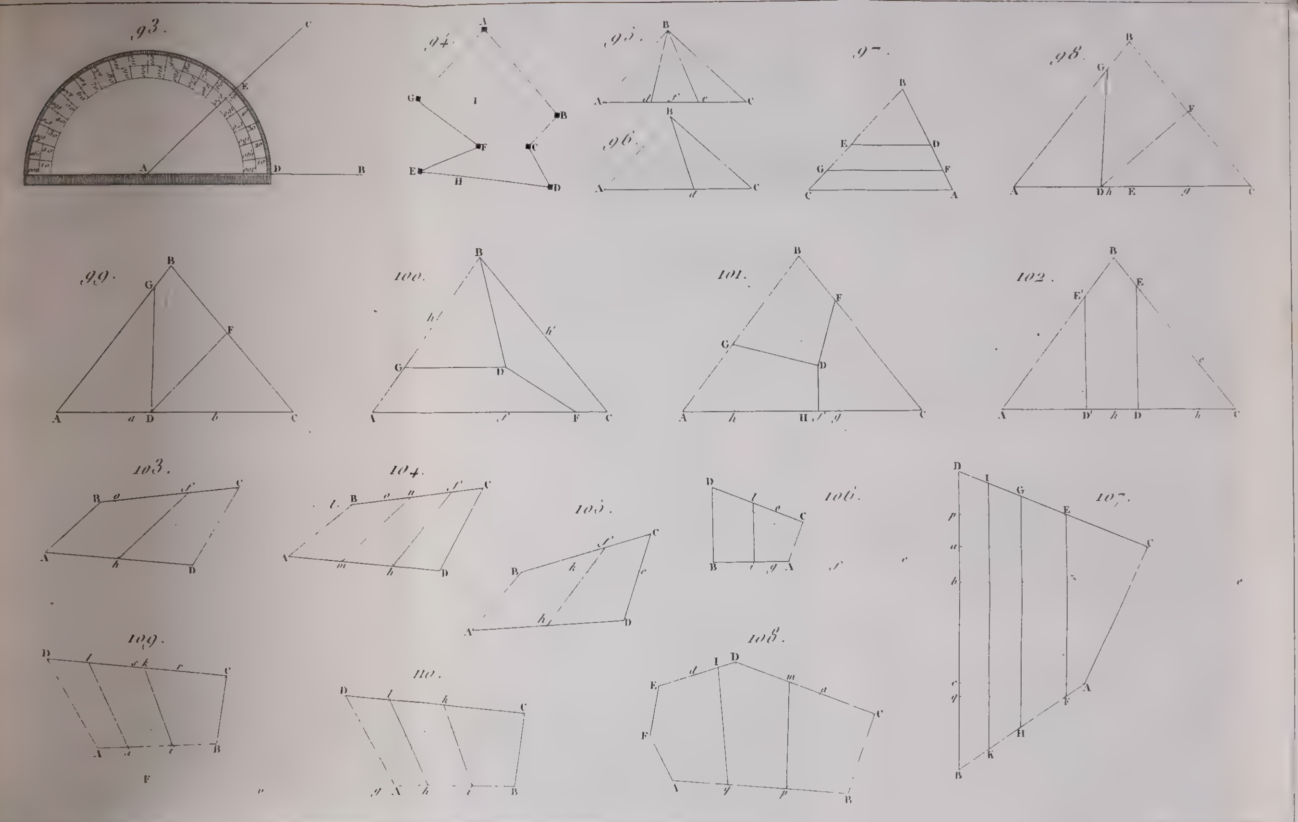

64.
65.
66.
67.
68.
69.

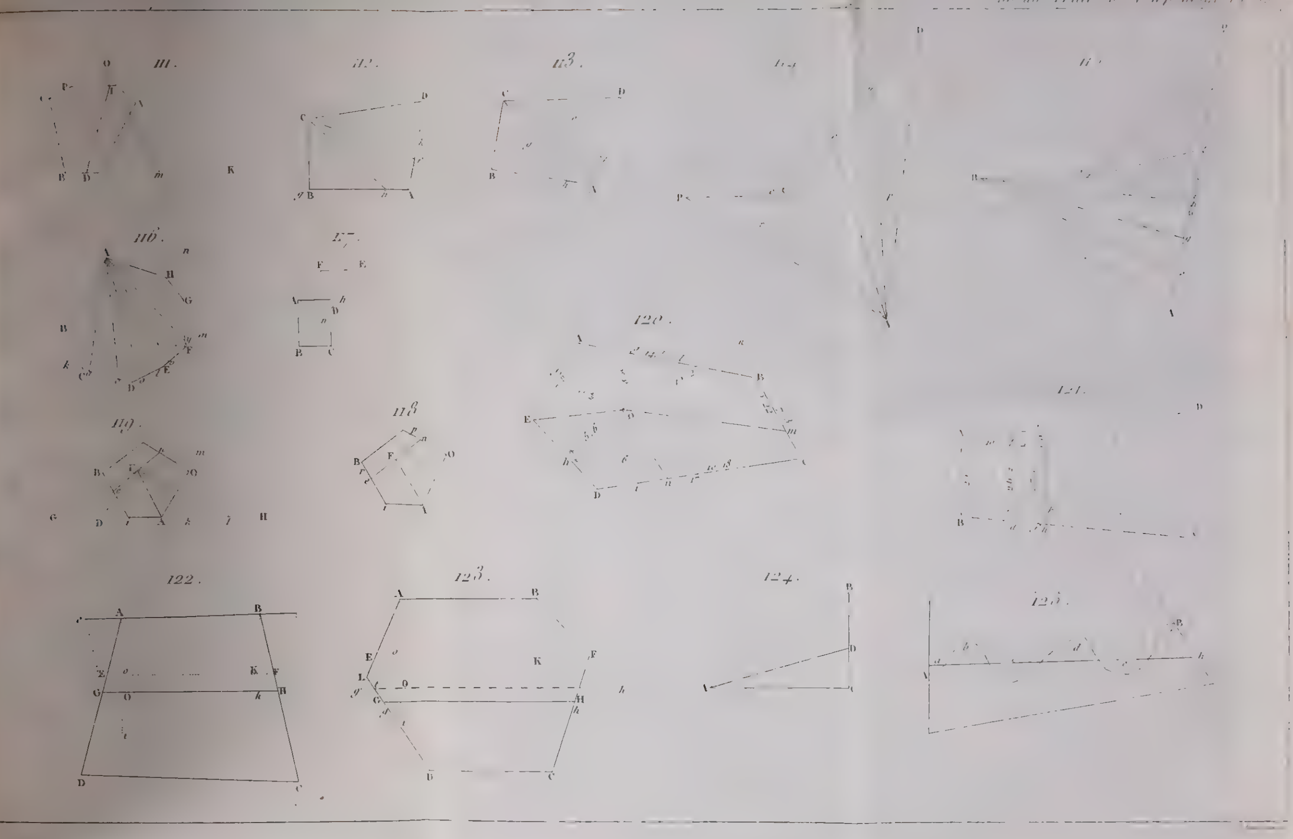

70.
71.
72.
73.
74.
75.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L


76.
T
N
S
H
C
Z
G
K
B'
E
M
O
L
P
Q
R
C'
D'
F'
Y
E'
B
H'
D
A
Nord
Est
Ouest
Sud
Adam sculp



Adam sculp.

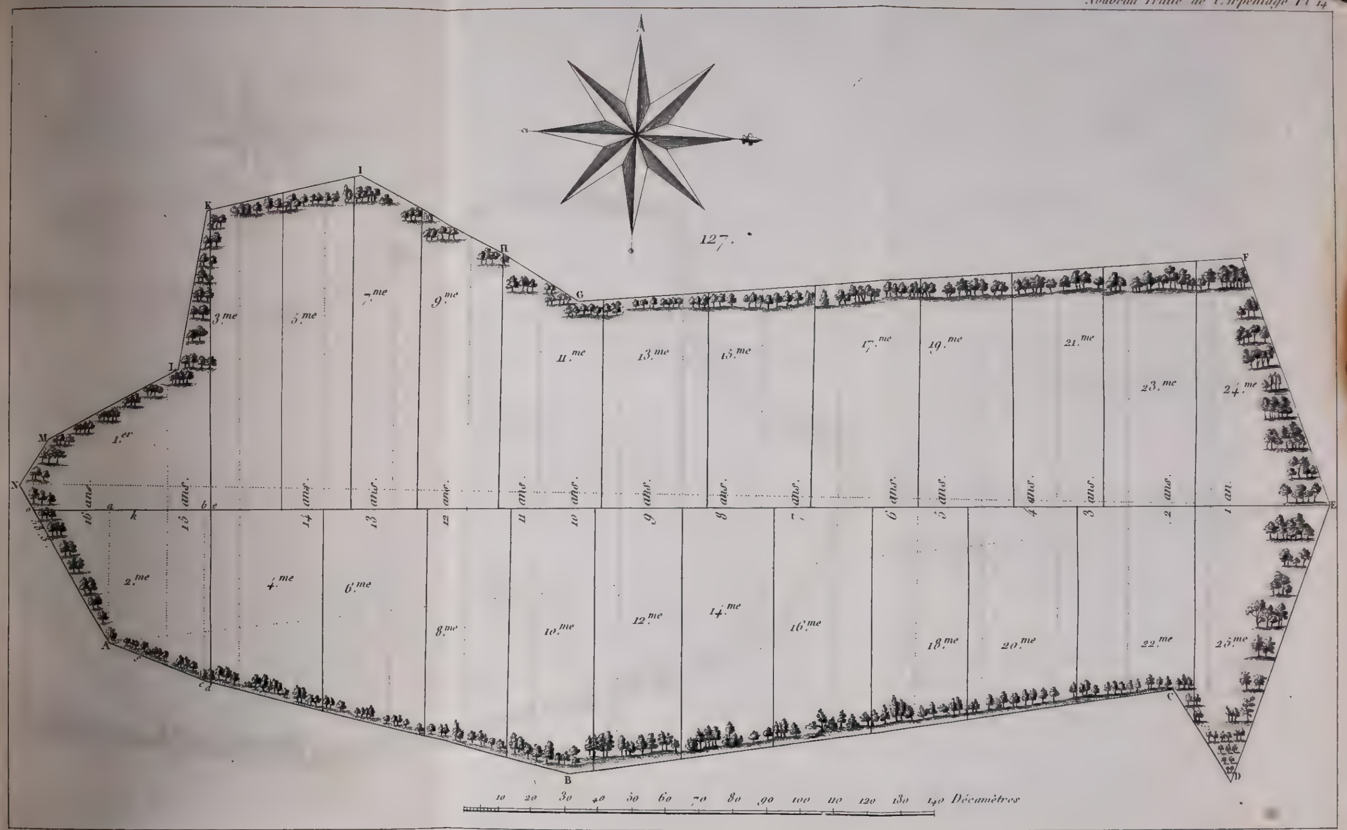

93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104.
105.
106.
107.
108.
109.
110.


111.
113.
116.
119.
118
120.
122.
123.
124.



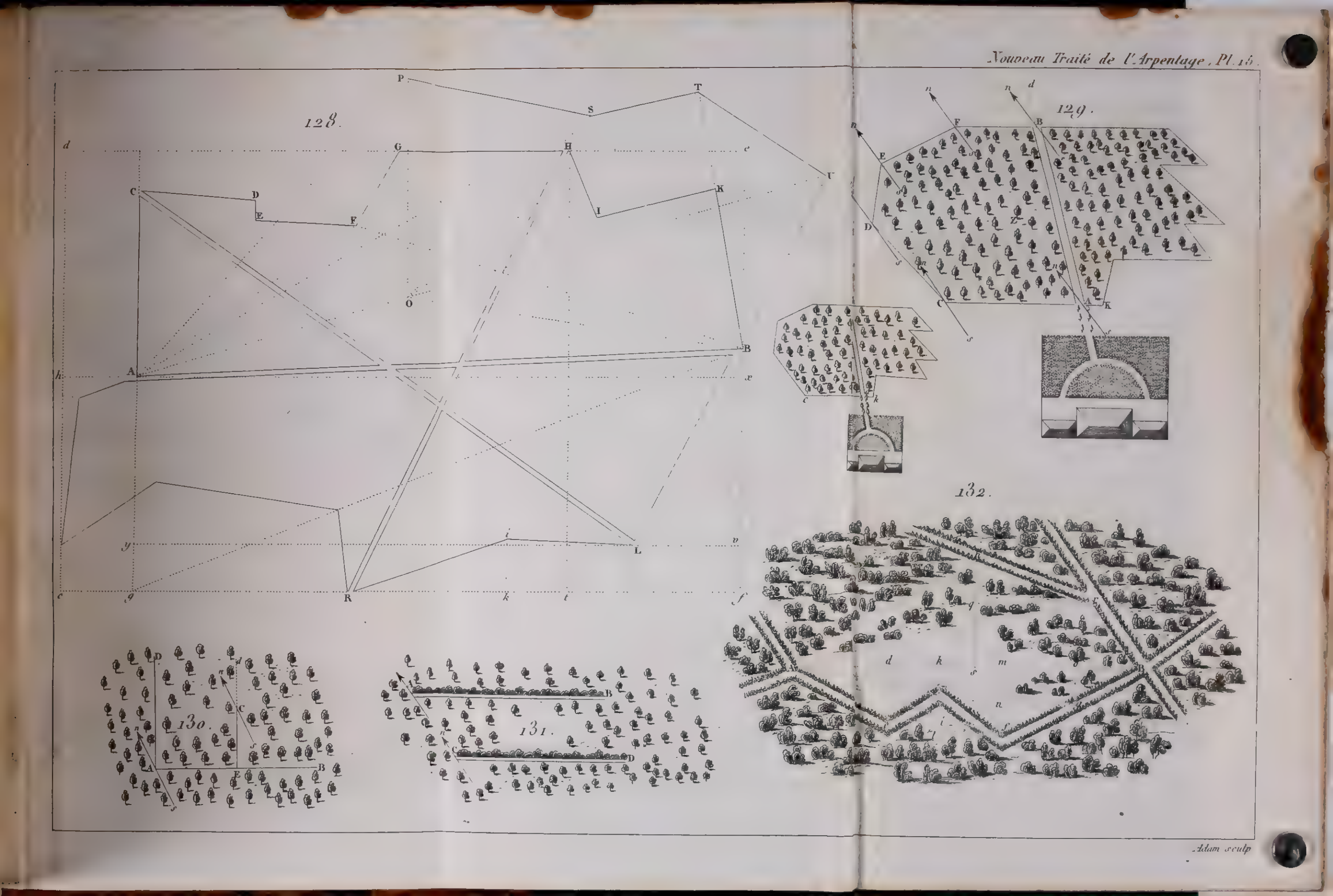
Echelle de 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 200 Décamètres.

Adam sculp.

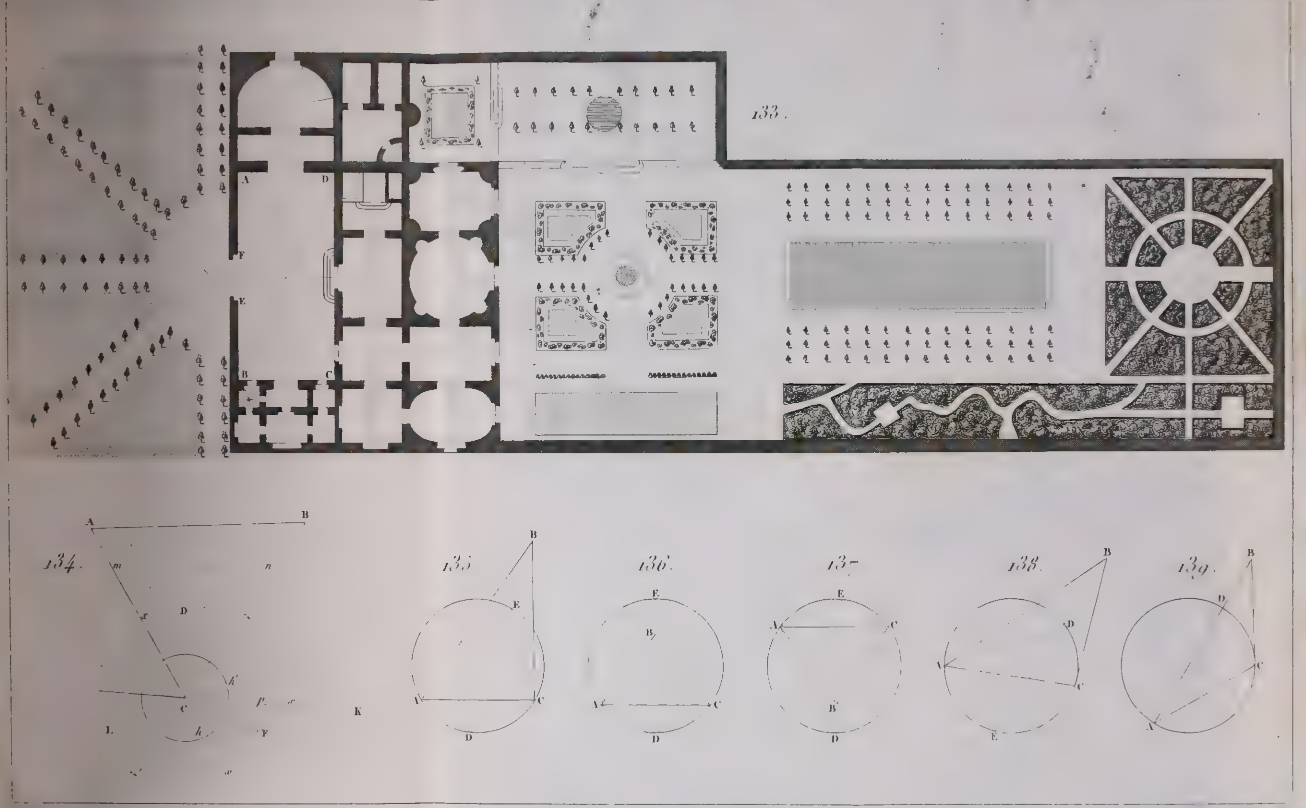


127.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
a
b
c
d
e
k
1.er
2.me
3.me
4.me
5.me
6.me
7.me
8.me
9.me
10.me
11.me
12.me
13.me
14.me
15.me
16.me
17.me
18.me
19.me
20.me
21.me
22.me
23.me
24.me
25.me
16 ans
15 ans
14 ans
13 ans
12 ans
11 ans
10 ans
9 ans
8 ans
7 ans
6 ans
5 ans
4 ans
3 ans
2 ans
1 an
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 Décamètres

Adam sculp.



Adam sculp.


133.
A
D
F
E
B
C
134.
A
B
m
n
D
C
K
L
F
135.
B
E
A
C
D
136.
E
B
A
C
D
137.
E
A
C
B
D
138.
B
D
A
C
E
139.
B
D
C
A

Adam sculp.

140.

E
A B C
D

141.

N
e f
P
O
n
a b
m c
d
Falaise
k
H Vandeuil
G
D'
D Levigny
R Confrecourt
i
F S.t Zeno
C Russy
Méridienne
I Tarrier
O Perpendiculaire E
l'Epine A
B Pouy
D''
le Tertre M
L Notre Dame
l
K Morte Fontaine
s

Adam sculp.

140.

141.

Falaise

Vandeuil

Levigny

Confrécourt

S.t Léger

Russy

Méridienne

Tarrier

Perpendiculaire

l'Epine

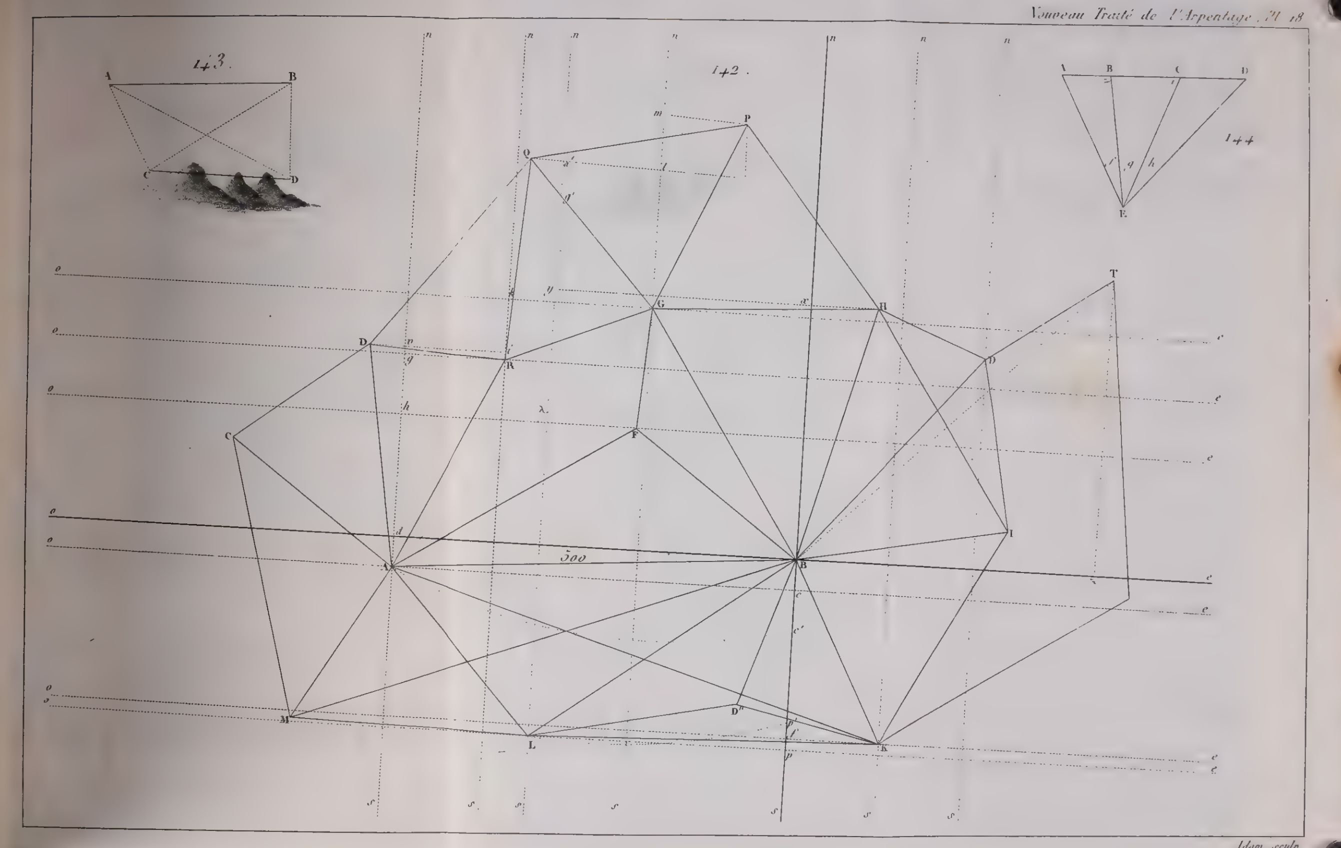
Poissy

le Tertre

Notre Dame

Morte Fontaine

Adam sculp


143.
142.
144
500
Adam sculp


145.
145'.
147.
148.
146.
A
B
C
D
E
F
G
H
Adam sculp

